

## W sprawie metody poszukiwania zależności między objętością liści a grubością podstawy drzewa

W CZWARTYM zeszycie „Sylwana“ z 1950 r. ukazała się praca dr Macieja Czarnowskiego pt. „Kilka słów o niektórych zależnościach funkcjonalnych u naszych drzew“. Pracę tę redakcja czasopisma zaopatrzyła w przypisek zapraszający czytelników do dyskusji na jej temat.

Ponieważ przy innych pracach apelu do dyskusji nie ma, zastanawiającą jest rzeczą, dlaczego właśnie praca dr Czarnowskiego została przez redakcję wyróżniona. Mogło się to stać z powodu szczególnego znaczenia tej pracy albo z powodu zastrzeżeń redakcji wyrażonych w delikatnej formie. Po przeczytaniu pracy dochodzi się do wniosku, że to druga przyczyna skłoniła redakcję do wyjątkowego potraktowania pracy dr Czarnowskiego.

Zgłaszając się do dyskusji na wezwanie redakcji, autor niniejszych uwag pragnie zaznaczyć, że dotyczyć one będą tylko fragmentu pracy, a mianowicie tylko metody badania zależności między objętością (masą) liści a grubością podstawy drzewa.

Na str. 62 autor doniósł, że w latach 1939 — 1946 zbadał u około 80 drzew (dąb szypułkowy i sosna pospolita) zależność między suchą masą liści a gru-

bością podstawy drzewa i w wyniku swych badań doszedł do wniosku, że tę zależność daje się w przybliżeniu wyrazić wzorem:

$$m_1' = k' d_0^2$$

gdzie:  $m_1'$  — sucha masa liści (np w kg),

$k'$  — współczynnik stały dla tego samego gatunku drzewa i jednakowych warunków otoczenia,

$d_0$  — grubość podstawy drzewa.

Ale autor nie podał ani liczbowych wyników badań, ani metody badań, które go doprowadziły do stwierdzenia powyższej zależności, ani nawet wielkości współczynników  $k'$ . Nie zaznajomił czytelnika nawet ogólnie z różnicą między wielkością współczynnika  $k'$  u dębu i u sosny.

Dla potwierdzenia prawdziwości zakomunikowanej zależności autor usiłuje dowieść, że między objętością liści a grubością podstawy drzewa zachodzi analogiczna zależność. Stawia więc tezę, że

$$m_1 = k' d_0^2$$

gdzie:  $m_1$  — objętość liści,

$k'$  — współczynnik stały dla tego samego gatunku drzewa i jednakowych warunków otoczenia.

Rozumowanie autora jest następujące: ponieważ dla tego samego gatunku drzewa i jednakowych warunków otoczenia sucha masa liści jest wprost proporcjonalna do ich objętości, to jeżeli będzie dowiedziona ostatnio wymieniona zależność — potwierdzi się tym samym prawdziwość obu zależności.

W jaki sposób autor przeprowadza dowód, że dla tego samego gatunku drzewa i jednakowych warunków otoczenia  $k$  jest wielkością stałą? Odrzuca należy zaznaczyć, że zależność między objętością liści a grubością podstawy drzewa autor poszukuje bez jakichkolwiek liczbowych wartości objętości liści i grubości podstawy drzew. Warunki otoczenia wcale nie są jednakowe lecz przeciętne z różnych warunków, bowiem autor posługuje się do swego dowodu przeciętnymi liczbami kształtu, zaczerpniętymi z tablic liczb kształtu zawartych w Przewodniku techniczno-leśnym (str. 377 w wyd. II, str. 226 w wyd. I; sosna, liczby kształtu całego drzewa).

Spróbujmy zrobić rozbiór dowodu. Ponieważ objaśnienia podane przez autora są bardzo skąpe, będziemy się starali uzupełnić je.

Zakładając, że  $m_1 = kd^2$ , gdzie  $k = \text{const}$ , autor dodaje do obu stron równania, wyrażających w różny sposób objętości liści, miąższość strzały i miąższość gałęzi bez liści, a następnie dzieli każdą stronę równania przez objętość walca o średnicy i wysokości równych grubości podstawy i wysokości drzewa. Otrzymuje zatem po jednej i po drugiej stronie równania absolutną liczbę kształtu drzewa wraz z liśćmi ( $f_1'$ , wzór 3, str. 63).

Z kolei autor rozбивa prawą stronę równania na dwa składniki, z których jednym jest absolutna liczba kształtu drzewa bez liści ( $f_c'$ ), a drugim stosunek objętości liści do objętości walca, zbudowanego na podstawie i wysokości drzewa (wzór 4). Wreszcie zastępuje w drugim składniku  $k$  przez  $e$ , otrzymując wzór 5, w którym  $\frac{e}{H}$  jest stosunkiem objętości liści do objętości wymienionego walca.

Dokonawszy tych przekształceń autor pisze: „W tym wyniku dopatruję się, że w jednakowych warunkach otoczenia liczba kształtu drzewa jest sumą jakiejś stałej liczby  $f'_c$  oraz funkcji wysokości drzewa.

Na temat tego zdania nasuwają się następujące uwagi: 1) liczba  $f'_c$  nie jest jakąś liczbą lecz liczbą zupełnie określoną, a mianowicie absolutną liczbą kształtu drzewa bez liści; 2) pogląd autora, że ta liczba jest stałą nie został poparty żadnym dowodem.

Absolutną liczbę kształtu drzewa z liśćmi autor usiłuje przekształcić na liczbę kształtu pierśnicową. Żeby otrzymać pierśnicową liczbę kształtu strzały lub drzewa z absolutnej liczby kształtu, trzeba, jak wiadomo, pomnożyć tę ostatnią przez stosunek pola przekroju podstawy drzewa do pola przekroju na wysokości piersi.

Autor postępuje inaczej, mnoży mianowicie absolutną liczbę kształtu drzewa wraz z liśćmi, tj. obie strony wzoru 5 przez wyrażenie  $\frac{H}{H-1.3}$ , używając otrzymany iloczyn za pierśnicową liczbę kształtu drzewa ( $f_b$ , wzór 6).

Przekształcenie absolutnej liczby kształtu na pierśnicową liczbę kształtu przez mnożenie absolutnej liczby kształtu przez wyrażenie  $\frac{H}{H-1.3}$  jest zupełnie nieuzasadnione i to nie tylko w odniesieniu do całego drzewa (nadziemnej części drzewa), ale nawet w stosunku do strzały. Ponieważ pierśnicowa liczba kształtu  $f = f' \frac{g_0}{g_{1.3}}$  ( $f$  — pierśnicowa liczba kształtu strzały,  $f'$  — absolutna liczba kształtu strzały,  $g_0$  — pole przekroju podstawy strzały,  $g_{1.3}$  — pole przekroju na wysokości piersi), to żeby  $f$  było równe  $f' \left(\frac{H}{H-1.3}\right)$  musi zachodzić równość:

$$f' \left(\frac{H}{H-1.3}\right)^r = f' \frac{g_0}{g_{1.3}}, \text{ tj. } \left(\frac{H}{H-1.3}\right)^r = \frac{g_0}{g_{1.3}}$$

a więc musi być także równość:

$$r = \frac{\lg g_0 - \lg g_{1.3}}{\lg H - \lg (H-1.3)}$$

Bryła obrotowa (której tworząca odpowiada równaniu  $y^2 = px^r$ ) o takim wykładniku kształtu ma ze strzałą tylko wspólną podstawę, wspólny przekrój na wysokości 1,3 m i wspólny wierzchołek, poza tym nic więcej i jest do strzały zupełnie nie podobna.

Wykładnik kształtu takiej bryły jest bardzo duży. Według obliczeń, wykonanych dla przykładu w Zakładzie Dendrometrii SGGW na podstawie pomiarów długości, grubości podstawy i grubości na wysokości piersi 10 sosen, wziętych bez wyboru z materiałów badawczych Zakładu (pochodzących z lasów szkolnych w Rogowie), wykładnik kształtu takich brył waha w granicach od 7,5 do 12. (Przeciętna grubość podstawy i przeciętną pierśnicę obliczono dla każdego drzewa jako średnią z 4 pomiarów).

Zaznaczyć należy, że w dziesięciu przykładowych obliczeniach grubość drzew mierzona była nie przy samej podstawie drzewa lecz nieco wyżej, mianowicie w odległości (od podstawy) równej 1/3 pierśnicy. Gdyby oprzeć się na grubości przy samej podstawie drzewa, wykładnik kształtu byłby jeszcze większy. Żeby zdać sobie sprawę z tego, jak wyglądają takie bryły, uprzytomnijmy sobie, że tworząca bryły o wykładniku kształtu powyżej 2 jest już linią

wklęsłą (wklęsłością zwróconą na zewnątrz), a wykładnik kształtu neiloidy wynosi zaledwie 3.

Przekonywujemy się więc o braku jakiegokolwiek podobieństwa strzał do brył o tak wielkich wykładnikach kształtu. Poza tym wykładnik kształtu obliczony na podstawie grubości podstawy i grubości na wysokości piersi waha się w szerokich granicach, wobec czego bryły o obliczonych w ten sposób wykładnikach kształtu nie tylko bardzo różnią się od strzał, ale także znacznie różnią się od siebie. Pochodzi to przede wszystkim stąd, że zgrubienie korzeniowe, jakim obarczona jest podstawa drzewa, jest różne. Jaki więc byłby sens posługiwania się wykładnikiem kształtu takich brył do obliczeń pierśnicowej liczby kształtu strzały z liczby kształtu absolutnej?

Do określenia wykładnika kształtu bryły regularnej, do której strzała jako całość ma być mniej zbliżona, nie można w żadnym wypadku opierać się na grubości podstawy drzewa. Pisano o tym nie raz.\*).

Przypisywanie strzale wykładnika kształtu bryły, która ma ze strzałą tylko wspólną podstawę, wspólne pole przekroju na wysokości 1,3 m i wspólny wierzchołek, jest bezpodstawne. A cóż dopiero przypisywanie całemu drzewu (całej nadziemnej części drzewa) łącznie z gałęziami i liśćmi wykładnika kształtu takiej bryły! Możliwe jeszcze zadać pytanie, dlaczego autor przyjmuje całe drzewo za taką właśnie bryłę regularną, której tworząca odpowiada równaniu  $y^2 = px^r$ , a nie za jakąś bryłę. Tej kwestii autor nie uzasadnił.

Jak widzimy, zastosowane przez autora przekształcenie absolutnej liczby kształtu drzewa z liśćmi na pierśnicową liczbę kształtu jest nieuzasadnione i sztuczne.

Przerobiwszy wzór 5 na wzór 6 w scharakteryzowany tu sposób autor wyraża w tym wzorze pierśnicową liczbę kształtu drzewa wraz z liśćmi ( $f$ ) przez absolutną liczbę kształtu drzewa bez liści ( $f'$ ) przez wykładnik kształtu ( $r$ ) bryły, do której drzewo jest zupełnie nie podobne, przez współczynnik  $e$ , będący funkcją współczynnika  $k$  ( $e = k/\frac{\pi}{4}$ ) i przez wysokość  $H$ .

Dalsze postępowanie autora jest następujące. Autor układa równania podstawiając na  $H$  i na  $f_b$  wysokości i odpowiadające im pierśnicowe liczby kształtu całego drzewa, odczytane w tablicach liczb kształtu. (Równania ułożono prawdopodobnie na podstawie wysokości 5, 10 i 15 m). Następnie autor rozwiązuje równania względem  $f'$ ,  $r$  i  $e$ .

Rozwiązując równania autor musiał założyć, że nie tylko  $e$ , funkcja współczynnika  $k$ , jest wielkością stałą, ale absolutna liczba kształtu drzewa bez liści oraz wykładnik kształtu  $r$  bryły regularnej są również wielkościami stałymi. Przyjął zatem, że wykładnik kształtu bryły, w które przekształciły się strzały razem z „przytulonymi“ do nich gałęziami i liśćmi, jest dla wszystkich sosen od 5 m wzwyż, bez względu na wysokość, jednakowy.

Uzasadnienie słuszności takiego założenia, tak samo jak słuszności założenia stałości absolutnej liczby kształtu drzewa bez liści, autor nie podał. Współ-

\*) J. Grochowski. Wykładnik kształtu strzały. Jego rola w dendrometrii i doświadczałnictwie leśnym. Rocznik Nauk Rolniczych i Leśnych, t. XXIX, Poznań 1933.

J. Grochowski. W sprawie wykładnika kształtu strzały. Sylwan, rocznik LII, Lwów 1934.

J. Grochowski. Sposoby określania kształtu strzał drzew leśnych. Rocznik Nauk Rolniczych i Leśnych, t. XLI, Poznań 1936.

czynnik  $k$ , a więc  $i$  i  $e$  miał być stały tylko dla jednakowych warunków otoczenia, tymczasem autor przyjął  $e$  bez uzasadnienia za wielkość stałą w przeciętnych warunkach otoczenia. Zatem słuszności założenia stałości autor nie uzasadnił ani dla  $f'_c$ , ani dla  $r$ , ani dla  $e$ .

A więc autor nie uzasadnił. 1) dlaczego  $f'_c$ ,  $r$  i  $e$  są związane ze sobą oraz z wysokością i pierśnicową liczbą kształtu drzewa z liśćmi wzorem 6 i 2) dlaczego  $H$  i  $f_b$  ulegają zmianie, a pozostałe elementy wchodzące w skład wzoru są stałe.

Po rozwiązaniu równań i zastąpieniu  $f'_c$ ,  $e$  i  $r$  we wzorze 6 otrzymanymi wielkościami liczbowymi autor otrzymał wzór 7.

Teraz rozumowanie autora jest następujące. Jeżeli tym wzorem obliczymy dla różnych wysokości pierśnicowe liczby kształtu drzewa i liczby te zgodzą się lub prawie zgodzą się z liczbami kształtu odczytanymi w tablicach, będzie to dowodem, że wzór 7 jest słuszny, a wobec tego słuszny jest także wzór:

$$m_1 = kd_0^2, k = \text{const},$$

którego powstał wzór 7, i wreszcie słuszny jest analogiczny wzór:

$$m_1 = k'd_0^2, k' = \text{const}.$$

Różnica między liczbą kształtu obliczona wzorem 7 i odczytaną w tablicach wynosi dla wysokości 20, 25 i 30 m 0,02 lub 0,01 (liczba kształtu obliczona wzorem 7 dla wysokości 30 m wynosi nie 0,50, a 0,51). Autor jest zdania, że różnica tego rzędu jest nieznaczna i że wobec tego „wzór (7) pracuje prawie bezbłędnie“.

Autor niniejszych uwag jest odmiennego zdania. Żeby należycie ocenić tę różnicę, trzeba wziąć pod uwagę, że przy większych wysokościach przeciętna liczba kształtu figurująca w tablicach zmniejsza się bardzo wolno w miarę wzrostu wysokości: w przedziale od 20 do 30 m wysokości liczba kształtu spada od 0,53 do zaledwie 0,49, a więc na 10 metrach tylko o 0,04. Wobec tego różnicy 0,02, a nawet 0,01 nie można uważać za nieznaczną.

Zróbmy inne porównanie, a dojdziemy do wniosku, że taka różnica jest istotna. Porównajmy mianowicie nie liczby kształtu obliczone i odczytane dla tych samych wysokości a wysokości, odpowiadające jednakowej obliczonej i odczytanej liczbie kształtu, a przekonamy się, że różnica między wysokościami drzew jest duża. Autor otrzymał ze wzoru 7 dla wysokości 20 m liczbę kształtu 0,54, ale ta liczba kształtu odpowiada w tablicach nie wysokości 20 m, a wysokości 18 m. Liczba kształtu 0,52, obliczona dla wysokości 25 m, odpowiada w tablicach wysokości 21 — 22 m, a liczba kształtu, wynosząca 0,51 (nie 0,50) według obliczeń wzorem 7 dla wysokości 30 m, figuruje w tablicach dla wysokości 23 — 24 m.

Wzór 7 ma wyrażać zależność między liczbą kształtu a wysokością drzewa. Nie wystarczy więc dla poprawności wzoru, żeby absolutna czy procentowa różnica między liczbami kształtu obliczonymi wzorem i odczytanymi w tablicach dla tych samych wysokości była mała. Musi być także mała różnica między wysokościami, odpowiadającymi jednakowym liczbom kształtu obliczonym wzorem i odczytanym w tablicach, a różnica jest duża. Nie można więc zgodzić się z autorem, że „wzór 7 pracuje prawie bezbłędnie“.

Dla pełniejszej oceny wartości wzoru 7 i w ogóle całej zastosowanej przez dr Czarnowskiego metody poszukiwania zależności między objętością liści

a grubością podstawy drzewa zwróćmy jeszcze tylko uwagę na to, jakie konsekwencje pociąga za sobą otrzymany przez autora wynik obliczenia absolutnej liczby kształtu drzewa bez liści, która ma wynosić 0,45. Liczba ta jest jedną z podstaw wzoru 7. Innych — rażących błędów (jak na str. 65 w ust. 2 od dołu), widocznych bez głębszego wnikania w treść pracy autora, poruszać nie będziemy.

Pierśnicowa liczba kształtu równa się absolutnej liczbie kształtu pomnożonej przez stosunek pola przekroju poprzecznego podstawy drzewa do pola przekroju na wysokości piersi. Wobec tego pierśnicowa liczba kształtu drzewa bez liści wynosi:

$$f_c = f'_c \frac{g_0}{g_{1.3}}$$

$f_c$  — pierśnicowa liczba kształtu drzewa bez liści

$f'_c$  — absolutna liczba kształtu drzewa bez liści.

Obliczmy na paru przykładach, jaka byłaby co najmniej wielkość pierśnicowej liczby kształtu drzewa bez liści, gdyby absolutna liczba kształtu drzewa bez liści wynosiła 0,45. Przykłady podamy dla tych niektórych wysokości, dla których autor podał pierśnicową liczbę kształtu drzewa z liśćmi obliczoną wzorem 7 i odczytaną w tablicach liczb kształtu.

Według radzieckich tablic miąższości i zbieżystości sosny\*\*) III kategorii wysokości (klasy bonitacji siedlisk) i przeciętnego współczynnika kształtu średnią wysokość 25m mają drzewa o pierśnicy 40, 44, 48 i 52 cm. Grubość podstawy drzew w tablicach nie jest podana. Ale jeżeli przyjąć tylko taką przeciętną zbieżystość od podstawy do 1 m wysokości, jaka według tych tablic jest od 1 m do 1,3 m, to otrzyma się, że przy pierśnicy 40 cm grubość podstawy drzewa wyniesie okrągło 46 cm.

W rzeczywistości grubość podstawy drzewa jest większa, ponieważ spadek grubości od podstawy do wysokości 1 m jest na jednostkę długości przeciętnie większy niż od 1 m do 1,3 m. A więc grubość podstawy drzewa wynosi conajmniej 46 cm.

Jeżeli przyjąć, że absolutna liczba kształtu drzewa bez liści wynosi 0,45, to pierśnicowa liczba kształtu drzewa bez liści wynosiłaby co najmniej:

$$f_c = 0,45 \left(\frac{46}{40}\right)^2 = 0,60$$

podczas gdy pierśnicowa liczba kształtu drzewa z liśćmi wynosi według tablic liczb kształtu, którymi się autor posługiwał, 0,50, a 0,52 według wzoru 7. Otrzymalibyśmy zatem, że pierśnicowa liczba kształtu drzewa bez liści jest większa od pierśnicowej liczby kształtu drzewa z liśćmi, tj. że stosunek objętości liści do objętości walca o średnicy i wysokości równych pierśnicy i wysokości drzewa jest liczbą ujemną, a więc że objętość liści jest również liczbą ujemną, co jest oczywistym absurdem.

Podamy jeszcze wyniki obliczeń, wykonanych w taki sam sposób, dla wysokości 20 i 15 m.

\*\*) Massowyje tablicy dla sosny, jeli, duba, bieriozy i osiny po klassam boniteta, Sojuzliesprom, Moskwa-Leningrad 1931. (D. I. Towstolies. Tablicy sbiega i objoma stwołow sosny po bonitetam).

Także A. W. Tiurin, I. M. Naumienko, P. W. Woropanow. Liesnaja wspomogatielnaja kniżka. Gosliestiechizdat, Moskwa 1945.

D l a w y s o k o ś c i 20 m: I kategoria wysokości (I klasa bonitacji siedliska), przeciętny współczynnik kształtu, pierśnica 16 cm, grubość podstawy co najmniej 19,5 cm. Pierśnicowa liczba kształtu drzewa bez liści wynosiłaby conajmniej:

$$f_c = 0,45 \left(\frac{19,5}{16}\right)^2 = 0,67$$

gdy pierśnicowa liczba kształtu drzewa z liśćmi wynosi według tablic liczb kształtu 0,53, a 0,54 według wzoru 7. Objętość liści wypada również ujemna.

D l a w y s o k o ś c i 15 m: III kategoria wysokości, przeciętny współczynnik kształtu, pierśnica 14 cm, grubość podstawy drzewa co najmniej 17 cm, pierśnicowa liczba kształtu drzewa z liśćmi wynosiłaby co najmniej 0,66, a pierśnicowa liczba kształtu drzewa z liśćmi wynosi 0,57. Objętość liści ujemna.

Widzimy, że podstawy, na których dr Czarnowski ułożył wzór 7, są błędne, że błędny jest oczywiście sam wzór, że błędna jest cała zastosowana metoda poszukiwania drogą okrężną zależności między objętością liści a grubością podstawy drzewa, a także między suchą masą liści a tą grubością.