

УДК 627.23.4

## ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ ЗМІНИ ВІЛЬОТУ ВАНТАЖУ БАШТОВОГО КРАНА ЗА ОДИНИЧНИМИ КІНЕМАТИЧНИМИ КРИТЕРІЯМИ

Yuriy Romasevich, Georg Shumilov

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine  
Heroiv Oborony Str. 15, Kiev, 03041, Ukraine

**Анотація.** Проведено аналіз досліджень оптимізації процесів руху вантажопідйомних машин із гнучким підвісом вантажу. Побудовано динамічну та математичну моделі механізму зміни вильоту вантажу баштового крана. Отримано оптимальні режими руху елементів механізму зміни вильоту вантажу, які реалізують роботу механізму з мінімальним відхиленням гнучкого підвісу вантажу від вертикалі.

**Ключові слова:** баштовий кран, механізм зміни вильоту, коливання вантажу, оптимізація режимів руху.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Під час роботи механізмів баштового крана виникають маятникові коливання вантажу, що призводять до підвищених динамічних навантажень в металоконструкціях та приводних механізмах крана, що спричиняє втомленісне руйнування конструкції крана і передчасний вихід обладнання з ладу, ускладнює точність виконання перевантажувальних операцій, негативно впливає на фізіологічний стан кранівника та безпечну експлуатацію крана в цілому.

Для вирішення даної проблеми необхідно усунути небажані фактори при роботі кранових механізмів зокрема мінімізації коливань вантажу на гнучкому підвісі шляхом вибору оптимального закону руху вантажного візка з вантажем.

### АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Дослідженнями оптимізації процесів руху вантажопідйомних машин із гнучким підвісом вантажу займались Смахов А.О. і Єрофеев М.І. [1]. Вони розглянули типові задачі оптимального керування підйомно-транспортними машинами, обґрунтували параметри керування і критерії оптимальності.

У роботах Григорова О.В. [2] та Свиргуна В.П. [3] за допомогою використання принципу максимуму Л.С.Понтрягіна отримані закони керування рухом візка (двомасова модель), який має мінімальне число перемикань керувань (постійних зусиль), при якому візок з вантажем переміщується на задану відстань з повним усуненням коливань вантажу.

М.М. Перельмутер, Я.Л. Геронімус, Л.М. Поляков [4, 5] розробили теорію синтезу оптимальних законів керування на базі теорії моментів. Запропонований підхід полягає в тому, що попередньо визначають закон коливань вантажу, при якому задовольняються технологічні умови роботи крана. Закон коливань вантажу задається у вигляді многочлена, степень якого залежить від кількості умов, що накладаються на цей закон. При цьому мінімізується середньоквадратичне значення похідної вищого порядку диференціального рівняння, що описує коливальний процес. Виходячи із закону коливань вантажу визначається закон зміни швидкості візка або крана.

В роботах [6, 7] для усунення коливань вантажу використано класичне варіаційне числення. На основі мінімізації оптимізаційних критеріїв синтезуються закони керування рухом кранового візка, які усувають коливання вантажу протягом всього циклу горизонтального переміщення вантажу. Для мінімізації декількох небажаних показників руху візка використовуються комплексні критерії.

Монографія Ф.Л. Черноуська, Л.Д. Акуленка, Б.Н. Соколова [10] присвячена проблемі керування маятниковими системами. Л.Д. Акуленко [11] в подальшому розвинув цей науковий напрям. У своїх працях вони отримали ряд точних розв'язків типових задач оптимального переміщення маятника при різних обмеженнях на параметри керування і фазові координати. В якості керуючого параметру обрано швидкість точки підвісу маятника, але деякі отримані результати на практиці реалізувати неможливо.

Проаналізувавши дослідження, що проводилися в області оптимізації законів руху механізму зміни вильоту вантажу вантажопідійомних машин, помічено, що повністю позбутись коливань вантажу поки що не вдається, а оптимізація режимів руху механізму зміни вильоту вантажу баштового крана детально не розглядалася.

Тому, спираючись на існуючі дослідження, пропонується обрати критерій оптимальності та побудувати оптимальні закони руху механізму зміни вильоту вантажу баштового крана.

Мета роботи полягає в усуненні коливань вантажу на гнучкому підвісі при роботі механізму зміни вильоту вантажу баштового крана шляхом оптимізації закону руху приводного механізму при зменшенні до мінімуму небажаних факторів в процесі його роботи.

### РЕЗУЛЬТАТИ ТА ДИСКУСІЯ

Розглянемо процес побудови оптимальних режимів руху кранового візка з гнучким підвісом вантажу, при якому усувають коливання в системі «візок-вантаж». Оптимізація режимів руху проводиться для тримасової динамічної моделі (рис. 1) механізму зміни вильоту вантажу баштового крана, яка враховує основний рух візка, коливальний рух вантажу на гнучкому підвісі відносно візка, коливальний рух візка відносно приводного барабану за рахунок врахування пружності канату. Враховується також рушійний момент  $M_p$  на приводному барабані і сила опору  $W$  переміщенню візка. Така модель повністю відповідає умовам поставленої задачі, оскільки необхідно позбутись коливань вантажу за рахунок вибору режимів руху барабану механізму зміни вильоту вантажу.

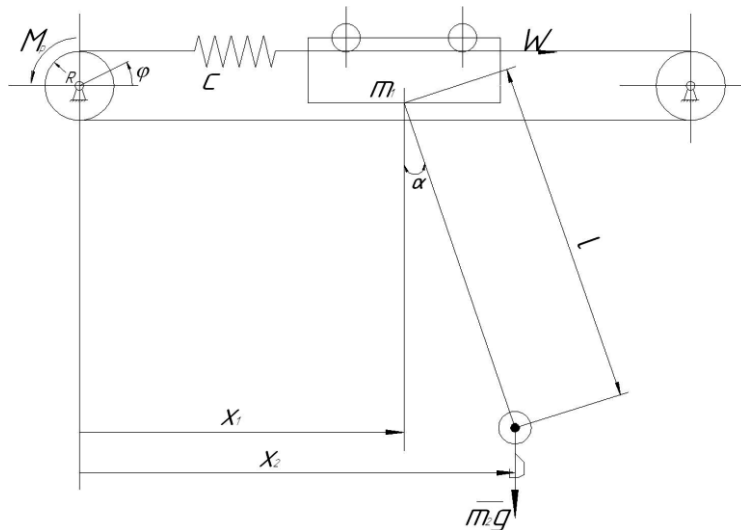


Рис. 1. Динамічна модель зміни вильоту вантажу баштового крана

За узагальнені координати у цій моделі прийнято лінійні координати центрів мас візка  $x_1$  і вантажу  $x_2$  та кутова координата повороту барабану механізму переміщення візка -  $\varphi$  (рис. 1).

Вважаємо, що всі елементи крана рухаються у вертикальній площині, а вантаж коливається на гнучкому підвісі, який вважається нерозтяжним, невагомим і абсолютно гнучким. Приймаємо, що статичний опір переміщенню кранового візка  $W$  є постійною величиною, оскільки відхилення поліспавної системи від вертикалі в процесі зміни вильоту вантажу є незначними і вони практично не змінюють величину статичного опору. Разом з тим інерційні навантаження, що діють на візок в результаті відхилення вантажу є значними і їх необхідно враховувати.

Для даної динамічної моделі застосуємо рівняння Лагранжа другого роду, в результаті чого отримаємо систему диференціальних рівнянь другого порядку, що описують рух розробленої моделі:

$$\begin{cases} I_n \ddot{\varphi} = M_p - cR(\varphi R - x_1), \\ m_1 \ddot{x}_1 = c(\varphi R - x_1) - W - m_2 g \frac{x_1 - x_2}{l}, \\ m_2 \ddot{x}_2 = m_2 g \frac{x_1 - x_2}{l}, \end{cases} \quad (1)$$

де:  $c$  - коефіцієнт пружності каната;  $M_p$  - рушійний момент на привідному барабані;  $R$  - радіус барабана;  $W$  - сила статичного опору переміщенню каретки;  $m_1, m_2$  - маси, відповідно, каретки і вантажу;  $I_n$  - приведений до осі повороту барабана момент інерції привідного механізму;  $g$  - прискорення вільного падіння;  $l$  - довжина гнучкого підвісу вантажу.

Прийняте в системі (1) припущення, що  $\sin \alpha = \alpha$  базується на тому, що кут  $\alpha$  змінюється в незначних межах ( $<12^\circ$ ) [9].

З третього рівняння системи (1) виразимо координату центра мас візка  $x_1$  через координату вантажу  $x_2$  і її похідні за часом:

$$\begin{cases} x_1 = x_2 + \frac{l}{g} \ddot{x}_2, \\ \dot{x}_1 = \dot{x}_2 + \frac{l}{g} \ddot{x}_2, \\ \ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 + \frac{l}{g} x_2'''. \end{cases} \quad (2)$$

В якості критеріїв оптимальності руху вантажного візка можуть виступати кінематичні характеристики механічної системи „візок-вантаж”: середньоквадратичне відхилення вантажу від вертикалі точки підвісу протягом часу перехідного процесу та на ділянці усталеного руху і його вищі похідні за часом:

$$\left[ \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} [(x_1 - x_2)^{(n)}]^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min, \quad n = 0, 1, \dots, m, \quad (3)$$

де:  $n$  – порядок підінтегрального виразу оптимізаційного критерію;  $m$  – максимальний порядок підінтегрального виразу;  $t$  - час;  $t_0, t_1$  - початковий та кінцевий моменти часу руху системи.

Головна вимога, яка ставиться до оптимального закону керування знайденого за допомогою запропонованого оптимізаційного критерію: до кінця перехідного процесу візок і вантаж повинні мати однакові переміщення та швидкості. Знайдемо порядок  $n$  підінтегральних

виразів такий, при якому б ця вимога виконувалась, а оптимальні закони керування можна було б реалізувати на практиці.

Мінімізувати критерій (3) можна шляхом мінімізації інтегральної частини у виразах цих критеріїв. Екстремалі функціоналу (3) будемо шукати у вигляді функції переміщення вантажу від часу. В подальшому від неї можна легко перейти до функцій параметрів керування візком: його швидкістю або приводним зусиллям. Враховуючи систему рівнянь (1) інтегральну частину критерію за формулою (3) можна записати таким чином:

$$\int_{t_0}^{t_1} [(x_1 - x_2)^{(n)}]^2 dt = \frac{l^2}{g} \int_{t_0}^{t_1} [x_2^{(n+2)}]^2 dt. \quad (4)$$

Умовою мінімуму такого інтегрального функціоналу є рівняння Ейлера-Пуассона [8]:

$$\sum_{i=0}^{n+2} (-1)^i \frac{d^i}{dt^i} \frac{\partial P_n}{\partial x_2^i} = 0. \quad (5)$$

Рівняння (5) в даному випадку можна записати таким чином:

$$x_2^{(2n+4)} = 0. \quad (6)$$

Для знаходження потрібної функції з сімейства інтегральних кривих, які є розв'язками рівняння (6), необхідно використати  $2n+4$  крайових умов руху механічної системи „візок-вантаж”, причому таких, які б задовольняли поставлену вище вимогу.

Для синтезу оптимальних законів керування за допомогою варіаційного числення необхідно задатись оптимізаційним критерієм та крайовими умовами руху вантажу протягом руху.

Запишемо інтегральний функціонал, який підлягає мінімізації:

$$I_{\Delta\ddot{x}} = \int_0^{t_1} \Delta\ddot{x}^2 dt \rightarrow \min, \quad (7)$$

де:  $\Delta\ddot{x} = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_2$ .

Умовою мінімуму цього функціоналу є рівняння Ейлера-Пуассона (5), яке в даному випадку з урахуванням третього рівняння системи (1) запишеться таким чином:

$$x_2^{vIII} = 0. \quad (8)$$

Для знаходження потрібної функції з сімейства інтегральних кривих задамо крайові умови, які з урахуванням системи рівнянь (1) запишуться таким чином:

$$\begin{cases} x_2 = 0, \quad \dot{x}_2 = 0, \quad \ddot{x}_2 = 0, \quad \ddot{\ddot{x}}_2 = 0, & \text{при } t = 0, \\ \dot{x}_2 = v; \quad \ddot{x}_2 = 0, \quad \ddot{\ddot{x}}_2 = 0, \quad x_2^{IV} = 0, & \text{при } t = t_1. \end{cases} \quad (9)$$

Використавши програму Mathematica v.7 розв'яжемо диференціальне рівняння (8).

Опустимо проміжні перетворення та запишемо функцію, яка є розв'язком рівняння (8) при крайових умовах (9) – функцію переміщення вантажу протягом процесу пуску візка та її вищі похідні за часом:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{vt^4}{7t_1^6} [-10t^3 + 42t^2t_1 - 63tt_1^2 + 35t_1^3], \\ \dot{x}_2 &= \frac{vt^3}{t_1^6} [-10t^3 + 36t^2t_1 - 45tt_1^2 + 20t_1^3], \\ \ddot{x}_2 &= \frac{-60vt^2}{t_1^6} (t - t_1)^3. \end{aligned} \quad (10)$$

З урахуванням системи рівнянь (2) знаходимо як будуть змінюватись аналогічні функції для візка:

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{vt^2}{7gt_1^6} \left[ -420l(t-t_1)^3 + gt^2(-10t^3 + 42t^2t_1 - 63tt_1^2 + 35t_1^3) \right], \\ \dot{x}_1 &= \frac{vt}{gt_1^6} \left[ -60l(5t-2t_1)(t-t_1)^2 + gt^2(-10t^3 + 36t^2t_1 - 45tt_1^2 + 20t_1^3) \right], \\ \ddot{x}_1 &= \frac{-v}{gt_1^6} \left[ 60(t-t_1)(gt^2(t-t_1)^2 + 2l(10t^2 - 8tt_1 + t_1^2)) \right].\end{aligned}\quad (11)$$

Підставивши вище знайдені функції в друге рівняння системи (1), знаходимо координату кути повороту барабана -  $\varphi$  та її похідні за часом (швидкість та прискорення):

$$\varphi = \frac{1}{7cgrt_1^6} (-420 \cdot l(t-t_1)(ct^2(t-t_1)^2 + 2m_1(10t^2 - 8tt_1 + t_1^2))v + gt^2(-420m_1(t-t_1)^3 - 420m_2(t-t_1)^3 + ct^2(-10t^3 + 42t^2t_1 - 63tt_1^2 + 35t_1^3))v - 7gt_1^6W), \quad (12)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{cgrt_1^6} (gt(-300(m_1+m_2)t^3 - 10ct^5 + 36t^2(20(m_1+m_2)+ct^2)t_1 - 45t(12(m_1+m_2)+ct^2)t_1^2 + 20(6(m_1+m_2)+ct^2)t_1^3 - 60l(ct(5t-2t_1)(t-t_1)^2 + 6m_1(10t^2 - 12tt_1 + 3t_1^2)))v), \quad (13)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{1}{cgrt_1^6} (60(-g(t-t_1)(20(m_1+m_2)t^2 + ct^4 - 2t(8(m_1+m_2)+ct^2)t_1 + (2(m_1+m_2)+ct^2)t_1^2 + 2l(m_1(-60t+36t_1) - c(t-t_1)(10t^2 - 8tt_1 + t_1^2)))v). \quad (14)$$

Дослідимо як буде змінюватись динамічне приводне зусилля (зусилля необхідне для приведення у рух мас візка і вантажу, тобто момент на валу приводного барабана) при керуванні рухом візка за приведеними вище законами, для цього підставимо вище знайдені функції в перше рівняння системи (1):

$$\begin{aligned}M_p &= -\frac{1}{cgrt_1^6} (60I_n(g(t-t_1)(20(m_1+m_2)t^2 + ct^4 - 2t(8(m_1+m_2)+ct^2)t_1 + (2(m_1+m_2)+ct^2)t_1^2 + \\ &2l(12m_1(5t-3t_1) + c(t-t_1)(10t^2 - 8tt_1 + t_1^2)))v + cR^2(60(t-t_1)(g(m_1+m_2)t^2(t-t_1)^2 + \\ &+ 2lm_1(10t^2 - 8tt_1 + t_1^2))v + gt_1^6W)).\end{aligned}\quad (15)$$

Для отриманих вище законів руху барабана, вантажу та візка (10)-(19) побудуємо графіки (приведені нижче графіки побудовані при таких умовах  $v=0.61$  м/с,  $m_1=300$  кг,  $m_2=10000$  кг,  $l=50$  м,  $t_1=10$ с,  $I_n=1165.4$  кг·м<sup>2</sup>,  $R=0.14$  м,  $W=7296$  Н,  $c=4.2510^5$  Н/м; штриховою лінією зображені кінематичні характеристики руху вантажу) (рис. 2, а-г).

## ВИСНОВОК

Графічний аналіз представлених залежностей показує, що отриманий режим руху забезпечує усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі відносно візка. Разом з тим необхідно відмітити певні недоліки отриманого закону керування, а саме ненульові прискорення візка при пуску механізму. Необхідно прагнути до того, щоб прискорення на початку руху були рівні нулю – це дасть змогу усунути ривкові навантаження на барабан та кінематичні пари механічних передач, а також зменшити значення рушійного моменту на початку руху. Крім того, необхідно досягти якомога плавнішого виходу візка на номінальну швидкість. Отриманий закон руху не може забезпечити виконання цих вимог. Для забезпечення плавного руху візка необхідно використати оптимізаційні критерії більш високого порядку.

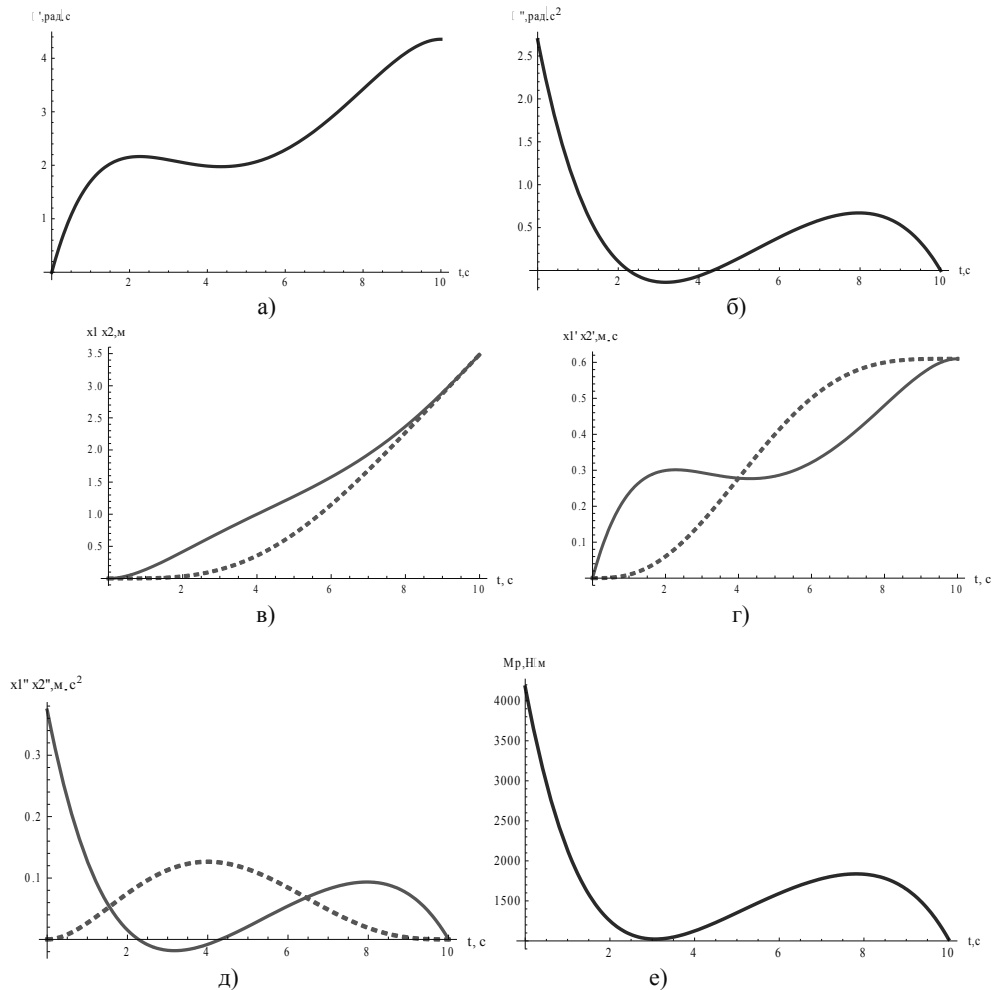


Рис. 2. Графіки зміни швидкості (а) та прискорення (б) привідного барабана, переміщення (в), швидкості (г), прискорення (д) візка та вантажу і моменту на валу привідного барабана (е)

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Смахов А.А. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / А.А. Смахов, Н.И. Єрофєєв. – М.: Машиностроение, 1975. – 239 с.
2. Григоров О.В. Совершенствование рабочих характеристик крановых механизмов: дисс. на соиск. степ. доктора техн. наук: 05.05.05. – Х., 1995. – 386 с.
3. Свиргун В.П. Разработка оптимальных законов управления мостовым грейферным краном и применение микропроцессорной системы для их реализации: автореф дисс. на соиск. степ. канд. техн. наук: спец. 05.05.05 „Подъемно-транспортные машины” – Х., 1989. – 15 с.
4. Геронимус Я.Л. О некоторых методах определения оптимального закона движения, рассматриваемого как управляющее воздействие / Я.Л. Геронимус, М.М. Перельмутер // Машиноведение. – 1966. – № 6. – С. 6–24.
5. Перельмутер М.М. Устранение колебаний груза, подвешенного к крановой тележке, воздействием на его электропривод / М.М. Перельмутер, Л.Н. Поляков // Известия вузов. Электромеханика. – 1971. – № 7. – С. 769–774.

6. Ловейкін В.С. Динамічна оптимізація підйомних машин / В.С. Ловейкін, А.П. Нестеров. – Х.: ХНАДУ, 2002. – 291 с.
7. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / В.С. Ловейкин. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
8. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
9. Лобов Н.А. Динамика грузоподъемных кранов / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
10. Черноусько Ф.Л. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноусько, Л.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. – М.: Наука, 1980. - 384 с.
11. Акуленко Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления / Л.Д. Акуленко. – М.: Наука, 1987. – 368 с.

#### OPTIMIZATION BEHAVIOR OF VARIATION BOOM OF HOISTING CRANE FOR SINGULAR KINEMATICAL CRITERIONS

**Summary.** The analysis of research process optimization of motion of lifting equipment with flexible suspension load. Construct dynamic mathematical model of mechanism and luffing tower crane load. The optimal regimes of motion of telements change mechanism departure of cargo, which implement the mechanism with maximum deviation of flexible suspension load from vertical.

**Key words:** hoisting crane, luffing mechanism, fluctuations in load, optimization of the motion.