

PRĘDKOŚĆ PRZESUWU TAŚMY FILMOWEJ
W PRZYPADKU RUCHU OGÓLNEGO

Andrzej Marciniak

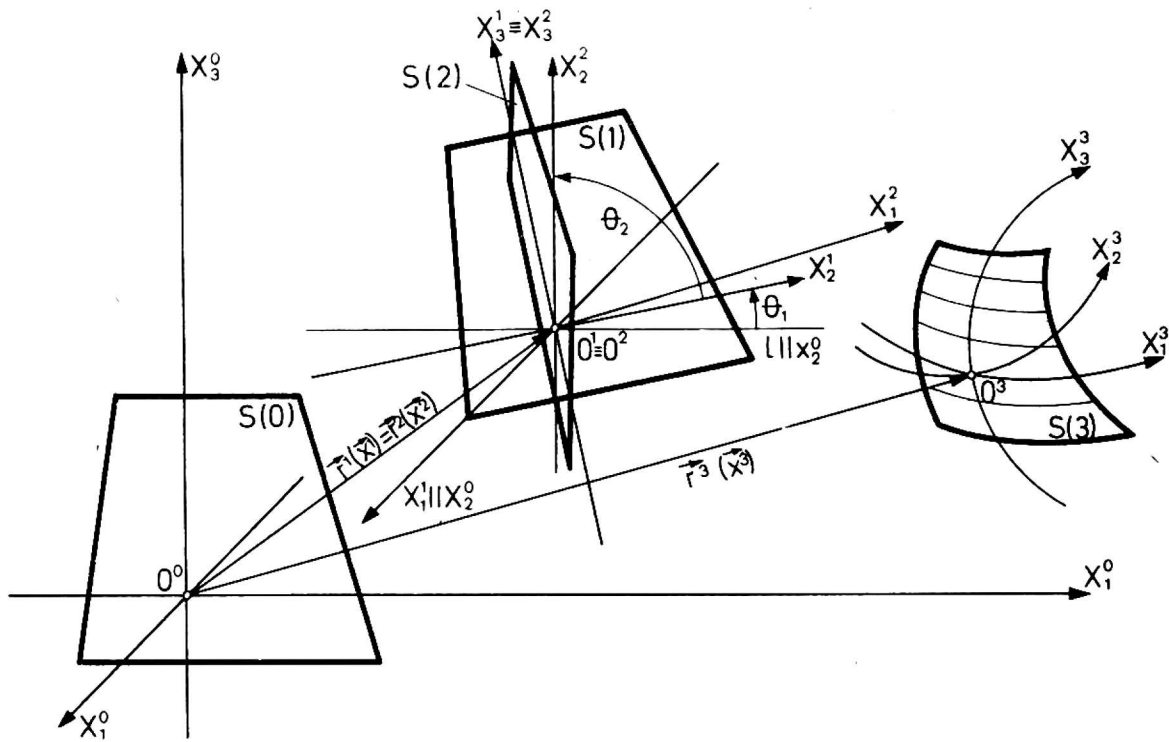
Instytut Mechanizacji Rolnictwa, Akademia Rolnicza w Lublinie

Teoria konstrukcji maszyn rolniczych zawiera w sobie dwa obszerne działy: teorię procesu roboczego oraz teorię wytrzymałości elementów roboczych. Zagadnienia niżej przedstawione są ściśle związane z teorią procesu roboczego, którego badanie eksperymentalne może odbywać się w zasadzie tylko dwoma metodami, to jest elektrycznymi i optycznymi. W metodach elektrycznych do określenia wielkości mierzonych parametrów wykorzystywane są zjawiska elektromagnetyczne i promieniotwórcze, natomiast w metodach optycznych holografia i pokrewne jej techniki oraz zapis obrazu zrealizowany w czasie rzeczywistym a odtwarzanym następnie w czasie relatywnie mniejszym lub większym. Problem, który jest przedmiotem tego opracowania, dotyczy analizy obrazu filmowego oglądanego w znacznym zwolnieniu.

Zagadnienie doboru właściwej prędkości przesuwu taśmy filmowej jest jednym z głównych problemów zastosowania techniki „zdjęć szybkich”. Ponieważ film jest utrwalonym obrazem geometrycznym zjawiska, dlatego też stanowi on często jedyną dostępną obecnie technikę bezpośredniego śledzenia zmian konfiguracji badanego układu mechanicznego. Prędkość przesuwu taśmy powinna więc uwzględniać szybkość zmian owych konfiguracji. Na rysunku 1 przedstawiono zmienne, których zbiór kształtuje ruch ciała stałego odkształcalnego. Tymi zmiennymi w analizowanym przypadku będą: początki układu współrzędnych O^i ($i=1, 2, \dots$) oraz układy współrzędnych; prostoliniowe x_j^0, x_j^1, x_j^2 ($j=0, 1, 2$) i krzywoliniowe x_j^3 ($j=1, 2, 3$) (ze względów formalnych - matematycznych - przyjmuje się układy ortogonalne). Początki układu współrzędnych będą opisywane przez wektory \vec{r} , natomiast kolejne układy współrzędnych

będą ze sobą powiązane macierzami na przykład cosinusów kątów θ . Na rysunku 1 podano przykładowo jedynie dwa kąty. Przedmiotem analizy będzie więc zmienność konfiguracji powierzchni odniesienia $S(i)$. Właściwe wybranie powierzchni odniesienia ma tutaj duże znaczenie (bardziej szczegółowe omówienie tych problemów można znaleźć w pracach Mardia [1], Stojana [4]).

Przedstawiona na rysunku 1 kinematyka powierzchni odniesienia



Rys. 1. Zmienne mające wpływ na obraz konfiguracji

S jest przykładem ruchu ogólnego wraz z deformacją. Ruch ogólny składa się z ruchu postępowego ($S(0) \rightarrow S(1)$, $S(2) \rightarrow S(3)$) oraz ruchu kulistego ($S(1) \rightarrow S(2)$), który charakteryzuje się obrotem wokół wybranego stałego punktu ($O^1 = O^2$). Śledzenie ruchu postępowego związane jest z dużo mniejszymi trudnościami niż obserwowanie ruchu kulistego.

Zasadniczym celem opracowania jest przedstawienie metodycznych podstaw wyznaczania prędkości przesuwu taśmy, jak również próba wstępnego określenia częstotliwości odczytu klatek filmu. Ruch kulisty ma tę szczególną cechę, że poszczególne jego fazy mogą trwać krótko w porównaniu z czasem trwania wybranego cyklu tego ruchu. Cykle te mogą być powtarzalne i to w dwojakim sensie: determinowanym i stochastycznym oraz niepowtarzalne. Zmiany jakościowe, które mogą zachodzić w poszczególnych fazach cyklu, są często

bardzo znaczne. Tak na przykład ostateczne tworzenie węzła w aparacie wiążącym odbywa się w bardzo krótkim czasie, stanowiącym tylko niewielką część czasu trwania cyklu. Podobnymi przykładami mogłyby być sytuacje, w których powstają warunki umożliwiające transport materiału słomiastego w szczelinie transportera ślimakowego oraz wydobywanie ziarna z kłosa.

Prędkość przesuwu taśmy powinna być taka, aby ruch utrwalony na dwóch kolejnych klatkach przedstawiał sytuacje nierozróżnialne. Przedział czasu, oddzielający momenty utrwalenia dwóch kolejnych obrazów, niech wynosi Δ . Wyznaczenie wartości Δ jest złożone w przypadku procesu losowego. Należy w tym wypadku oszacować dwa momenty probabilistyczne: wartość średnią \bar{r} i funkcję korelacyjną $\tilde{K}\bar{r}(\tau)$ z następujących wzorów:

$$\bar{r} = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{r}(t) dt \quad (1)$$

$$\tilde{K}\bar{r}(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} [\bar{r}(t) - \bar{r}][\bar{r}(t+\tau) - \bar{r}] dt \quad (2)$$

gdzie T - przedział czasu, w którym jest analizowany proces.

Przedstawiony zapis jest zapisem czysto formalnym, a wykorzystanie jego może być spełnione w dwóch przypadkach: gdy wykona się określoną ilość pomiarów trajektorii \bar{r} , lub gdy zostanie zbudowany jej model teoretyczny oraz przyjmie się określony również teoretyczny rozkład prawdopodobieństwa czynników wywołujących ruch. Pierwszy sposób gwarantuje dużą dokładność i można z niego korzystać wówczas, gdy program założonych badań jest szczególnie bogaty, oraz gdy analizowany ruch charakteryzuje się bardzo znacznymi przyspieszeniami. Ten sposób wymaga jednak zaangażowania znacznych środków technicznych, co może być decydującą przeszkodą. Natomiast drugi sposób wymaga jedynie, poza znajomością przybliżonej teorii zjawiska, tak jak w pierwszej metodzie, dostępu do maszyny matematycznej.

Sposób pierwszy polega na wybraniu pewnego fragmentu cyklu, charakteryzującego się istotnymi, a jednocześnie w miarę reprezen-

tatywnymi dla całości cechami. W przypadku pracy transportera ślimakowego może to być na przykład wchodzenie materiału słomiastego do szczeliny lub początkowa faza ruchu tego materiału w szczelinie. Po ustaleniu wybranego elementu drogi należy obraz jego wielokrotnie utrwalić. Za podstawę ustalania prędkości przesuwu taśmy należy przyjąć prędkość najszybciej poruszającego się elementu roboczego. Oczywiście obowiązywać tutaj musi zasada nierozróżnialności faz ruchu na dwóch sąsiednich klatkach. Należy zaznaczyć, że te orientacyjne badania wykonuje się na jednym rodzaju materiału roślinnego. W omawianym przypadku pracy ślimaka wystarczyło ten sam fragment ruchu czterokrotnie sfilmować, co dało około 60 powtórzeń wybranego fragmentu ruchu. Analizując następnie zmiany konfiguracji powierzchni odniesienia $S(i)$ znajduje się parametry opisujące ruch. Można tutaj przeanalizować na przykład tylko jeden parametr najszybciej zmieniający się. Korzystając z wzorów (1) i (2) należy określić wartość średnią i funkcję korelacyjną, przy czym funkcja ta będzie w dalszej analizie stanowić jej podstawę, a wartość średnia pełni tutaj jedynie rolę orientacyjną. Należy zaznaczyć, że kompletny program pomiaru ruchu musi obejmować: jednoczesne filmowanie wszystkich jego stopni swobody oraz konieczne warianty eksperymentalne w rodzaju: różnych gatunków (a nawet odmian) roślin, zróżnicowanych wilgotności i składu botanicznego masy roślinnej, pełnego zakresu regulowanych parametrów urządzenia itp. W cytowanym przykładzie transportera ślimakowego celowe byłoby przeprowadzenie owych badań wstępnych. Są jednak urządzenia, gdzie takie postępowanie jest zupełnie niemożliwe, ponieważ największa prędkość robocza jest duża i jednocześnie pojawia się stosunkowo rzadko, co uniemożliwia uzyskanie dostatecznie dużej ilości wyznaczonych fragmentów ruchu z niewielkiej liczby powtórzeń. Za przykład może tutaj posłużyć aparat wiążący, w przypadku którego na jednej taśmie filmowej można utrwalić zaledwie jeden cykl, a tym samym jeden wyznaczony fragment ruchu. Nie zawsze odwołanie się do zasady maksymalnej prędkości roboczej daje od razu pozytywny rezultat przy empirycznym ustalaniu postaci funkcji korelacyjnej. Tak na przykład przy filmowaniu ruchu materiału w szczelinie (np. omłotowej) zachodzi czasami konieczność filmowania z prędkością znacznie większą niż by to wynikało z prędkości liniowej wirnika. Nie zawsze więc filmy próbne będą udane.

Jeżeli można przewidzieć teoretyczną postać funkcji $r_T(t)$, to wówczas można posłużyć się następującą zależnością:

$$K\bar{r}(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} \left[\left\{ \bar{r}(t) - \bar{r}_T(t) \right\} - \left\{ \bar{r} - \bar{r}_T(t) \right\} \right] \left[\left\{ \bar{r}(t+\tau) - \bar{r}_T(t) \right\} - \left\{ \bar{r} - \bar{r}_T(t) \right\} \right] dt \quad (4)$$

Zależność ta jest przykładem filtracji procesu stochastycznego. W przypadku procesów, które charakteryzują się niewielkim udziałem szumu, zależność (4) może być stosowana z dużym powodzeniem. Szczegółowo problem ten jest omawiany przez Sobczyka [2], Soonga [4] i Swiesznikowa [5].

Uzyskana na drodze eksperymentalnej lub teoretycznej funkcja korelacyjna umożliwi podanie, jak to będzie przedstawione niżej, najmniejszej prędkości przesuwu taśmy oraz wskaże, jaka musi być przyjęta częstotliwość analizy zdjęć procesu. W badaniach zasadniczych celem uzyskania wiarygodnych trajektorii konieczne jest użycie jednoczesne tylu osi optycznych ile jest stopni swobody ruchu. Ustalając powierzchnię odniesienia wystarczy poprzez trzy osie optyczne zarejestrować ruch postępowy bryły. Obroty można będzie ustalić poprzez analizę konfiguracji płaszczyzny odniesienia, wykorzystując tutaj zasady perspektywy geometrycznej. Każda oś optyczna oznacza jedną kamerę filmową i fakt ten bez wątplenia będzie stwarzał bardzo poważne trudności. Na marginesie ostatnich uwag należy stwierdzić, że istnieje wiele sytuacji, w których zachodzić będzie konieczność jednoczesnego filmowania z różną prędkością tej samej powierzchni odniesienia.

Poniżej zebrano kilka uwag na temat wyznaczania na drodze teoretycznej funkcji korelacyjnej. Niech $X(t)$ będzie daną funkcją losową wymuszającą ruch, a układ mechaniczny, w którym ów ruch egzystuje, niech będzie opisany jednorodnym operatorem L . Tak więc ruch będzie opisany zależnością:

$$Y(t) = LX(t) \quad (5)$$

Jeżeli operator L oznacza różniczkowanie lub całkowanie, to wówczas jest to operator liniowy jednorodny. Dla równania liniowego niejednorodnego:

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_1(t) \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + a_2(t) \frac{d^{n-2} y}{dt^{n-2}} + \dots + a_n(t) y = x(t) \quad (6)$$

będzie następujące rozwiązanie

$$y(t) = y_0(t) + y_1(t), \quad (7)$$

gdzie:

$$y_0(t) = \sum_{j=1}^n C_j y_j(t), \quad (\text{rozwiązanie równania jednorodnego}) \quad (8)$$

$$y_1(t) = \int_{t_0}^t \rho(t, t_1) x(t_1) dt_1, \quad (\text{rozwiązanie szczególne}) \quad (9)$$

równania niejednorodnego

$$\rho(t, t_1) = \frac{\begin{vmatrix} y_1(t_1) & y_2(t_1) & \dots & y_n(t_1) \\ \dot{y}_1(t_1) & \dot{y}_2(t_1) & \dots & \dot{y}_n(t_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1(t) & y_2(t) & \dots & y_n(t) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_1(t_1) & y_2(t_1) & \dots & y_n(t_1) \\ \dot{y}_1(t_1) & \dot{y}_2(t_1) & \dots & \dot{y}_n(t_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1^{(n-1)}(t_1) & y_2^{(n-1)}(t_1) & \dots & y_n^{(n-1)}(t_1) \end{vmatrix}} \quad (10)$$

Wartość $\rho(t, t_1)$ nie zależy od wyboru układu liniowo niezależnych rozwiązań $y_j(t)$. Jeżeli równanie różniczkowe będzie miało współczynniki stałe, wówczas rozwiązania szczególne równania jednorodnego będą miały postać $e^{\lambda_j t}$. Stałe C_j należy wyznaczyć z warunków początkowych.

Wyczerpującą charakterystykę probabilistyczną funkcji losowej $\gamma(t)$ można znaleźć wyłącznie w przypadku znajomości rozkładów wielowymiarowych funkcji $\chi(t)$. Korzystając z teorii korelacyjnej charakterystyki probabilistyczne funkcji $\gamma(t)$ mogą być otrzymane stosunkowo prosto. Tak więc będzie:

$$\bar{\gamma}(t) = L\tilde{\chi}(t) \quad (11)$$

$$\tilde{\kappa}_{\gamma}(t_1, t_2) = L_{t_1} L_{t_2} \kappa_{\chi}(t_1, t_2) \quad (12)$$

gdzie:

L_{t_i} ($i = 1, 2$) - operator działający na zmienną niezależną t_i .

Ostatni wzór jest prawdziwy dla operatorów rzeczywistych.

W przypadku operatora całkowego typu (9) wzory (11) i (12) przyjmują postać:

$$\bar{\gamma}_1(t) = \int_{t_0}^t \rho(t, t_1) \bar{\chi}(t_1) dt_1 \quad (13)$$

$$\tilde{\kappa}_{\gamma_1}(t_1, t_2) = \int_0^{t_2} \int_0^{t_1} \rho(t_1, t') \rho(t_2, t'') \kappa_{\chi}(t', t'') dt' dt''$$

Z przedstawionych rozważań wynika, że: każdemu równaniu ruchu odpowiada jemu tylko właściwa funkcja korelacyjna.

Funkcje korelacyjne mogą mieć nieraz bardzo złożoną postać analityczną. Tak na przykład w analizie ruchu materiału słomiastego w szczelinie ślimaka ważna jest zależność wiążąca, przemieszczenie poosiowe materiału (x) i stopień jego zagęszczenia (y), wyrażona wzorem

$$\gamma(t) = a_1 \chi(t) + a_2 \frac{d\chi(t)}{dt} + a_3 \int_0^t e^{-\lambda t_1} \chi(t_1) dt_1 + a_4 \quad (15)$$

Funkcja korelacyjna będzie miała w tym przypadku postać

$$\begin{aligned}
 \tilde{k}_y(t_1, t_2) &= \alpha_1^2 K_x(t_1, t_2) + \alpha_1 \alpha_2 \left[\frac{\delta K_x(t_1, t_2)}{\delta t_1} + \frac{\delta K_x(t_1, t_2)}{\delta t_2} \right] + \\
 &+ \alpha_2^2 \frac{\delta K_x(t_1, t_2)}{\delta t_1 \delta t_2} + \alpha_1 \alpha_3 \left[\int_0^{t_1} e^{-\lambda t'} K_x(t', t_2) dt' + \int_0^{t_2} K_x(t_1, t'') dt'' \right] + \\
 &+ \alpha_2 \alpha_3 \left[\int_0^{t_1} e^{-\lambda t'} \frac{\delta K_x(t', t_2)}{\delta t_2} dt' + \int_0^{t_2} e^{-\lambda t''} \frac{\delta K_x(t_1, t'')}{\delta t_1} dt'' \right] + \quad (16) \\
 &+ \alpha_3^2 \int_0^{t_2} \int_0^{t_1} e^{-\lambda(t'+t'')} K_x(t', t'') dt' dt''
 \end{aligned}$$

Często równania różniczkowe opisujące ruch są na tyle proste, że ich funkcje korelacyjne są zbliżone do następujących postaci:

$$k(\tau) = A e^{-\alpha^2 \tau^2}, \quad k(\tau) = A e^{-\alpha |\tau|} \cos \beta \tau, \quad k(\tau) = A e^{-\alpha^2 \tau^2} \cos \beta \tau, \quad (17)$$

$$k(\tau) = A e^{-\alpha |\tau|} \left(\cos \beta \tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta |\tau| \right), \quad k(\tau) = A e^{-\alpha |\tau|} (1 + \alpha |\tau|),$$

Wyliczona funkcja korelacyjna w postaci (14), czy podana przykładowo jako (16) i (17) reprezentuje proces ciągły. Można sformułować następujący problem; przy jakiej największej dopuszczalnej wartości Δ (przedziale czasu oddzielającym momenty utrwalone na dwóch kolejnych klatkach filmu), wzrost wariancji $\tilde{k}_y^{(2)}(\tau = 0)$, określonej przy kroku dyskretyzacji Δ' w stosunku do wariancji $\tilde{k}_y^{(2)}(\tau = 0)$, określonej na podstawie realizacji ciągłej ($\Delta \rightarrow 0$), wynosi δ . Wariancję należy traktować tutaj jako miarę niedokładności rozeznania zjawiska.

Dla przeprowadzenia rachunków przyjęto przykładowo, że $\tilde{u} = 0$ i $\tilde{k}_u(\tau) = A e^{-\alpha |\tau|}$, a rozkład $u(t)$ jest normalny.

Założenia te w niczym nie ograniczają ogólności rozważań. Należy podkreślić, że nie zawsze warunek normalności zachodzi. W wielu przypadkach (autor wysuwa taki wniosek na podstawie przeprowadzonych własnych badań wykonanych przy użyciu szybkobieżnej kamery) można założyć, że dla szybkozmiennych procesów zbliżonych do procesów dyfuzji (to znaczy wywodzących się z równań Fokkera - Plancka - Kołomogorowa) będzie:

$$\frac{1}{\alpha} \ll T \quad (18)$$

gdzie T - czas obserwacji.

Z zależności (2) przy $\tau = 0$ i $\tilde{u} = 0$ (w konkretnym przypadku przedstawionym na rysunku 1 $u \equiv \bar{r}$) otrzymuje się:

$$K_u^{(1)}(0) = \frac{1}{T} \int_0^T U^2(t) dt \quad (19)$$

Wariancja wyrażenia (19) (samo wyrażenie (19) jest wariancją, czyli mamy do czynienia z wariancją wariancji) przyjmuje postać:

$$D^2 \left[\tilde{K}_u^{(1)}(0) = E \left[\left\{ \tilde{K}_u^{(1)}(0) \right\}^2 \right] - \left\{ E \left[\tilde{K}_u^{(1)}(0) \right] \right\}^2 = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T K_u^2(t_2 - t_1) dt_1 dt_2 \quad (20)$$

Po podstawieniu do ostatniego wyrażenia przyjętą wyżej postać funkcji korelacyjnej oraz po scałkowaniu otrzymuje się wartość przybliżoną:

$$D^2 \left[\tilde{K}_u^{(1)}(0) = \frac{4}{T^2} A^2 \int_0^T (T - \tau) e^{-\alpha \tau} d\tau = \frac{4A^2}{T^2 \alpha^2} (\alpha T - 1), \quad (21)$$

Ostatnie wyrażenie otrzymuje się przez odrzucenie czynników $e^{-\alpha \tau}$ jako małych. Należy również zaznaczyć, że przy wyliczaniu funkcji

korelacyjnej ze wzoru (2) (w metodzie wstępnego filmowania) należy uzyskane wyrażenie bądź aproksymować wyrażeniem analitycznym, bądź też operację (20) wykonywać numerycznie. W przypadku obliczeń numerycznych krok dyskretyzacji wynosić będzie $\Delta K \geq \Delta$.

Przedstawione zależności (18) ÷ (21) są wynikiem rozważań teoretycznych, dających funkcje graniczne przy $\Delta \rightarrow 0$. W rzeczywistości wyznacza się wartości $u(t)$ w sposób dyskretny i wówczas funkcja korelacyjna przyjmuje postać:

$$\tilde{K}_u^{(2)}(0) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m u^2(j\Delta'), \quad (22)$$

a wariancja tego wyrażenia wyniesie:

$$\begin{aligned} D^2 \left[\tilde{K}_u^{(2)}(0) \right] &= \frac{1}{m^2} \left\{ \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m E \left[u^2(j\Delta') u^2(i\Delta') \right] - m^2 K_u(0) \right\} = \\ &= \frac{2}{m^2} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m K_u^2(i\Delta' - j\Delta'), \end{aligned} \quad (23)$$

Wstawiając do ostatniego wyrażenia wybraną postać funkcji korelacyjnej otrzymuje się:

$$\begin{aligned} D^2 \left[\tilde{K}_u^{(2)}(0) \right] &= \frac{2A^2}{m^2} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m e^{-2\alpha\Delta' |i-m|} = \frac{4A^2}{m^2} \sum_{r=0}^m (m-r) e^{-2\alpha r\Delta'} - \frac{2A^2}{m} = \\ &= \frac{4A^2\Delta'}{T^2} \cdot \frac{T(1 - e^{-2\alpha\Delta'}) - 2\Delta' e^{-2\alpha\Delta'}}{(1 - e^{-\alpha\Delta'})^2}, \end{aligned} \quad (24)$$

Przedstawione obliczenia są wykonane na podstawie własności momentów układu zmiennych losowych normalnych. Poszukiwaną wartość Δ' można teraz określić przez rozwiązanie równania:

$$\frac{D^2 \left[\tilde{K}^{(2)}(0) \right]}{D^2 \left[\tilde{K}^{(1)}(0) \right]} = 1 + \delta, \quad (25)$$

gdzie błąd δ jest wyrażony w częściach całości.

Dla analizowanego przypadku postać równania (25) przyjmuje formę:

$$\frac{\alpha^2 \Delta' \left[T(1 - e^{-2\alpha \Delta'}) - 2 \Delta'_{\alpha} e^{-2\alpha \Delta'} \right]}{2(\alpha T - 1) (1 - e^{-\alpha \Delta'})^2} = 1 + \delta, \quad (26)$$

Równanie to rozwiązuje się jedynie numerycznie. Porównanie Δ i Δ' daje teraz pojęcie o trafności wyboru prędkości przesuwu taśmy.

Wyliczenie wartości Δ' dla innych postaci funkcji korelacyjnych jest przedmiotem odrębnego opracowania.

Ponieważ Δ' jest czasem, jaki oddziela dwa momenty utrwalające dwie, różniące się w mierze (25), fazy ruchu, więc na tej podstawie można określić prędkość przesuwu taśmy, a zatem zadanie jest tym samym rozwiązane. Należy podkreślić, że Δ' wyliczona w drodze wstępnego filmowania może odpowiadać prędkości najszybciej poruszającego się mechanizmu tylko wyjątkowo. Jeżeli więc przy ustalaniu Δ przyjęto największą prędkość występującą w cyklu roboczym, to na ogół $\Delta' \neq \Delta$.

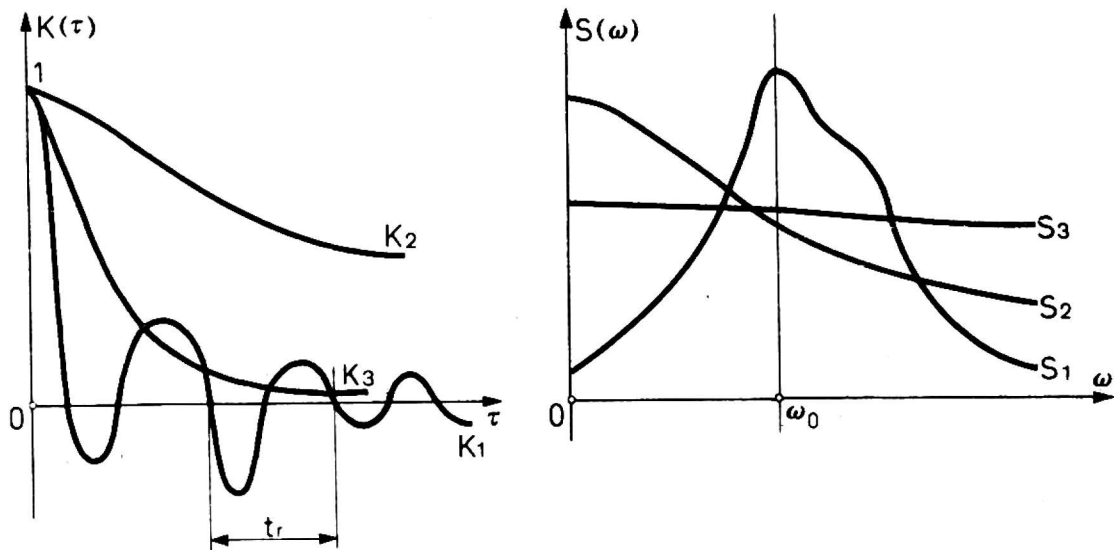
Wzór (25) może również służyć do wyznaczenia $\Delta' \alpha$ - odstępu między kolejnymi analizowanymi klatkami filmu. W tym wypadku zależność (24) przyjmie postać:

$$\frac{D^2 \left[\tilde{k}_u^{(2)}(0) \right]}{D^2 \left[\tilde{k}_u^{(1)}(0) \right]} = \frac{\alpha^2 \Delta'_{\alpha} \left[T(1 - e^{-2\alpha \Delta'_{\alpha}}) - 2 \Delta'_{\alpha} e^{-2\alpha \Delta'_{\alpha}} \right]}{2(\alpha T - 1) (1 - e^{-\alpha \Delta'_{\alpha}})^2} = 1 + \delta(\alpha)$$

gdzie $0 < \delta(\alpha) < 1$

Wyraz $\delta(\alpha) > \delta$ jest uzależniony od parametru (a w przypadku ogólnym parametrów) funkcji korelacyjnej. Stosując do funkcji korelacyjnej przekształcenie Fouriera uzyskuje się funkcję gęstości widmowej. Na rysunku 2 przedstawiono przykładowo kilka funkcji korelacyjnych $\kappa(\tau)$ i odpowiadających im funkcji gęstości widmowych

$S(\omega)$. Argument ω jest tutaj częstotliwością składowych procesu. Pole pod krzywą $S(\omega)$ jest wariancją procesu, a ω_0 częstotliwością główną odpowiadającą średniemu okresowi (\tilde{t}_r) funkcji korelacyjnej. Związki pomiędzy omawianymi funkcjami są następujące:



Rys. 2. Przykłady funkcji korelacyjnych $K(\tau)$ i odpowiadających im gęstości widmowych $S(\omega)$.

$$K(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega = 2 \int_0^{\infty} S(\omega) \cos \omega\tau d\omega; \quad (28)$$

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} K(\tau) \cos \omega\tau d\tau; \quad (29)$$

Następnie wariancja przyjmie postać:

$$K(0) = 2 \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (30)$$

Funkcja (1) charakteryzuje się pewną regularnością ($K(\tau) = K(\tau; \alpha; \beta)$), a funkcja (2) i (3) brakiem korelacji ($K(\tau) = K(\tau; \alpha)$), przy czym $\alpha_3 > \alpha_2$. Częstotliwość ω_0 znacznie może ułatwić analizę badanego procesu (ω_0 - częstotliwość przenosząca największą część wariancji).

Szczególnie złożone jest analizowanie procesów, gdy ich funkcja korelacyjna jest jednoparametrowa $K(\tau; \alpha)$, wartość $\delta(\alpha)$ można wtedy określić ze związku:

$$\delta(\alpha) = \varphi\left(\frac{1}{\alpha}\right) ; \quad (31)$$

to znaczy wielkość $\delta(\alpha)$ powinna być tym mniejsza im większy jest parametr α .

Procesy robocze maszyn do zbioru mogą być opisywane przez około sto operatorów. Wykonanie dla nich obliczeń, których schemat przedstawiono w tym opracowaniu, mogłoby posłużyć do wyznaczania Δ' oraz do szacowania Δ'_α nawet bez szczegółowego wnikania w naturę wyrażenia $\delta = \delta(\alpha_1 \dots \alpha_k)$. W tym przypadku tablice służące do określenia Δ' prędkości przesuwu taśmy pozwalałyby na dokonanie trafnego jej wyboru oraz umożliwiałyby wyznaczenie częstotliwości odczytu Δ'_α przy założonym poziomie błędu.

Filmując proces roboczy należy przy wyborze i konstrukcji miejsc mocowania kamer filmowych uwzględnić parametry funkcji korelacyjnej procesu oraz parametry funkcji korelacyjnej drgań maszyny. Zdjęcia powinny być dokonywane z możliwie małej odległości. Mocowanie kamer można wykonać bezpośrednio na maszynie, a urządzenia mocujące muszą być tak skonstruowane, aby drgając pobudzane drganiami maszyny nie powodowały zniekształcenia obrazu, którego nie można by skorygować. Jest to jednak problem zupełnie odrębny, wymagający bardzo indywidualnego podejścia.

LITERATURA

1. Mardia K. F.: Statistical of directional data. Academic Press 1972.
2. Sobczyk K.: Metody dynamiki statystycznej. PWN 1973.
3. Soong T. T.: Random Differential Equations in Science and Engineering. Academic Press 1973.
4. Stojan J. G.: Rozmieszczenie geometrycznych obiektów. Naukowa Dumka 1975.
5. Swieszniow A. A.: Příkladnyje metody teorii slučajnych funkcji. Nauka 1968.

Анджей Марциняк

СКОРОСТЬ ПЕРЕДВИЖЕНИЯ ФИЛЬМОВОЙ ЛЕНТЫ
В СЛУЧАЕ ОБЩЕГО ДВИЖЕНИЯ

Р е з ю м е

В статье рассматривается метод определения скорости передвижения filmовой ленты на основании корреляционной функции анализируемого процесса изменений конфигурации исследуемого объекта. Корреляционную функцию можно определить либо путем физических исследований вступительного, ориентировочного характера, либо путем теоретических обсуждений. Рассматривается также метод определения частоты отсчета filmовых съемок. Этот метод является лишь ориентировочным, поскольку для него не определена точная величина $\delta(\alpha, \beta)$.

Andrzej Marciniak

SHIFTING SPEED OF FILM REEL IN CASE OF GENERAL MOTION

S u m m a r y

The method of determining the film reel shifting speed on the basis of the correlative function of the analyzed process of configuration changes of the object investigated is presented in the paper. The correlative function can be determined either by physical investigations of an initial, indicatory character, or by means of the theoretical considerations. Also the method of the reading frequency of film shots is presented. This method is only tentative, as so far no exact value of $\delta(\alpha, \beta)$ was determined for it.