

Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki¹

MODELOWANIE SPRZEDAŻY PALIW PŁYNNYCH NA PODSTAWIE DZIENNYCH SZEREGÓW CZASOWYCH

THE MODELLING OF THE SALES OF LIQUID FUEL FOR DAILY DATA

Studium Matematyki, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie
al. Piastów 48, 71-331 Szczecin

¹ Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie
ul. Klemensa Janickiego 31, 71-270 Szczecin

Abstract. The papers present analysis of econometrical modelling of the daily retail sales of liquid fuel. There were analysed one petrol station of the firm which plays important role on the fuel market. The variable was described by time series hierarchical models with two types of seasonal variations: weekly variations and 12 months ones. Additionally there were included feast-days and days before and after feast-days.

Słowa kluczowe: modele szeregu czasowego, dane dzienne, sprzedaż paliw.
Key words: daily data, sales of liquid fuel, time series models.

WSTĘP

W publikacjach statystyczno-ekonometrycznych, poświęconych prezentacji wyników modelowania i prognozowania zjawisk ekonomicznych dla danych o okresie krótszym niż rok, dominują prace, w których okresem jednostkowym jest kwartał lub miesiąc, lub dekada. Sezonowość najczęściej opisywana jest za pomocą zmiennych zero-jedynkowych o sumie parametrów przy nich występujących równej zero. Znacznie rzadziej do tego używany jest wielomian trygonometryczny o składowych sinuso- i cosinusoidalnych tworzących harmoniki, których liczba równa jest połowie cyklu wahań. Modele te mogą być wykorzystywane tak długo, aż spełniona zostanie zasada dynamicznego *status quo*. Opiera się ona na założeniu, że wypadkowa wszystkich czynników oddziałujących na badane zjawisko jest w przybliżeniu stała. W sytuacji, gdy założenie to nie jest spełnione, dobre wyniki osiąga się, stosując modele wyrównania wykładniczego Holta-Wintersa.

OPIS METODY

Skracaniu długości okresu jednostkowego do tygodnia lub dnia towarzyszy wystąpienie komplikacji w przebiegu procesu modelowania. Wynikają one przede wszystkim z tego, że decyzje podejmowane przez klientów o zakupie towaru lub usługi w konkretnej jednostce handlowej lub usługowej mają charakter losowy. Odnosi się to zwłaszcza do sytuacji, w której potencjalny klient ma możliwość wyboru.

Ponadto silne zakłócenia o charakterze losowym w przebiegu zjawisk ekonomicznych związane są, szczególnie w okresie zimowym, z dużymi wahaniami temperatury czy z obfitymi opadami śniegu, którym często towarzyszą zawieje i zamiecie śnieżne.

Natomiast bezpośrednio trudności w opisie zmiennych wynikają m.in. z różnej liczby dni w miesiącach, braku całkowitego podzielnika dni w miesiącu oraz dni w tygodniu. Kolejne komplikacje związane są z występowaniem ruchomych dni świątecznych (Wielkanoc, Boże Ciało) oraz dni świątecznych przypadających w tych samych terminach, ale w różnych dniach tygodnia.

Wskazanie przesłanek komplikujących przebieg samego procesu modelowania, a następnie prognozowania oraz wyższy rząd zakłóceń o charakterze losowym nie oznacza bynajmniej, że tego rodzaju prób nie należy podejmować. Za ich podejmowaniem przemawia fakt, że znaczną część wskazanych wyżej czynników można opisać na przykład poprzez wprowadzenie zespołów zmiennych zero-jedynkowych. Zapis ogólny takiego modelu będzie następujący:

$$Y_t = f(t) + \sum_{k=1}^m d_{ok} Q_{kt} + \sum_{i=1}^7 d_{i0} Q_{it} + \sum_{j=1}^r a_{j0} D_{0jt} + U_t \quad (1)$$

gdzie:

$$\sum_{k=1}^{12} d_{ok} = \sum_{i=1}^7 d_{i0} = 0$$

$$Y_t = e^{f(t) + \sum_{k=1}^{12} \delta_{ok} Q_{kt} + \sum_{i=1}^7 \delta_{i0} Q_{it} + \sum_{j=1}^r \beta_{j0} D_{0jt} + U_t} \quad (2)$$

gdzie:

$$\sum_{k=1}^{12} \delta_{ok} = \sum_{i=1}^7 \delta_{i0} = 0.$$

WYNIKI MODELOWANIA

Modelowaniu i prognozowaniu poddano kształtowanie się dziennej sprzedaży paliw płynnych w jednej z kilku stacji benzynowych znajdujących się w miejscowości A i jej najbliższej okolicy. Dane statystyczne, wykorzystane do estymacji parametrów modeli opisujących badaną zmienną, obejmują okres od 7 stycznia roku pierwszego do 31 grudnia roku następnego (724 obserwacje). Natomiast okres prognozowany obejmuje 348 dni (do 15 grudnia)

Kształtowanie się badanej zmiennej przedstawiono graficznie na rys. 1.

Zostały oszacowane dwa zmodyfikowane modele opisane równaniami (1) i (2). Modyfikacja polegała na tym, że elementy równe minus jeden, oznaczające sumowalność do zera parametrów występujących przy zmiennych, zastąpiono zerami. Parametry występujące przy nich będą zatem odchyleniami od ostatniego dnia tygodnia (niedziela) i ostatniego miesiąca w roku (grudzień). W obu przypadkach różnią się one jedynie tym, że funkcja trendu $f(t)$ jest odpowiednio funkcją pierwszego lub drugiego stopnia.

Zmienne zero-jedynkowe Q_{kt} oraz Q_{it} oznaczają odpowiednio: numer miesiąca w roku oraz numer dnia w tygodniu. Natomiast zmienne zero-jedynkowe D_{jt} oznaczające dni świąteczne zastąpiono odpowiednimi skrótami, a skróty nazw dni okołoswiątecznych otrzymano, poprzedzając skróty nazw świąt symbolem P_:

NROK – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu Nowego Roku,

P_NROK – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu poprzedzającym Nowy Rok i dzień po nim następujący,

WIELK – zmienna przyjmująca wartość jeden w pierwszym i drugim dniu Wielkanocy,
P_WIELK – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu poprzedzającym Wielkanoc
i dzień po niej następujący,

M1_3 – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniach 1–3 maja,

PM1_3 – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu 30 kwietnia i 4 maja,

BC – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu święta Bożego Ciała,

P_BC – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu poprzedzającym święto Bożego Ciała
i dzień po nim następujący,

WNMP – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu święta Najświętszej Panny Marii
(15 sierpnia),

P_WNP – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu poprzedzającym święto Najświęt-
szej Panny Marii i dzień po nim następujący,

WSW – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu święta Wszystkich Świętych (1 listo-
pada),

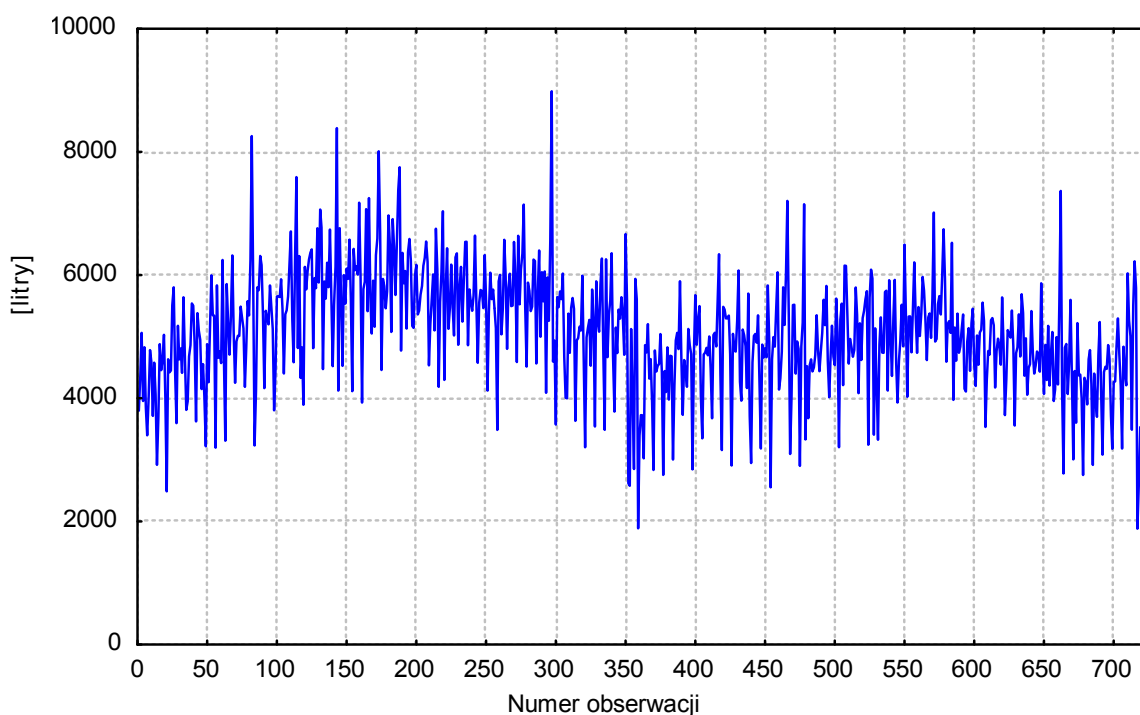
P_WSW – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu poprzedzającym dzień Wszystkich
Świętych i dzień po nim następujący,

L11 – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu Święta Niepodległości (11 listopada),

P_L11 – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu poprzedzającym Święto Niepodle-
głości i dzień po nim następujący,

BN – zmienna przyjmująca wartość jeden w pierwszy i drugi dzień Bożego Narodzenia

P_BN – zmienna przyjmująca wartość jeden w dniu poprzedzającym Bożego Narodzenie
i dzień po nim następujący



Rys. 1. Kształtowanie się dziennej sprzedaży paliw płynnych w stacji benzynowej A

W tabeli 2 zestawiono oszacowane równania z trendami wielomianowymi i wykładniczymi.

Tabela 2. Oceny parametrów strukturalnych i struktury stochastycznej modeli szeregu czasowego sprzedaży paliw

Zmienna	Model z trendem wielomianowym stopnia		Model z trendem wykładniczym o stopie wzrostu	
	pierwszego	drugiego	stałej	zmiennej
Wyraz wolny	5564,56*	5362,89	8,60522	8,56083
t	-1,6445	0,4238	-0,00032	0,00013
t^2		-0,00286		-6,359·10⁻⁷
Q_{1t}	362,65	364,60	0,07797	0,07840
Q_{2t}	335,74	338,07	0,07286	0,07338
Q_{3t}	429,61	433,43	0,08348	0,08432
Q_{4t}	880,44	880,65	0,17644	0,17648
Q_{5t}	499,70	499,65	0,09994	0,09993
Q_{6t}	-564,54	-564,33	-0,13924	-0,13920
Q_1	-1173,39	-1187,63	-0,22925	-0,23238
Q_2	-781,66	-803,97	-0,14451	-0,14942
Q_3	-483,76	-527,33	-0,08914	-0,09873
Q_4	-170,33	-231,26	-0,02747	-0,04088
Q_5	103,03	31,01	0,03024	0,01439
Q_6	206,46	129,03	0,04808	0,03104
Q_7	390,92	313,20	0,08542	0,06831
Q_8	303,45	230,83	0,07279	0,05680
Q_9	48,90	-13,73	0,02316	0,00937
Q_{10}	206,35	159,16	0,04817	0,03779
Q_{11}	-381,52	-406,92	-0,07282	-0,07841
NROK	-834,60	-996,45	-0,21393	-0,24956
P_NROK	-2617,36	-2661,81	-0,83305	-0,84283
WIELK	-814,36	-804,58	-0,18120	-0,17905
P_WIELK	319,23	328,72	0,05804	0,06013
M1_3	-916,30	-910,64	-0,18092	-0,17968
PM1_3	4,42	3,68	-0,02296	-0,02312
BC	-1417,66	-1407,65	-0,27865	-0,27644
P_BC	55,89	64,23	-0,04602	-0,04419
WNMP	-453,04	-452,50	-0,08616	-0,08604
P_WNP	-687,17	-687,59	-0,13889	-0,13899
WSW	-501,68	-512,26	-0,14111	-0,14344
P_WSW	-612,18	-611,89	-0,11800	-0,11793
LI11	573,50	567,99	0,12502	0,12381
P_LI11	-480,40	-485,80	-0,10098	-0,10217
BN	-1898,31	-1889,39	-0,46009	-0,45812
P_BN	-2080,63	-2072,24	-0,57050	-0,56866
R ²	0,5165	0,5394	0,5598	0,5730
SE	682,8	674,4	717,5	707,4
VSE	0,1350	0,1334	0,1419	0,1399
DW	1,94	1,99	2,02	2,08

*Pogrubioną czcionką wyróżniono oceny parametrów statystycznie istotnych.

Z informacji zawartych w drugim i trzecim wierszu tabeli wynika, że otrzymano ujemne oceny parametry trendów przy zmiennej czasowej t lub t^2 . Świadczy to o spadkowej tendencji sprzedaży paliw płynnych. Oceny parametrów przy zmiennej t w modelu liniowym i modelu wykładniczym o stałej stopie wzrostu informują odpowiednio o przeciętnym spadku dziennej sprzedaży o 1,64 litra lub o 0,032 procent.

Jak wspomniano wyżej, oceny parametrów przy zmiennych Q_{kt} oraz Q_{it} są odchyleniami od wyrazu wolnego wyznaczonego dla niedziel i grudnia.

Wszystkie oceny odnoszące się do dni tygodnia są statystycznie istotne. Dodatkowo oceny w przypadku wymienionych dni tygodnia otrzymano dla dni od poniedziałku do czwartku. Najwięcej paliw sprzedano we czwartki, a najmniej we wtorki. Oceny parametrów dla tych dni wynosiły odpowiednio 880,4 i 335,74 (litra). Ocenę ujemną (-564,54) otrzymano dla sobót.

W przypadku miesięcy statystycznie istotne ujemne oceny odchyłeń notowano od stycznia do marca oraz dla listopada; w przypadku modelu z trendem kwadratowym także dla kwietnia. Ocenę maksymalną (wartości bezwzględnej) otrzymano dla stycznia. Natomiast statystycznie istotne oceny dodatnie otrzymano dla miesięcy wakacyjnych: lipca i sierpnia oraz października. Wśród nich najwyższą oceną charakteryzuje się lipiec, a najniższą listopad.

Analizując istotność parametrów dla dni świątecznych oraz dni poprzedzających i następujących po nich, można stwierdzić, że jedynie dla okresów noworocznego i bożonarodzeniowego otrzymano wszystkie parametry istotne statystycznie. Z pozostałych dni świątecznych istotne oceny otrzymano dla Wielkanocy, dla 1–3 Maja oraz dla Bożego Ciała.

Istotne oceny parametrów dla dni przed- i poświątecznych otrzymano dla świąt Wniebowzięcia Najświętszej Marii Panny i Wszystkich Świętych.

Występowanie znaczących różnic w dniach świątecznych bądź je poprzedzających lub po nich następujących w miesiącach wiosenno-letnich wynika częściowo z faktu istnienia tzw. długich czy wydłużonych weekendów, co polega na tym, że przy 1–2 dniach urlopu otrzymywano wolny cały tydzień. W przypadku Wszystkich Świętych istotność dnia przed- i poświątecznego wynika z wyjazdów. Natomiast parametry dotyczące Święta Niepodległości (11 listopada) okazały się statystycznie nieistotne.

Zdecydowanie najwyższe ujemne oceny dotyczące dni świątecznych i okołoswiątecznych otrzymano dla okresu noworocznego, a następnie dla okresu bożonarodzeniowego.

Najwyższe, ale nieistotne statystycznie oceny dodatnie otrzymano dla Święta Niepodległości i okresu przed i po Wielkanocy.

Oszacowane równania wyjaśniają kształtowanie się wielkości sprzedaży w zakresie od 51,65 do 57,30%. Nie są to wartości zbyt duże, jednak współczynniki zmienności losowej, przyjmujące wartości z przedziału 13,34–14,19%, świadczą o spełnieniu 15-procentowego kryterium dopuszczalności. Sytuacja, w której oceny współczynników determinacji nie są wysokie, a współczynniki zmienności losowej spełniają kryteria dopuszczalności dla zmiennych z wahaniami okresowymi, w przypadku niewielkich zmian trendu nie jest czymś wyjątkowym (por. Hozer i Zawadzki 1977).

Oceny statystyk Durбина-Watsona otrzymano dla wszystkich modeli kształtujących się na poziomie bliskim zero. Świadczy to o braku autokorelacji składników losowych rzędu pierwszego. Oceny współczynników determinacji dla równań z trendem kwadratowym i trendem wykładniczym przyjęły nieco większe wartości niż w przypadku równań z trendem liniowym

oraz trendem wykładniczym o stałej stopie wzrostu. Jednocześnie dla tych pierwszych otrzymano nieco niższe oceny współczynników zmienności losowej rozpatrywanych w ramach trendów wielomianowych i wykładniczych. Niższymi ocenami tych współczynników charakteryzuje się równanie z trendem wielomianowym. Równanie to ma zatem nieznacznie lepsze własności predyktywne. Najniższą ocenę otrzymano w przypadku równania z trendem kwadratowym (13,94%), a najwyższą w przypadku równania z trendem wykładniczym o stałej stopie wzrostu.

PODSUMOWANIE

Z przedstawionych w pracy rozważań wynika, że modele szeregu czasowego rozbudowane o zespoły zmiennych zero-jedynkowych, charakteryzujących występowanie świąt i dni okołoswiątecznych, mogą być użyte do opisu sprzedaży paliw płynnych przy danych dziennych mimo stosunkowo dużych wahań o charakterze losowym. Jednocześnie otrzymanie dla wszystkich oszacowanych równań ocen współczynników zmienności losowej mniejszych od 15% oznacza, że mogą być one wykorzystane do budowy prognoz. Najpierw należy zbudować prognozy *ex post* oraz przeprowadzić ich empiryczną weryfikację, obliczając odpowiednie mierniki ich dokładności: ogółem, według dni tygodnia czy według miesięcy. Dla celów budowy prognoz *ex ante* należy wybierać modele charakteryzujące się najniższymi ocenami przeciętnych błędów względnych prognoz wygasłych.

PIŚMIENNICTWO

Hozer J., Zawadzki J. 1990. Zmienna czasowa i jej rola w badaniach ekonometrycznych. Warszawa, PWN.