

## ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ МЕХАНИЗМОВ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ МАШИН С ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ПОСТОЯННОГО ТОКА

*Вячеслав Ловейкин, Юрий Ромасевич*

*Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины*

*Украина, г. Киев, ул. Героев Оборона, 15*

*Vyacheslav Loveykin, Yuriy Romasevich*

*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine*

*Heroiv Oborony Str., 15, Kiev, Ukraine*

**Аннотация.** Решена вариационная задача определения оптимального режима движения механизма грузоподъемной машины. Движение механизма описывается дифференциальным уравнением третьего порядка. Установлены условия применения закона движения. Результаты проиллюстрированы графическими зависимостями.

**Ключевые слова:** грузоподъемная машина, оптимизация движения, уравнение Эйлера-Пуассона, функционал, прямой вариационный метод.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Для большого количества механизмов грузоподъемных машин важным показателем их работы является уровень динамической мощности привода. Уменьшение уровня динамической мощности привода позволяет эксплуатировать механизмы грузоподъемных машин с высоким КПД (уменьшаются вредные затраты энергии на нагрев привода и изнашивание элементов механизма [1]). Кроме того, уменьшение динамической мощности привода дает возможность обосновано подходить к расчетам мощности привода.

Достичь уменьшения динамической мощности можно путем выбора того или другого режима работы механизма. Под режимом работы понимается изменение кинематических и динамических характеристик механизма во времени (рассматривается программное управление). Из всего многообразие режимов работы механизмов грузоподъемных машин необходимо избрать один, по которому показатель динамической мощности привода будет наиболее низким. Такой режим работы называется оптимальным. В данном исследовании отыскивается именно

оптимальный режим работы механизма грузоподъемной машины по критерию среднеквадратичного значения динамической мощности привода механизма.

Оптимизация режимов движения механизмов грузоподъемных машин может выполняться одним из методов: вариационного исчисления [2], принципа максимума Л.С. Понтрягина [3], динамического программирования [4], моментов [5] и разных приближенных методов [6-11]. Использование указанных методов для линейных задач дает возможность довольно легко получить функцию оптимального управления в виде программного управления [12-15] или управления в виде обратной связи [16-18]. Что касается нелинейных задач оптимизации, к которым принадлежит задача минимизации динамической мощности привода, то их решение не всегда можно найти в аналитическом виде и потому часто используют приближенные методы.

Задача минимизации динамической мощности решена в работе [19] в неявном виде для всего цикла перемещения механизма. Это накладывает ограничения на практическую реализацию полученного результата. Эта же задача была решена прямым вариационным методом в работе [8]. Кроме того, в работе [19] решение позволяет устранить „жесткие” и „мягкие” удары в приводе механизма. Однако, в указанных работах задача решена без учета динамики привода.

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью приведенного исследования является решение задачи оптимизации режима разгона механизма грузоподъемной машины с электроприводом постоянного тока в вариационной постановке. Для достижения по-

ставленной цели ставятся такие задачи: 1) поставить вариационную задачу и проанализировать ее; 2) решить задачу прямым вариационным методом; 3) провести анализ приближенного решения.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Примем следующую математическую модель движения механизма грузоподъемной машины:

$$\lim_{\substack{n \rightarrow 0,5 \\ k \rightarrow 0,5}} \tilde{I} = 1,3919. \quad (1)$$

где:  $x$  – обобщенная координата механизма (в данном исследовании использованы линейные координаты);  $m$  – приведенная к поступательному движению масса механизма и его привода;  $F$  – приведенная к поступательному движению сила приводного механизма;  $F_{дин}$  – динамическая составляющая приводного усилия;  $W$  – сила сопротивления перемещению механизма, в том числе технологического характера.

Уравнение (1) в первом приближении описывает движение механизмов грузоподъемных машин: перемещение пролетного крана, изменения вылета и поворота башенного крана, подъема груза и т.п. (считаем, что масса груза присоединена к массе основного механизма) [20].

Уравнение движения электропривода постоянного тока с независимым возбуждением описывается следующим уравнением [21]:

$$U = \dot{x}A_1 + FA_2 + \dot{F}A_3, \quad (2)$$

где:  $U$  – напряжение на якорной обмотке двигателя;  $c$  – коэффициент, который определяется конструкцией двигателя

( $c = \frac{\partial N}{2\pi a}$ );  $p$  – число пар полюсов двигателя;  $N$  – число активных проводников обмотки якоря;  $a$  – число параллельных веток обмотки якоря;  $\Phi$  – магнитный поток двигателя (в данной задаче принимаем, что магнитный поток является постоянной величиной);  $L$  – индуктивность обмотки якоря двигателя;  $A_1$

– коэффициент ( $A_1 = \frac{c\Phi i}{r}$ );  $r$  – радиус привода, например, радиус приводного колеса грузоподъемной машины;  $i$  – передаточное число привода;  $A_2$  – коэффициент ( $A_2 = \frac{R_{я}r}{i\eta c\Phi}$ );  $R_{я}$  – сопротивление обмотки якоря двигателя;  $\eta$  – КПД привода;  $A_3$  – коэффициент ( $A_3 = \frac{Lr}{i\eta c\Phi}$ ).

Запишем обобщенную математическую модель движения механизма грузоподъемной машины с учетом уравнений (1) и (2):

$$U = A_0 + \dot{x}A_1 + \ddot{x}\tilde{A}_2 + \ddot{x}\tilde{A}_3, \quad (3)$$

где:  $A_0$  – коэффициент ( $A_0 = A_2W$ );  $\tilde{A}_2$  – коэффициент ( $\tilde{A}_2 = A_2m$ );  $\tilde{A}_3$  – коэффициент ( $\tilde{A}_3 = A_3m$ ).

Оптимизацию режима разгона механизма с электроприводом постоянного тока выполним по критерию минимума интегрального функционала:

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T P^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T (UI)^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{(A_0 + \dot{x}A_1 + \ddot{x}\tilde{A}_2 + \ddot{x}\tilde{A}_3)^2}{(A_{4W} + \ddot{x}\tilde{A}_4)} \right) dt \rightarrow \min, \quad (4)$$

где:  $P$  – моментальная мощность электропривода механизма;  $I$  – сила тока в роторной обмотке двигателя;  $T$  – продолжительность разгона механической системы;  $\tilde{A}_4$  – коэффициент ( $\tilde{A}_4 = A_4m$ );  $A_{4W}$  – коэффициент ( $A_{4W} = A_4W$ ).

Условием минимума критерия (4) есть уравнение Эйлера-Пуассона [2], которое представляется в виде нелинейного дифференциального уравнения четвертого порядка (мы не приводим это уравнение, так как оно имеет значительный объем). Используем подход к решению вариационной задачи (3), (4), который описан в работе [8]. Для этого найдем опорную функцию, которая отвечает

физическим краевым условиям исходной задачи. Эта функция будет решением краевой задачи:

$$\begin{cases} x = 0; \\ x(0) = \dot{x}(0) = \ddot{x}(0) = 0; \\ x(T) = s; \dot{x}(0) = v; \ddot{x}(0) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где:  $s$  – перемещение механизма в конце переходного режима;  $v$  – установившаяся скорость движения механизма. Функция-решение краевой задачи (5) представляется в следующем виде:

$$x = \frac{t^3}{T^5} (s(6t^2 - 15tT + 10T^2) - (3t - 4T)(t - T)Tv). \quad (6)$$

Находя высшие производные функции (6) по времени и подставляя полученные результаты в функционал (4), можем найти его выражение  $I=I(s)$ . Для минимизации функционала (4) необходимо решить следующее уравнение:

$$\frac{\partial I(s)}{\partial s} = 0. \quad (7)$$

Поскольку в развернутом виде уравнение (7) представляется кубическим алгебраическим

уравнением, то необходимо из трех корней выбрать один – действительный. Найдя действительный корень уравнения (7) и подставив его в уравнение (6), найдем приближенное решение вариационной задачи.

Проиллюстрируем решение графиками, которые построены при следующих параметрах динамической системы:  $m=2500$  кг;  $\eta=0,8$ ;  $r=0,3$  м;  $i=9,7$ ;  $R_{\bar{a}}=0,54$  Ом;  $\Phi=9,2 \cdot 10^{-3}$  Вб;  $v=2$  м/с;  $T=3$  с.

Анализ приведенных на рис. 1 графиков дает возможность утверждать, что движение механизма происходит плавно, без резких рывков и ударов. Что касается ненулевых значений начального напряжения и мощности электродвигателя, то их можно объяснить наличием силы сопротивления движению механизма  $W$ . Действительно, начальное значение мощности привода равно:

$$P(0) = A_0 A_{4W} + \frac{12 \tilde{A}_3 A_{4W} (5sT^2 - 2T^3 v)}{T^5}. \quad (8)$$

Начальное значение напряжения питания двигателя находятся так:

$$U(0) = A_0 + \frac{12 \tilde{A}_3 (5sT^2 - 2T^3 v)}{T^5}. \quad (9)$$

Таким образом, оптимальный закон движения (6) справедлив для случая предварительного нагружения приводного механизма силой  $W$ .

Синтезированный оптимальный закон движения механизма грузоподъемной машины на практике реализуется с помощью мехатронной системы управления.

## ВЫВОДЫ

1) решена оптимизационная задача уменьшения динамической составляющей мощности приводного механизма, которая позволяет снизить мощность и стоимость двигателя, а также улучшить его массогабаритные показатели;

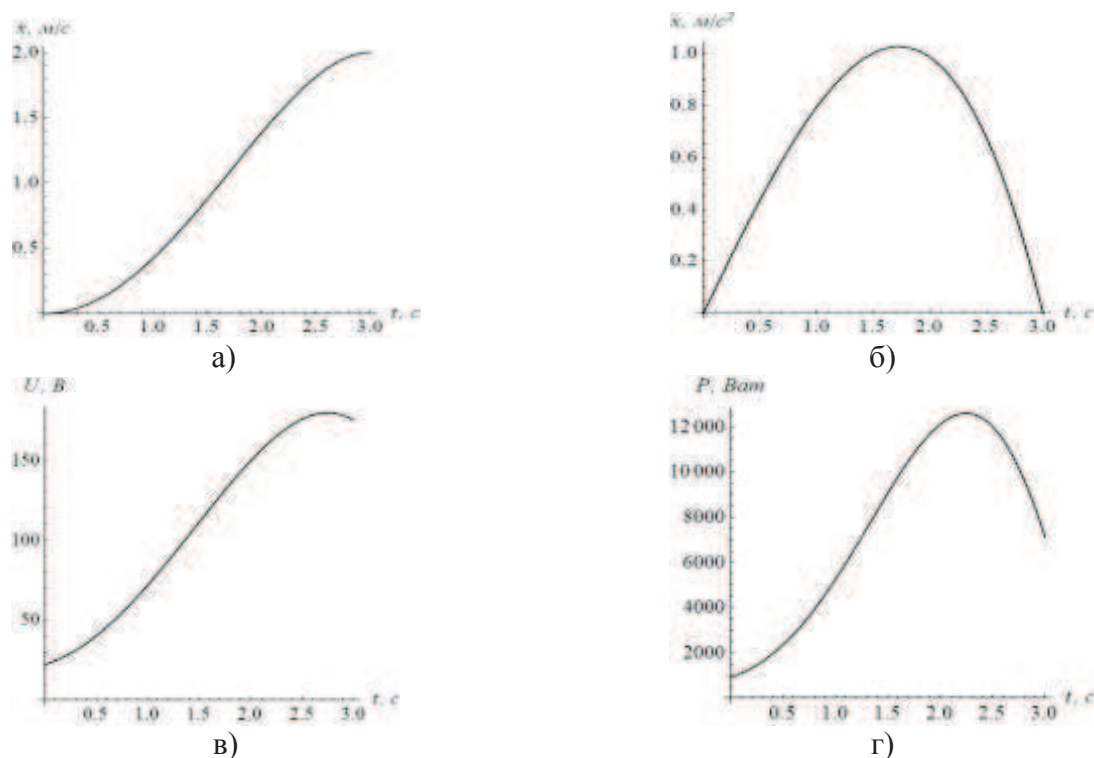
2) полученные результаты проанализированы с помощью графического представления оптимального закона движения механизма;

3) установлено, что полученные результаты необходимо применять в случае предварительного нагружения приводного механизма силой сопротивления перемещению механизма;

4) полученные результаты могут быть использованы при разработке алгоритмов работы систем управления приводами механизмов грузоподъемных машин.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Grechushnikova G.A. 1975: Issledovaniye nadezhnosti kranovogo elektroprivoda i aparatov sistemy upravleniya: avtoref. diss. na soisk. step. kand. tekhn. nauk: spets. 05.13.07 „Avtomaticeskoye upravleniye tekhnologicheskimi protsessami” / G.A. Grechushnikova. – М. – 21.



**Рис. 1.** Графики изменения характеристик механизма грузоподъемной машины при его движении по оптимальному закону (6): а) скорость механизма; б) ускорение механизма; в) напряжение, подводимое к якорной обмотке двигателя; г) мощность электродвигателя механизма

**Fig. 1.** Charts of change of descriptions of mechanism of machine for raising of loads at his motion on an optimal law (6): а) speed of mechanism; б) acceleration of mechanism; в) tension, tricked into to the anchor puttee of engine; г) power of electric motor of mechanism

2. Petrov Yu.P. 1977: Variatsionnyye metody teorii optimalnogo upravleniya / Yu.P. Petrov. – L.: Energiya. – 280.
3. Pontryagin L.S. 1961: Matematicheskaya teoriya optimalnikh protsessov / L.S. Pontryagin, V.G. Boltnyanskiy, R.V. Gamkrelidze, Ye.F. Mishchenko. – M.: Fizmatgiz. – 392.
4. Bellman R. 1960: Dinamicheskoye programmirovaniye / R. Bellman. – pod. red. Vorobyeva N.N. – M.: Izdatelstvo inostrannoy literatury. – 400.
5. Krasovskiy I.I. 1968: Teoriya upravleniya dvizheniyem (lineynyye sistemy) / I.I. Krasovskiy – M.: Nauka. - 476.
5. Moiseyev N.N. 1971: Chislennyye metody v teorii optimalnykh sistem / N.N. Moiseyev. – M.: Nauka. – 424.
6. Butov V.G. 2008: Issledovaniye variatsionnykh zadach pryamimi metodami / V.G. Butov // Zhurnal vychislitelnoy matematiki i matematicheskoy fiziki. – T. 48. – №3. – 373-386.
7. Seno P.S. 2004: Pryamyye intervalnyye metody resheniya variatsionnykh zadach i zadach optimalnogo upravleniya / P.S. Seno // Dinamicheskkiye sistemy. – Vyp. 18. – 44-50.
8. Loveykin V.S. 2010: Optimizatsiya perekhidnykh rezhimiv rukhu mekhanichnykh sistem pryamim variatsiynim metodom / V.S. Loveykin, Yu.O. Romasevich. – K.; Nizhin: Vidavets PP Lisenko M.M. – 184.
9. Chernousko F.L. 1973: Variatsionnyye zadachi mekhaniki i upravleniya (Chislennyye metody) / F.L. Chernousko, N.V. Banichuk. – M.: Nauka. – 107.
10. Barskiy I.L. 1982: Lokalnaya interpolyatsiya v pryamykh metodakh variatsionnogo ischisleniya / I.L. Barskiy, I.A. Rumyantsev, Yu.A. Flerov. – M.: Vychislitelnyy tsent AN SSSR. – 56.
11. Taranenko V.T. 1986: Pryamoy variatsionnyy metod v krayevykh zadachakh dina-

miki poleta / V.T. Taranenko, V.G. Momodzhi. – М.: Mashinostroyeniye. – 127.

12. Loveykin V.S. 2012: Optimizatsiya rezhima razgona odnomassovoy dinamicheskoy sistemy s integralnymi ogranicheniyami / V.S. Loveykin, Yu.A. Romasevich // Motrol. – Vol 14. – № 3. – 158-163.

13. Loveykin V.S. 2011: Optimizatsiya rezhimiv rukhu kranovikh mekhanizmov. / V.S. Loveykin, Yu.O. Romasevich – K.; Nizhin: Vidavets PP Lisenko M.M. – 307.

14. Loveykin V.S. 2012: Optimizatsiya rezhimu rozgonu odnomasovoi dinamichnoi sistemi iz vrakhuvannyam sil oporu / V.S. Loveykin, Yu.O. Romasevich // Naukoviy visnik Natsionalnogo universitetu bioresursiv i prirodokoristuvannya Ukraini. Seriya „Tekhnika ta yenergetika APK”. – 170. – Chastina 1. – 20-30.

15. Romasevich Yu.O. 2011: Optimizatsiya rezhimu zmini vilotu vantazhu bashtovogo kрана za odnichnimi kinematichnimi kriteriyami / Romasevich Yu.O., Shumilov G.V. // Motrol. – Tom 13 B. – 167-173.

16. Romasevich Yu.A. 2012: Realizatsiya optimalnogo upravleniya dvizheniyem dinamicheskikh sistem s ispolzovaniyem PD- i PID-regulirovaniya / Yu.A. Romasevich // Motrol. – Vol 14. – № 3. – 176-183.

17. Loveykin V.S. 2012: Sintez optimalnogo keruvannya rukhom dinamichnikh sistem za integralno-terminalnim kriteriem / V.S. Loveykin, Yu.O. Romasevich // Zbirnik naukovikh prats. Seriya „Galuzeve mashinobuduvannya, budivnitstvo”. – Vipusk 1 (31). – 67-73.

18. Loveykin V.S., Romasevich Yu.O. 2012: Analiz ta sintez rezhimiv rukhu mekhanizmov vantazhopidyomnikh mashin. / V.S. Loveykin, Yu.O. Romasevich. – K.: TsP „KOMPRINT”. – 298.

19. Khitrik V.E. 1974: Metody dinamicheskoy optimizatsii mekhanizmov mashin-avtomatov / V.E. Khitrik. – L.: Izd-vo Leningr. Un-ta. – 116.

20. Loveykin V.S.1990: Raschety optimalnikh rezhimov dvizheniya mekhanizmov stroitelnykh mashin / V.S. Loveykin. – K.: UMK VO. – 168.

21. Firago B.I. 2004: Teoriya elektroprivoda / B.I. Firago – Minsk.: ZAO „Tekhnoperspektiva”. – 527.

## MOVEMENT CONTROL OPTIMIZATION OF LIFTING MACHINES MECHANISM WITH ELECTRIC DRIVE OF DISTRICT CURRENT

**Summary.** Variational task of optimal regime lifting machines mechanism determination have been solved. Mechanism movement is describable by differential equation of third order. The conditions of law movement using have been ascertained. Results have been illustrated by plots.

**Key words:** lifting machine, movement optimization, Euler-Puasson equation, functional, district variational method.