

**Elżbieta KUBRAK, Piotr WIELGOSZ**

Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska SGGW  
Department of Hydraulic Engineering and Environmental Restoration WULS

## **Rozkłady prędkości wody w korytach z elementami sprężystymi**

### **Description of the water velocity profiles in open channel flow through submerged flexible stems**

**Słowa kluczowe:** rozkład prędkości wody nad elementami sprężystymi, opływ elementów sprężystych

**Key words:** velocity profiles above the flexible stems, emergent flow with flexible stems

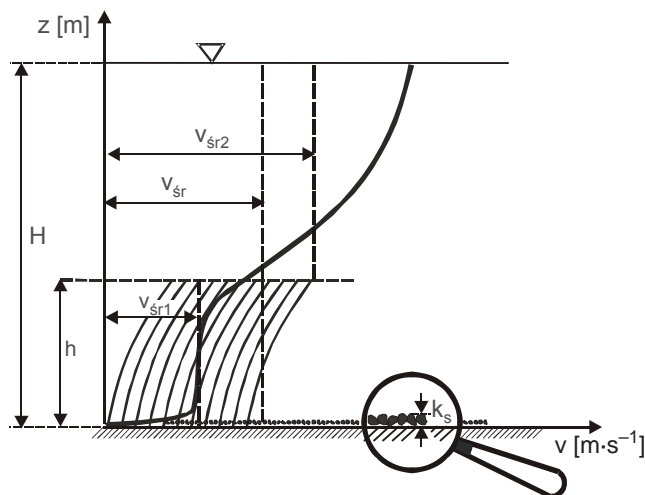
#### **Wprowadzenie**

Wykorzystywanie sztucznych, sprężystych lub sztywnych elementów do symulowania roślinności w badaniach hydraulicznych jest uzasadniane nietrwałością roślin, która nie pozwala na wielokrotne powtarzanie doświadczeń, oraz ich niewielką wysokością i naturalną zmiennością kształtu łodyg oraz liści, co utrudnia prowadzenie pomiarów (Kubrak 2006, 2007). Analizę hydraulicznych warunków przepływu wody w korycie w powiązaniu z charakterystyką geometryczną i mechaniczną elementów wykorzystywanych do symulacji roślin umożliwia zastosowanie modelu matematycznego. Do obliczeń prędkości przepływu wykorzystano jednowymiarowy model ustalonego przepływu wody

opisany w pracach Kubrak (2006, 2007). W artykule przedstawiono wyniki obliczeń rozkładów prędkości w ustalonym, jednostajnym przepływie z elementami sprężystymi, symulującymi jednorodną, równomiernie rozmieszczoną roślinność w obszarze ustalonego przepływu wody i danych charakterystyk koryta (Wielgosz 2008).

#### **Zakres obliczeń**

Obliczenia prędkości przepływu wody wykonano przy stałej głębokości przepływu w korycie i wysokości elementów sprężystych, zmieniając ich gęstość, średnicę i spadek podłużny dna koryta (Wielgosz 2008). Wartości prędkości obliczono, przyjmując głębokość przepływu wody w korycie  $H = 0,2234$  m oraz długość walcowych elementów sprężystych  $h_e = 0,165$  m. Wysokość obszaru zajętego przez ugięte elementy sprężyste oznaczono przez  $h$  (rys. 1).



RYSUNEK 1. Rozkłady prędkości w korycie z elementami sprężystymi i przyjęte oznaczenia  
 FIGURE 1. Vertical profiles of streamwise velocity in the channel with flexible stems and assumed notations

Moduł sprężystości elementów sprężystych wyznaczony był w bezpośrednich pomiarach i miał wartość  $E = 3630$  kPa. Założono niezmiennie wartości współczynników proporcjonalności przyjmowanych w modelu do obliczania długości drogi mieszania w obszarze z elementami sprężystymi  $k_1 = 0,100$  i nad nimi  $k_2 = 0,105$ . Chropowatość bezwzględna dna koryta była określana w badaniach hydraulicznych i wynosiła  $k_s = 0,0018$  m (Kubrak 2007).

W celu zobrazowania wpływu gęstości elementów sprężystych na rozkłady prędkości wody w korycie obliczenia wykonano dla elementów o średnicy przekroju  $d = 0,00095$  m oraz spadku dna koryta  $i = 0,0087$ , przy zmienianej gęstości elementów sprężystych ( $m$ ) w zakresie od 500 do 10 000 elementów na  $1 \text{ m}^2$  powierzchni dna koryta.

W celu zilustrowania wpływu średnicy elementów na rozkłady prędkości wody zakładano w obliczeniach zmien-

ne wartości średnic walcowych elementów sprężystych ( $d$ ) równe odpowiednio: 0,0005, 0,00095, 0,0015, 0,002, 0,0025, 0,003 m, przy stałym spadku dna koryta  $i = 0,0087$  oraz gęstości elementów sprężystych  $m = 2500$  elementów na  $1 \text{ m}^2$  powierzchni dna koryta.

Z kolei dla pokazania wpływu podłużnego spadku dna koryta na obliczane rozkłady prędkości wody zakładano spadki dna ( $i$ ) równe odpowiednio: 0,0007, 0,0017, 0,0027, 0,0037, 0,0047, 0,0057, 0,0067, 0,0077, 0,0087, 0,0097, 0,0107. Natomiast średnica przekroju elementów była stała  $d = 0,00095$  m, podobnie jak gęstość elementów sprężystych  $m = 2500$ .

### Wyniki obliczeń

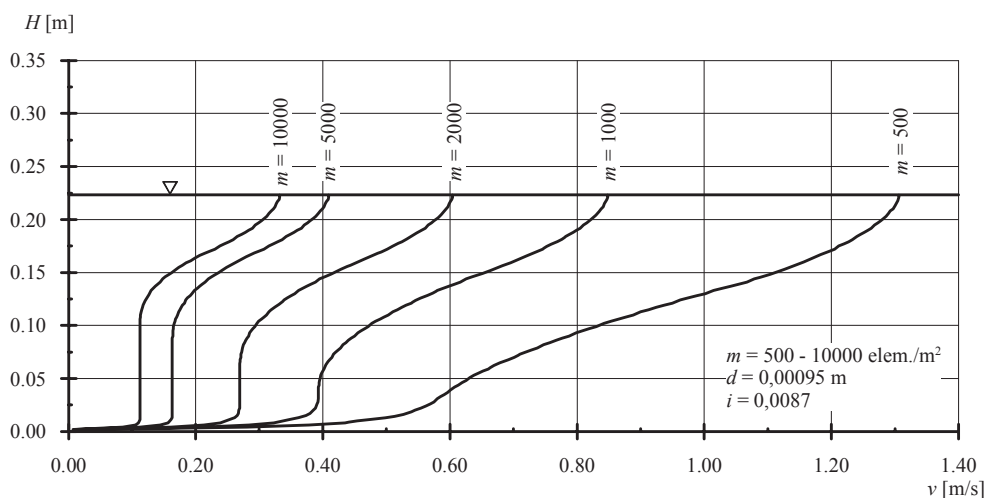
Wybrane rozkłady obliczanych prędkości przepływu wody w korycie dla średnicy elementów równej  $d = 0,00095$  m, spadku dna koryta  $i = 0,0087$  oraz

zmiennej gęstości elementów sprężystych na dnie koryta ( $m$ ) przedstawiono na rysunku 2.

Na rysunku 3 przedstawiono obliczone rozkłady prędkości wody przy zmiennej średnicy elementów oraz

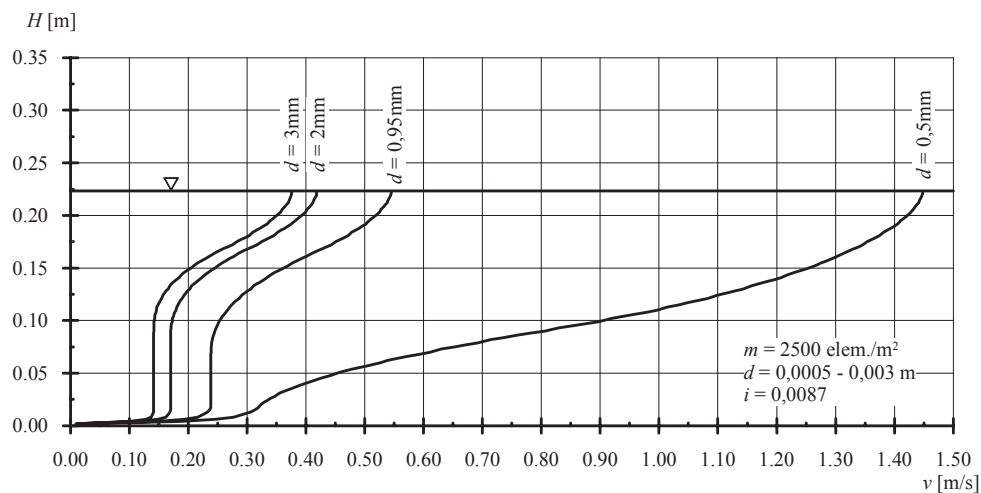
stałym spadku dna koryta równym  $i = 0,0087$  i równomiernym rozmieszczeniu  $m = 2500$  elementów na  $1 \text{ m}^2$  powierzchni dna koryta.

Na rysunku 4 przedstawiono obliczone rozkłady prędkości wody przy zmien-



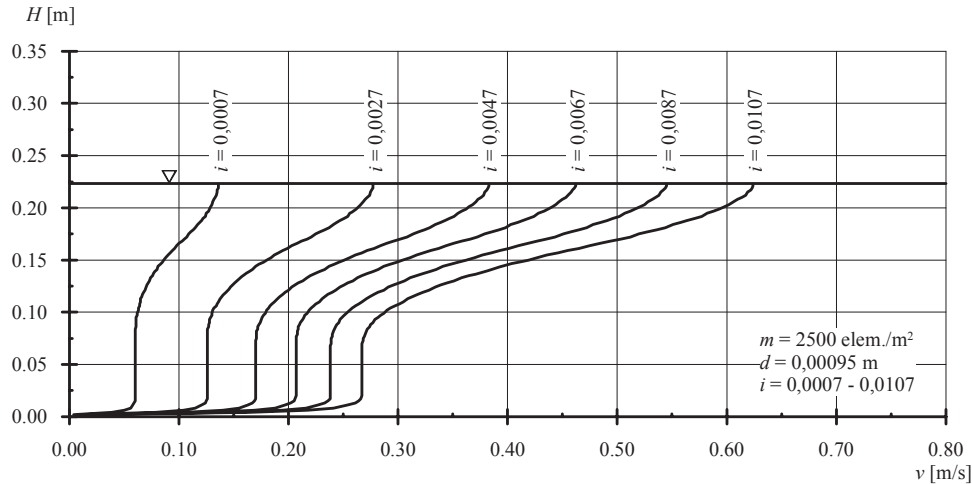
RYSUNEK 2. Obliczone rozkłady prędkości wody w korycie przy różnych gęstościach elementów sprężystych na dnie koryta

FIGURE 2. Calculated velocity profiles as function of the elements density



RYSUNEK 3. Obliczone rozkłady prędkości wody przy różnych wartościach średnic elementów sprężystych

FIGURE 3. Calculated velocity profiles as function of the element diameter



RYSUNEK 4. Obliczone rozkłady prędkości wody w korycie przy różnych spadkach dna koryta  
 FIGURE 4. Calculated velocity profiles as function of the bottom slope

nym spadku dna koryta ( $i$ ) oraz średnicy elementów sprężystych  $d = 0,00095$  m i występowaniu  $m = 2500$  elementów na  $1$  m<sup>2</sup> powierzchni dna koryta.

Cechą charakterystyczną obliczonych rozkładów prędkości jest wysoki gradient prędkości przy dnie w obszarze z elementami. W obszarze z elementami sprężystymi wartości prędkości są stałe i maleją wraz z rosnącą liczbą elementów sprężystych na dnie koryta, zwiększeniem średnicy elementów i zmniejszeniem spadku dna koryta. Zasięg strefy stałej prędkości w obszarze z elementami sprężystymi skraca się wraz ze zmniejszeniem gęstości elementów, zmniejszeniem ich średnicy lub wzrostem spadku dna. Wartości prędkości wody szybko rosną w pobliżu końców elementów i bezpośrednio nad nimi, osiągając największe wartości w płaszczyźnie zwierciadła wody. W celu scharakteryzowania zmian wartości prędkości obliczono średnie prędkości (rys. 1):

- $v_{sr}$  – na całej głębokości przepływu  $H$ ,

- $v_{sr1}$  – w obszarze z elementami sprężystymi na głębokości  $h$ ,
- $v_{sr2}$  – ponad elementami sprężystymi na wysokości  $H - h$ .

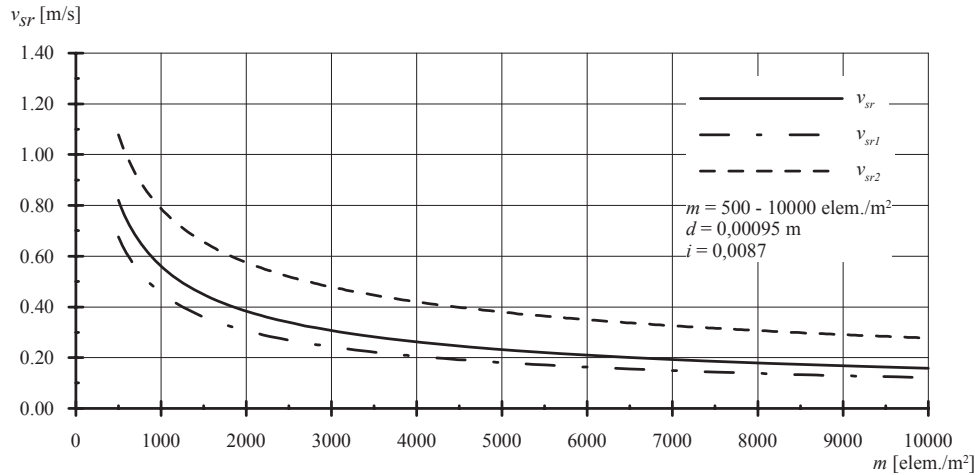
Wyznaczone w ten sposób wartości prędkości średnich przedstawiono na rysunkach 5, 6 i 7 w funkcji gęstości elementów sprężystych, ich średnicy, podłużnego spadku dna koryta i wyrównano potęgowymi równaniami regresji, dla których podano współczynniki determinacji.

Zmiany średnich prędkości przepływu wody wraz z gęstością elementów sprężystych o stałej średnicy  $d = 0,00095$  m, przy niezmiennym spadku podłużnym dna  $i = 0,0087$ , przedstawiono na rysunku 5. Zmiany te w obszarze z elementami, ponad nimi i w całym przekroju opisano zależnościami regresyjnymi:

$$v_{sr} = 24,83m^{-0,55} \quad R^2 = 0,995 \quad (1)$$

$$v_{sr1} = 23,85m^{-0,57} \quad R^2 = 0,999 \quad (2)$$

$$v_{sr2} = 18,07m^{-0,45} \quad R^2 = 0,988 \quad (3)$$



RYSUNEK 5. Zmiany prędkości średnich wraz z gęstością elementów sprężystych na dnie  
 FIGURE 5. Relation between men velocities in layers and elements density

Z rysunku 5 wynika, że średnie prędkości przepływu wody w obszarze z elementami, ponad nimi i w całym przekroju maleją wraz ze wzrostem gęstości elementów ( $m$ ).

Wzrost średnicy elementów sprężystych wpływa na zwiększenie oporów przepływu i zmniejszenie prędkości przepływu wody w każdym z obszarów przekroju koryta. Zmiany prędkości średnich w profilu wraz ze zmianą średnicy elementów sprężystych przedstawiono na rysunku 6.

Zmiany średnich prędkości przepływu wody w wymienionych obszarach opisano zależnościami:

$$v_{sr} = 0,0016d^{-0,80} \quad R^2 = 0,887 \quad (4)$$

$$v_{sr1} = 0,0019d^{-0,74} \quad R^2 = 0,926 \quad (5)$$

$$v_{sr2} = 0,0043d^{-0,72} \quad R^2 = 0,860 \quad (6)$$

Na rysunku 7 przedstawiono wybrane obliczone rozkłady prędkości wody przy zmiennym spadku dna ( $i$ ), stałej średnicy elementów sprężystych  $d = 0,00095$  m

oraz rozmieszczeniu  $m = 2500$  elementów na  $1 \text{ m}^2$  powierzchni dna koryta.

Zmiany wartości średnich prędkości wody w każdym z obszarów wraz z podłużnym spadkiem dna koryta opisano potęgowymi funkcjami regresji:

$$v_{sr} = 4,62i^{0,56} \quad R^2 = 0,999 \quad (7)$$

$$v_{sr1} = 3,65i^{0,55} \quad R^2 = 0,999 \quad (8)$$

$$v_{sr2} = 6,89i^{0,55} \quad R^2 = 0,999 \quad (9)$$

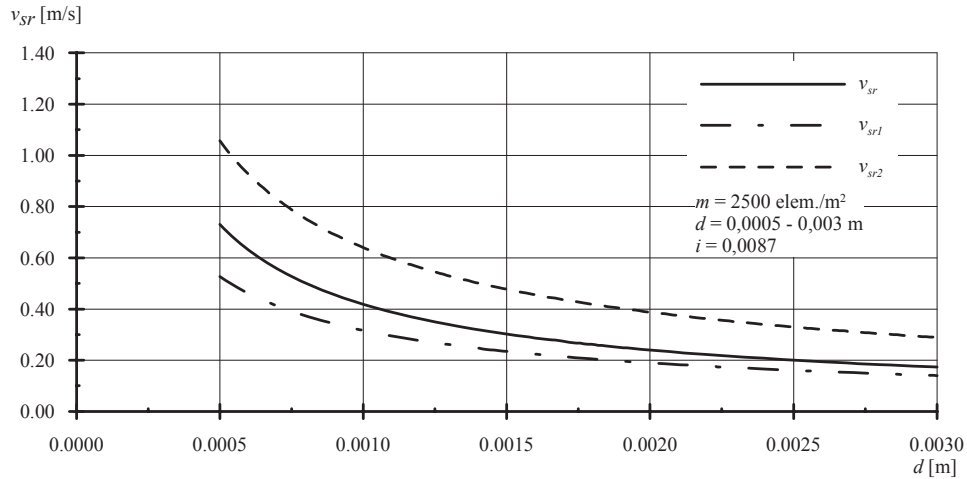
Na rysunku 8 przedstawiono wartości prędkości dynamicznych w funkcji gęstości elementów sprężystych na dnie koryta, spadku dna oraz średnicy elementów. Zmiany prędkości dynamicznych z wymienionymi elementami opisano zależnościami regresyjnymi:

$$v_* = 0,19t^{-0,53} \quad R^2 = 0,997 \quad (10)$$

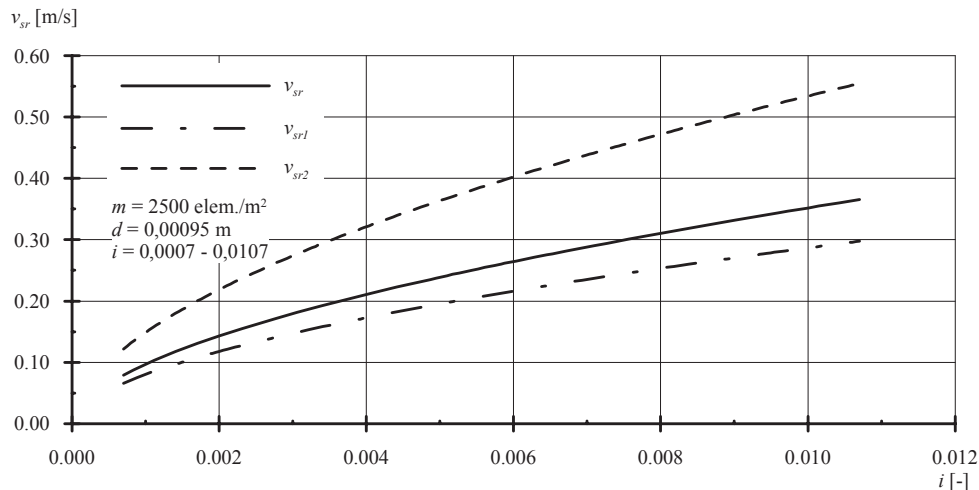
$$v_* = 1,34m^{-0,57} \quad R^2 = 0,995 \quad (11)$$

$$v_* = 0,0002d^{-0,62} \quad R^2 = 0,947 \quad (12)$$

Ugięcie w przekroju mocowania elementu na dnie koryta jest równe zeru i osiąga maksymalną wartość na wyso-



RYSUNEK 6. Zmiany prędkości średnich wraz ze średnicą elementu sprężystego  
 FIGURE 6. Relation between men velocities in layers and diameter of the element



RYSUNEK 7. Zmiany średnich prędkości wody wraz ze spadkiem podłużnym dna koryta  
 FIGURE 7. Relation between men velocities in layers and slope of the channel

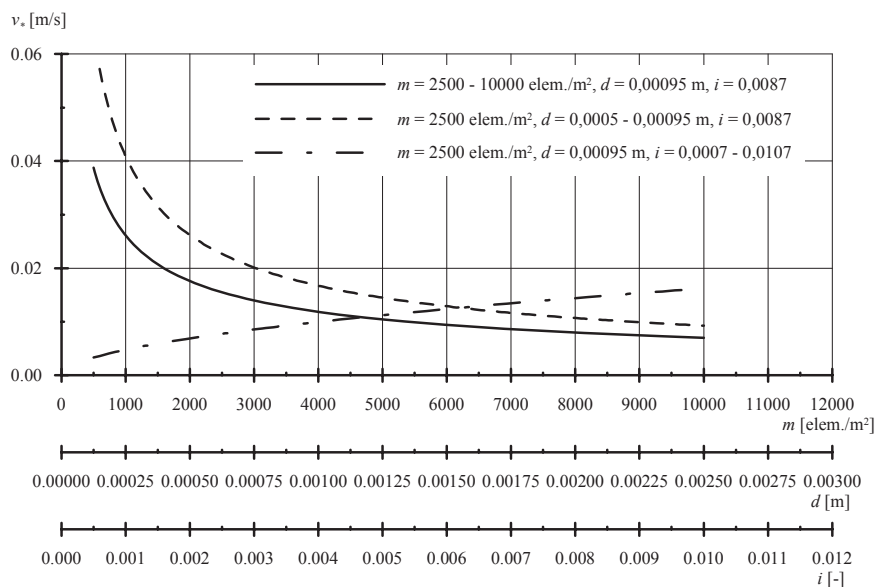
kości wierzchołków elementów. Wzrost gęstości elementów sprężystych w korycie lub zwiększenie średnicy elementów powoduje zmniejszenie ich ugięcia. Ugięcie elementów sprężystych wzrasta wraz ze zwiększeniem spadku podłużnego dna. Wartość ugięcia wierzchołków elementów w funkcji ilości elementów

sprężystych na dnie koryta, średnicy elementów oraz spadku podłużnego dna pokazano na rysunku 9 oraz opisano zależnościami regresyjnymi:

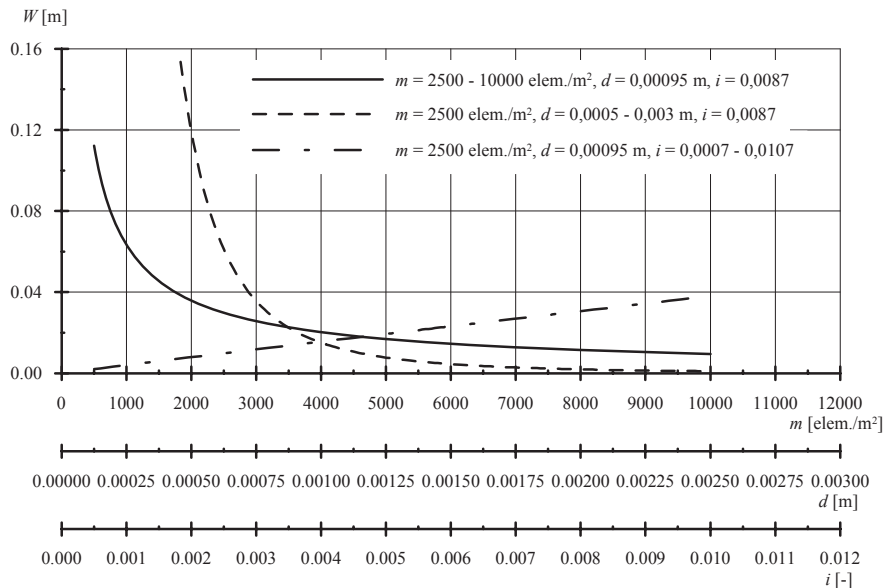
$$W = 18,59m^{-0,82} \quad R^2 = 0,985 \quad (13)$$

$$W = 8 \cdot 10^{-12}d^{-3,09} \quad R^2 = 0,964 \quad (14)$$

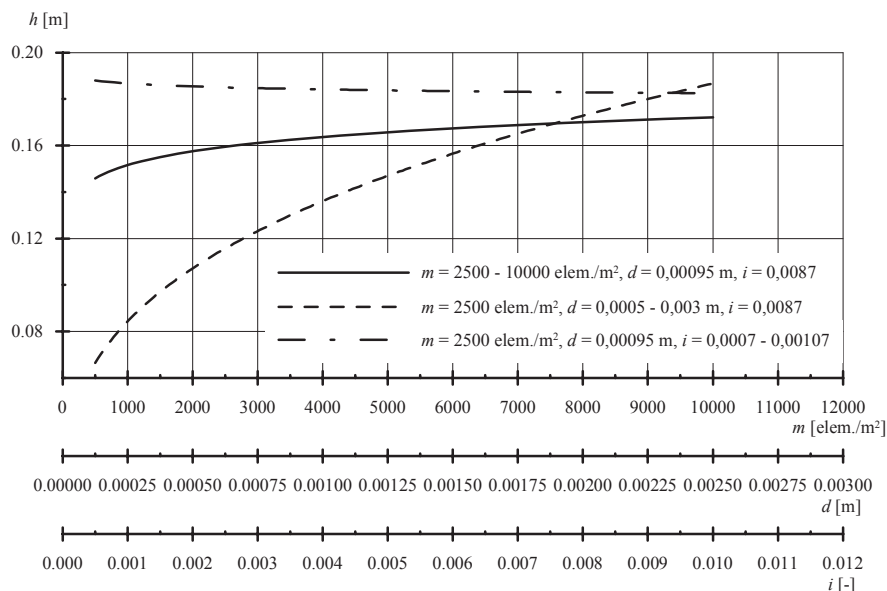
$$W = 3,25i^{0,07} \quad R^2 = 0,999 \quad (15)$$



RYSUNEK 8. Zmiany prędkości dynamicznych wraz z gęstością elementów, średnicą elementów sprężystych na dnie oraz spadkiem dna koryta  
 FIGURE 8. Relation between dynamical velocity and elements density, diameter of the elements and slope of the channel



RYSUNEK 9. Zmiany wartości ugięcia elementów sprężystych wraz z gęstością elementów sprężystych na dnie, średnicą elementów oraz spadkiem dna koryta  
 FIGURE 9. Relation of the flexible stem deflection and elements density, diameter of the elements and slope of the channel



RYSUNEK 10. Zmiany wysokości obszaru zajętego przez elementy sprężyste wraz z gęstością elementów sprężystych na dnie, średnicą elementów oraz spadkiem dna koryta  
 FIGURE 10. Relation between height of the layer with flexible stems and elements density, diameter of the elements and slope of the channel

W bezpośrednim związku z wartościami ugięcia elementów sprężystych jest wysokość ( $h$ ) obszaru zajętego przez te elementy (rys. 1). Wysokość ta maleje wraz ze zmniejszeniem gęstości elementów, zmniejszeniem ich średnicy oraz wzrostem spadku dna koryta.

Na rysunku 10 przedstawiono zmiany wysokości obszaru zajętego przez ugięte elementy sprężyste wraz ze zmianą ich gęstości, średnicy oraz podłużnego spadku dna. Zależności regresyjne, wiążące zmiany wysokości obszaru zajętego przez elementy sprężyste, mają postać:

$$h = 0,10m^{0,05} \quad R^2 = 0,752 \quad (16)$$

$$h = 1,02d^{0,29} \quad R^2 = 0,665 \quad (17)$$

$$h = 0,16i^{-0,01} \quad R^2 = 0,703 \quad (18)$$

## Podsumowanie

Na podstawie analizy uzyskanych wyników obliczeń prędkości przepływu wody w korycie z elementami sprężystymi stwierdzono, że:

1. Rozkłady prędkości wody w obszarze z elementami sprężystymi cechują się szybkim wzrostem prędkości przy dnie, stałą wartością prędkości na wysokości ugiętych elementów i ponownym wzrostem prędkości tuż nad elementami, aż do wartości maksymalnej na zwierciadle wody.
2. Wartości prędkości rosną wraz ze zmniejszeniem gęstości elementów na powierzchni dna, zmniejszaniem ich średnicy i ze wzrostem podłużnego spadku dna koryta.
3. Występują wyraźne, bardzo mocne związki regresyjne między śred-



- nią prędkością przepływu wody w całym przekroju, w strefie z i bez elementów, a gęstością elementów – równania (1), (2), (3), średnicą elementów – równania (4), (5), (6) oraz spadkiem dna koryta – równania (7), (8), (9).
4. Podobne związki regresyjne występują dla prędkości dynamicznych – równania (10), (11), (12), wartości ugięcia elementów – równania (13), (14), (15), oraz wysokości obszaru zajętego przez ugięte elementy sprężyste – równania (16), (17), (18).

## Literatura

- KUBRAK E. 2006: Opis rozkładu prędkości przepływu wody w korycie z elementami sprężystymi. *Przegląd Naukowy Inżynieria i Kształtowanie Środowiska* 2(34): 90–98.
- KUBRAK E. 2007: Rozkłady prędkości wody w korytach otwartych z elementami symulującymi roślinność. Rozprawa doktorska. Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska SGGW, Warszawa.
- WIELGOSZ P. 2008.: Rozkłady prędkości wody w korytach otwartych z elementami sprężystymi. Praca inżynierska na kierunku Inżynieria Środowiska, Wydział Inżynierii i Kształtowania Środowiska SGGW, Warszawa.

## Summary

**Description of the water velocity profiles in open channel flow through submerged flexible stems.** The water flow velocities in open channel through submerged flexible stems calculated using stationary uniform flow equation are presented. The cantilever beam theory is used to compute the deflection of the flexible stem. The turbulent shear stresses were calculated using Boussinesq equation. In order to relate turbulent stresses to velocity gradients mixing length theory was used (Kubrak E. 2006, 2007). The new numerical scheme is appropriate for analysis of the vertical velocity profile through submerged flexible stems for given bottom roughness. Distributions of the water flow velocity in open channels with stems density, diameters of the stem and channel slope are given. Mean velocities and their regression equations for the layer with stems, above stems and cross section of the channel are given.

### Author's address:

Elżbieta Kubrak  
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego  
Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska  
ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa  
Poland