

JERZY GROCHOWSKI.

W sprawie wykładnika kształtu strzały.

(Z powodu artykułu Dra Wł. Płońskiego p. t. „Określenie kształtu strzały drzew“).

In Angelegenheit des Schaftformexponenten.

Kwestją kształtu strzał drzew leśnych oraz zagadnieniami bezpośrednio z kształtem strzały związanymi zajmuję się od roku 1925. W tym właśnie roku opracowałem sposób określania przeciętnego wykładnika kształtu całej strzały, który jest ściśle zgodny ze sposobem podanym w pracy mojej p. t. „Wykładnik kształtu strzały. Jego rola w dendrometrii i w doświadczalnictwie leśnym“. Sposób ten polega na tem, że na podstawie dokładnie obliczonej miąższości strzały (metodą odcinków) i długości tejże otrzymuje się wielkość przeciętnego przekroju przez podzielenie miąższości przez długość strzały. Następnie znajduje się średnicę, odpowiadającą temu przeciętnemu przekrojowi i określa się jej położenie na strzale. Wreszcie ze stosunku pomiędzy odległością tej średnicy od podstawy strzały a całkowitą długością strzały określa się przeciętny wykładnik kształtu strzały na podstawie zależności, jaka u matematycznych brył obrotowych istnieje pomiędzy takim samym stosunkiem a wykładnikiem kształtu.

Głównym celem tego sposobu było wówczas zanalizowanie dokładności wzorów dendrometrycznych. Należało zatem zbadać najpierw tym sposobem wielkość wykładnika kształtu strzał drzewnych¹⁾. Następnie sposobu tego zacząłem używać w innym celu, mianowicie dla określania stopnia przeciętnej pełności strzał stosując ten sposób już od roku 1926 na powierzchniach doświadczalnych Zakładu Urządzania lasu w lasach S. G. G. W. pod Rogowem.

¹⁾ Porówn. Grochowski J.: Uwagi do pracy p. Władysława Płońskiego p. t. „Obliczanie przyrostu miąższości drzewa leżącego na podstawie t. zw. „prawidłowego przekroju“.



Przy tej okazji muszę wspomnieć, że chociaż sposobu swego nie ogłosiłem drukiem zaraz po jego obmyśleniu, to jednak nie robiłem z niego tajemnicy, dzieląc się nim z innymi zarówno stałymi pracownikami Zakładu Urządzania Lasu S. G. G. W., w którym w owym czasie już pracowałem, jak i z niestałymi współpracownikami, mianowicie ze specjalizującymi się w Zakładzie studentami. Prócz tego rozmawiałem o tym sposobie i poza Zakładem. Sposób ten nie mógł być zresztą tajemnicą chociażby z tego względu, że już od roku 1926 stosowany jest na powierzchniach doświadczalnych Zakładu (za zgodą i z wiedzą kierownika) i to nietylko wyłącznie przezemnie, ale i przy współudziale innych, w każdym razie niektórych osób, na tych powierzchniach pracujących.

Piszę o tem dlatego, że po przeczytaniu artykułu dra Płóńskiego o „Określanie kształtu strzały drzew“ (o czem niżej) możnaby powziąć przypuszczenie, że może ideę przeciętnego przekroju zaczerpnąłem od niego, mianowicie z jego pracy p. t. „Obliczanie przyrostu miąższości drzewa leżącego na podstawie t. zw. „prawidłowego przekroju“ („Sylwan“ 1930), i że może zastosowałem położenie przeciętnego przekroju do określania przeciętnego wykładnika kształtu strzały na skutek wyrażonego w tej pracy poglądu, że pomiędzy kształtem strzały a położeniem przeciętnego („prawidłowego“) przekroju istnieje związek. O tem, że tak nie jest, że omawiany sposób określania kształtu strzały opracowałem kilka lat przedtem, możnaby się już dowiedzieć z cytowanych wyżej „Uwag“ moich do wspomnianej wyżej pracy, a również z „Wykładnika kształtu strzały...“ Jeżeli jednak ówczesne moje wzmianki nie były wystarczające, może wystarczy to, co piszę obecnie.

Część dotychczasowych badań, odnoszących się do kształtu strzał drzew, ogłosiłem już drukiem ¹⁾. Znalazły one swój wyraz i w innych publikacjach ²⁾. Ważniejsze badania kształtu i ich wyniki zawarte są w cytowanym wyżej „Wykładniku kształtu strzały“.

¹⁾ Grochowski J. Methode der Formbestimmung der Baumschäfte und ihre Bedeutung für das forstliche Versuchswesen und die Holzmesskunde. Congrès de Nancy 1932. Comptes rendus. Nancy-Paris-Strassbourg 1933.

Grochowski J. Wykładnik kształtu strzały. Jego rola w dendrometrii i w doświadczalnictwie leśnym. Roczniki Nauk Rolniczych i Leśnych. T. XXIX. Poznań 1933.

Grochowski J. Z metodyki badań dendrometrycznych. Doświadczalnictwo Leśne T. III. Warszawa 1933.

²⁾ Jedliński Wł. u. Grochowski J. Grundsätze der Methodik forstlicher Forschungs- und Versuchsarbeiten in Polen. Warszawa 1932.

Jedliński Wł. i Grochowski J. Zasady metodyki badań i doświadczeń leśnych stosowane przez Zakład Urządzenia Lasu S. G. G. W. Doświadczalnictwo Leśne T. II. Warszawa 1933.

SPROSTOWANIE.

W numerze 1—3 Sylwana z r. 1934 w protokole z Walnego Zgromadzenia Oddziału Lwowskiego P. T. L. wkradło się kilka usterek, które niniejszem prostujemy:

1. na stronie 91 wiersz 22 od góry, po słowie „pracy“ wstawić nowe zdanie „Do osoby p. Prezesa hr. Tyszkiewicza mamy zupełne zaufanie“.
2. na stronie 92 wiersz 8 od dołu, skreślić całe zdanie od słów: „P. Prezes zapytuje“ do końca.
3. na stronie 93 wiersz 12 od góry, po słowie: „Walne Zgromadzenie“ wstawić słowo „nie“.

W Nr. 7—8 „Sylwana“ z r. 1933 ukazał się artykuł dra Wł. Płońskiego p. t. „Określanie kształtu strzały drzew“. Większa część tego artykułu poświęcona jest krytyce mego sposobu określania kształtu strzały, mianowicie sposobu określania kształtu przy pomocy przeciętnego wykładnika kształtu strzały, opartego na stosunku $\frac{l_x}{l}$, gdzie l_x — odległość przeciętnego przekroju od podstawy strzały, l — całkowita długość strzały.

We wspomnianym artykule autor stawia szereg zarzutów temu sposobowi określania kształtu strzały i w rezultacie dochodzi do wniosku, że przeciętny wykładnik kształtu strzały lub jego równoważnik, stosunek $\frac{l_x}{l}$ nie ma, jako miernik kształtu, żadnej wartości i znaczenia zarówno z punktu widzenia morfologii, jak i dendrometrii.

W artykule niniejszym postaram się rozpatrzyć zarówno zarzuty postawione przez autora wspomnianej krytyki, jak i wyprowadzone z nich wnioski.

I.

1. W „Wykładniku kształtu strzały...“ pisałem, że przeciętny wykładnik kształtu całej strzały, określony na podstawie stosunku $\frac{l_x}{l}$, może być miarą stopnia jej pełności. Bo im stosunek $\frac{l_x}{l}$ jest większy, t. j. im przeciętny wykładnik kształtu całej strzały mniejszy, tem strzała jest bardziej pełna; im zaś ten stosunek jest mniejszy, a więc im większy przeciętny wykładnik kształtu, tem stopień pełności strzały jest mniejszy, tem strzała jest bardziej zbieżysta.

Dr. Płoński natomiast twierdzi, że stosunek $\frac{l_x}{l}$ lub określony według tego stosunku przeciętny wykładnik kształtu nie może być miarą stopnia pełności strzały, gdyż strzały o jednakowych lub zbliżonych do siebie stosunkach $\frac{l_x}{l}$, a więc i o jednakowych lub niewiele różniących się od siebie przeciętnych wykładnikach kształtu mogą być wyraźnie niejednakowo pełne, a nawet więcej, strzały, których wspomniany stosunek jest większy, a więc mniejszy wykładnik kształtu, mogą być bardziej zbieżyste od strzał o mniejszym stosunku $\frac{l_x}{l}$. Wobec takiego stanu rzeczy przeciętny wykładnik kształtu strzały nie może być, zdaniem dra Płońskiego, miernikiem stopnia pełności strzały, a wobec tego nie posiada pod tym względem żadnej wartości i znaczenia.

Na dowód słuszności swego twierdzenia autor omawianej krytyki przytacza przykład, zamieszcza mianowicie wykresy strzały 120-letniej sosny i 89-letniego grabu, których stosunki $\frac{l_x}{l}$, obliczone przez dra Płóńskiego, i odpowiadające im przeciętne wykładniki kształtu wynoszą: sosna $\frac{l_x}{l} = 0,52$, r (przeciętny wykładnik kształtu strzały) $= 0,8$, grab $\frac{l_x}{l} = 0,544$, $r = 0,6$. Z liczb tych powinno by wynikać, że grab jest pełniejszy od sosny, gdyż przeciętny wykładnik kształtu strzały grabu jest mniejszy od takiegoż wykładnika kształtu sosny. Jednak wykresy strzał, jak twierdzi dr. Płóński, przeczą temu, bo już według wzrokowej oceny kształtu tych strzał należałoby raczej sosnę uważać za bardziej pełną od grabu.

Czy jednak stosunek $\frac{l_x}{l}$ strzały grabu wynosi rzeczywiście 0,544, t. j. czy wykładnik kształtu strzały tego drzewa rzeczywiście równy jest 0,6?

Żeby znaleźć stosunek $\frac{l_x}{l}$, trzeba znać położenie średnicy, odpowiadającej przeciętnemu przekrojowi strzały, a więc przedewszystkiem znać wielkość tej średnicy. Średnicy tej autor krytyki nie podaje, a dokładne jej określenie z rysunku natrafia na trudności, jednak z tabeli 1 (str. 187) można ją obliczyć. W tabeli tej podane są mianowicie różnice pomiędzy średnicami strzały i równoważnej bryły matematycznej na tej samej wysokości, wyrażone w % średnicy, odpowiadającej przeciętnemu (wspólnemu) przekrojowi strzały i bryły matematycznej. Znaleziona na podstawie tabeli średnica ta wynosi 15,4 *cm*. Z wykazu średnic, podanych w tej samej tabeli 1-iej dla różnych wysokości strzały, wynika, że przekrój przeciętny znajduje się na wysokości pomiędzy 10 *m* (średnica 15,9 *cm*), a 12 *m* (średnica 14,7 *cm*).

Gdyby spadek grubości na przestrzeni od 10-go do 12-go *m* był jednakowy, to średnica, odpowiadająca przeciętnemu przekrojowi, znajdowałaby się na wysokości 10,83 *m* (obliczyłem drogą interpolacji na podstawie średnicy 15,9 *cm* na wysokości 10 *m* i 14,7 *cm* na wysokości 12 *m*), a więc l_x wyniosłaby 10,83 *m*. Jednakowego spadku grubości, ściśle rzecz biorąc, nie możemy oczywiście spodziewać się nawet na krótkich odcinkach strzały, jednak różnica pomiędzy spadkiem jednakowym, a tym, który w rzeczywistości ma miejsce, nie jest na krótkich odcinkach duża, o ile niema jakiegoś lokalnego zniekształcenia strzały, jakiejś wyraźniejszej lokalnej nieregularności krzywej morfologicznej na danym odcinku. Stąd wy-

nikałoby, że jeżeli w miejscu, w którym dr. Płoński znalazł położenie średnicy, odpowiadającej przeciętnemu przekrojowi, strzała nie wykazywała większej lokalnej nieregularności, znaleziona przez dra Płońskiego wielkość l_x nie powinna bardzo odbiegać od 10,83 *m*.

Wielkości l_x autor liczbowo nie podaje. Żeby się przekonać, jaką wielkość l_x przyjął dr. Płoński dla obliczenia stosunku $\frac{l_x}{l}$, z którego następnie określił przeciętny wykładnik kształtu strzały (na podstawie podanej przezemnie zależności pomiędzy $\frac{l_x}{l}$ a r) odczytałem wielkość l_x z rys. 1 dra Płońskiego i otrzymałem 11,80—11,85 *m*. Następnie porównałem ten wynik z wynikiem otrzymanym innym sposobem, mianowicie ze stosunku $\frac{l_x}{l}$, który według dra Płońskiego wynosi 0,544, i wysokości strzały grabu l . Okazało się, że wyniki otrzymane jedną i drugą drogą zgadzają się ze sobą. Wysokość l , (której autor krytyki również nie podaje) potrzebną w tym wypadku do obliczenia wielkości l_x , odczytałem z rysunku oraz obliczyłem z miąższości strzały grabu, podanej przez dra Płońskiego (0,4049 m^3 , str. 192) i przeciętnego przekroju, który określiłem na podstawie odpowiadającej mu średnicy (15,4 *cm*). Wysokość strzały grabu, określona z rysunku, zgadza się z wysokością otrzymaną z wyliczenia i wynosi około 21,75 *m*. A zatem wielkość l_x , którą dr. Płoński przyjął dla określenia stosunku $\frac{l_x}{l}$ wynosi 11,80—11,85 *m*.

Jak widzimy, różnica między wielkością l_x , jaką otrzymalibyśmy, gdyby spadek grubości na przestrzeni od 10 do 12 *m* był jednakowy a l_x' , znalezioną przez dra Płońskiego, jest bardzo duża, bo wynosi cały metr. Co jest tego przyczyną? Otóż przyglądając się uważnie wykresowi strzały grabu (rys. dra Płońskiego) widzimy, że grubość na wysokości 11 *m* (grubości tej dr. Płoński w liczbach nie podaje) jest większa od grubości na wysokości 10 *m*. O ile? Trudno powiedzieć. Faktem jest jednak, że różnica ta jest zupełnie wyraźna nawet przy tej podziałce, jaka dla grubości jest na rysunku (podziałka w przybliżeniu 1:17), o czym można się łatwo przekonać, mierząc odpowiednie odcinki cyrklem.

Powstaje z kolei pytanie, z jakiego powodu otrzymać możemy przy pomiarze grubości większy wynik w miejscach bardziej oddalonych od podstawy strzały w porównaniu ze średnicami niżej położonymi. Otóż może się to stać z dwóch powodów: 1. Gdy prze-

kroje poprzeczne strzały są nieregularne, może się zdarzyć, że nie tylko mierząc jedną, ale nawet więcej średnic, otrzymamy (średnią) średnicę wyżej położonego przekroju większą od (średniej) średnicy przekroju niższego, podczas gdy w rzeczywistości pole wyżej położonego przekroju poprzecznego jest mniejsze od przekroju, znajdującego się bliżej podstawy strzały, a zdarzyć się to może zwłaszcza wtedy, gdy odstęp między mierzonymi przekrojami są małe. 2. Powierzchnia przekroju położonego wyżej jest rzeczywiście większa od przekroju niższego, t. j. (średnia) średnica wyższa jest rzeczywiście większa od (średniej) średnicy niżej się znajdującej, co spowodowane jest lokalną nieregularnością strzały, lokalnym zgrubieniem, powstającym najczęściej w okolicy nasady konarów, zwłaszcza grubszych. Takie zjawisko u grabów jest bardzo pospolite (spotkać się z niem można i u innych drzew).

Pomiar strzały w okolicy lokalnego jej zniekształcenia jest niedopuszczalny nawet dla obliczenia miąższości, zwłaszcza jeżeli ma służyć naukowemu zagadnieniu, chyba w wypadkach wyjątkowych, gdy miejscowa nieregularność, np. zgrubienie, ciągnie się na większej długości, mianowicie na długości stanowiącej znaczną część oddzielnie mierzonej sekcji. Pomiaru wykonane w niewłaściwym miejscu, gdy są nieliczne, nie mają jednak przeważnie większego wpływu na wielkość przeciętnego przekroju, a więc i na wielkość średnicy, jemu odpowiadającej, gdyż popełniona niedokładność pomiaru rozkłada się na całą długość strzały. Ale gdy chodzi o położenie średnicy (odpowiadającej przeciętnemu przekrojowi), z którego mamy wnioskować o przeciętnym kształcie całej strzały, lokalna nieregularność strzały musi być w każdym wypadku pominięta, gdyż niema żadnego uzasadnienia, aby decydowała ona o wyniku, charakteryzującym kształt strzały, jako całości.

Różnice pomiędzy położeniem przeciętnego przekroju, określonym z pominięciem lokalnej nieregularności strzały, a położeniem znalezionem w sposób niewłaściwy (bez pominięcia tej nieregularności) mogą być niekiedy bardzo duże, nieraz większe, niż w wypadku rozpatrywanym.

Wykrycie lokalnej nieregularności, (o ile nie pominięto jej przy pomiarze) natrafia często na trudności, jeżeli chcemy ją wykryć przy pomocy jedynie przeglądu liczbowych wyników pomiaru średnic, bo pomiar średnicy, wykonany w takim nieregularnym miejscu strzały (np. na zgrubieniu), nie zawsze pociąga za sobą większy wynik pomiaru średnicy wyżej położonej od średnicy niższej. Może zatem średnica, pomierzona np. w miejscu jakiegoś zgrubienia, być mimo

to mniejszą od średnicy niżej położonej. I wówczas może być też duża różnica pomiędzy położeniem przeciętnego przekroju, określonym w sposób właściwy, a położeniem znalezionem bez pominięcia tej nieregularności.

Mogą być zresztą niewielkie miejscowe nieregularności strzał, które gdy nie są pominięte, mogą spowodować również niewielkie różnice między znalezionem położeniem przeciętnego przekroju a położeniem właściwym. Ale nawet takie nieregularności powinny być pominięte, jeżeli położenie przeciętnego przekroju, a więc i przeciętny wykładnik kształtu strzały, jako całości, ma być określony dokładnie.

Niezależnie więc od tego, czy skonstatowana lokalna nieregularność strzały (krzywej morfologicznej) faktycznie istnieje (2-gi rozpatrzony wypadek), czy też otrzymaliśmy ją sztucznie, na skutek niedość dokładnego pomiaru grubości (wypadek 1-szy), musimy pozbyć się jej wpływu na położenie przeciętnego przekroju, jeżeli z tego położenia mamy wnioskować o przeciętnym stopniu pełności, o przeciętnym wykładniku kształtu całości strzały.

Zgodnie z tem dążeniem, opierając się na doświadczeniu (większość pomiarów strzał, na których oparłem swoje prace o kształcie, wykonałem własnoręcznie, a prawie wszystkie ważniejsze obliczenia wykonałem również osobiście), podałem w końcu rozdziału II. (str. 13—14 lub 189—190) „Wykładnika kształtu strzały...“ ważniejsze wskazówki, jakimi, według mego zdania, należy się kierować, aby możliwie uniknąć błędów przy określaniu położenia średnicy, odpowiadającej przeciętnemu przekrojowi, a więc i przy określaniu l_x strzały, a w rezultacie wielkości stosunku $\frac{l_x}{l}$ i przeciętnego wykładnika kształtu całości strzały.

Wielkość l_x oblicza się przy pomocy interpolacji¹⁾ i zasadniczo na podstawie tych 2 pomiarów ustalonych sąsiednich średnic, pomiędzy którymi powinna, zgodnie z jej wielkością, znajdować się średnica, odpowiadająca przeciętnemu przekrojowi. Główne środki, zmierzające do uniknięcia błędów przy określaniu wielkości l_x , polegają — poza unikaniem podczas samego pomiaru grubości lokalnych zniekształceń (zwłaszcza zgrubień) — na wykreślnym zobrazowaniu tej części krzywej morfologicznej strzały, w której obrębie

¹⁾ Możliwość ją również znaleźć drogą bezpośredniego odszukania na strzale średnicy, odpowiadającej przeciętnemu przekrojowi. Średnica ta nie może jednak w żadnym wypadku znajdować się w miejscu lokalnej nieregularności strzały. Określanie wielkości l_x przy pomocy interpolacji jest jednak, moim zdaniem, sposobem odpowiedniejszym.

leży punkt przeciętnego przekroju. Pożądanem jest przytem wykreślić dość dużą część krzywej. Ewentualną lokalną nieregularność krzywej można tym sposobem z łatwością wykryć, a następnie usunąć jej wpływ na wielkość l_x bądź drogą dodatkowego pomiaru średnicy w miejscu, gdzie nieregularność występuje, bądź nawet (bez dodatkowego pomiaru) przez opuszczenie przy interpolacji tej pomierzonej średnicy, która wypadła w lokalnie nieregularnej części strzały, jeżeli zniekształcenie obejmuje większy odcinek strzały.

Średnica, odpowiadająca przeciętnemu przekrojowi strzały grabu, wynosi 15,4 *cm*, leży więc na wysokości wyższej od 10 *m*, gdzie średnica, według dra Płońskiego, równa jest 15,9 *cm* (tabela 1). Następną podaną w tej tabeli średnica, mianowicie na wysokości 12 *m* równa się 14,7 *cm*.

Stwierdziwszy (na wykresie), że na wysokości 11 *m* od podstawy strzały występuje wyraźne lokalne zgrubienie, a nie mając do dyspozycji samej strzały i przeto nie mogąc wykonać żadnego dodatkowego pomiaru w pobliżu 11 *m* w miejscu, w którym zgrubienia już niema, obliczyłem wielkość l_x drogą interpolacji na podstawie podanych przez Dra Płońskiego średnic na wysokości 10 i 12 *m* i otrzymałem na l_x wartość 10,83 *m*. Gdybyśmy obliczyli wielkość l_x drogą interpolacji na podstawie średnicy na wysokości 10 *m* i jakiejś średnicy w pobliżu 11 *m*, ale pomierzonej w takim miejscu, gdzie zgrubienie już nie wywiera swego wpływu na grubość (w wypadku zgrubienia w okolicy 11 *m* na większej długości pomiaru średnicy na tym odcinku należałoby zaniechać i oprzeć się przy interpolacji wyłącznie na średnicy na wysokości 10 i 12 *m*), otrzymalibyśmy, być może, wynik nieco różniący się od 10,83 *m*. Różnica ta jednak byłaby z pewnością niewielka.

Można przeto przyjąć, że l_x strzały grabu wynosi 10,83 *m*, a nie 11,80—11,85 *m*, jak to przyjął do swoich obliczeń dr. Płoński. Stosunek $\frac{l_x}{l}$ strzały tego drzewa wynosi więc $\frac{10,83}{21,75} = 0,498$, a nie 0,544, jak to podaje dr. Płoński, a wykładnik kształtu strzały grabu równy jest okrągło 1,0, a nie 0,6.

W podobny sposób sprawdziłem wyniki obliczeń wielkości l_x , stosunku $\frac{l_x}{l}$ i przeciętnego wykładnika kształtu, otrzymane przez dra Płońskiego dla strzały 130-letniej sosny i przekonałem się, że wyniki te można uważać za zgodne z wynikami, otrzymanymi właściwym sposobem obliczania. Można więc przyjąć, że stosunek $\frac{l_x}{l}$ strzały sosny rzeczywiście wynosi 0,52, a przeciętny wykładnik kształtu 0,8.

Okazuje się zatem, że nie grab posiada większy stosunek $\frac{l_x}{l}$ i mniejszy przeciętny wykładnik kształtu strzały, lecz odwrotnie, stosunek $\frac{l_x}{l}$ strzały sosny jest większy i mniejszy wykładnik kształtu. A więc obliczony we właściwy sposób stosunek $\frac{l_x}{l}$ i otrzymany na jego podstawie przeciętny wykładnik kształtu strzały wykazał większy stopień pełności strzały sosny od strzały grabu, a nie odwrotnie, jak to podaje dr. Płoński.

Różnica pomiędzy przeciętnymi wykładnikami kształtu strzały sosny i grabu nie jest duża (sosny 0,8, grabu 1,0), nie powinno być wobec tego dużej różnicy i w stopniu przeciętnej pełności strzał obu drzew. Przy porównywaniu (wg. rysunku dra Płońskiego) stopnia przeciętnej pełności grabu i sosny drogą wzrokowej oceny wydawać się może, że strzała grabu jest, jako całość, znacznie bardziej zbieżysta od strzały sosny. Tak jednak nie jest. Wzrokowa ocena może w tym wypadku łatwo wprowadzić w błąd, a to głównie z tego powodu, że stopień pełności poszczególnych części strzały sosny nie wykazuje większych różnic na całej długości, podczas gdy poszczególne części strzały grabu bardzo wyraźnie różnią się między sobą stopniem ich pełności. Dolna i wierzchołkowa część strzały grabu jest wprawdzie bardziej zbieżysta od dolnej i wierzchołkowej części sosny, natomiast w środkowej części grab jest pełniejszy od sosny, o czym się można przekonać, analizując stopniową zmianę grubości strzał sosny i grabu na podstawie tabeli 1 dra Płońskiego.

Widzimy więc, że podany przez dra Płońskiego przykład, z którego miało wynikać, że stosunek $\frac{l_x}{l}$ albo określony według tego stosunku przeciętny wykładnik kształtu nie może być miarą stopnia pełności strzały, nie wykazał słuszności tego twierdzenia. Przeciwnie, przykład ten utwierdził raczej w przekonaniu, że przy pomocy stosunku $\frac{l_x}{l}$ lub jego równoważnika, przeciętnego wykładnika kształtu, można określać i porównywać stopień przeciętnej pełności różnych strzał, i to nie tylko wtedy, gdy ich krzywa morfologiczna jest względnie regularna

(sosna w tym przykładzie), ale i wtedy, gdy jest ona wybitnie nieregularna (grab).

Należy jednak dodać, że uwzględnienie, prócz wykładnika kształtu, jeszcze i parametru równoważnej bryły regularnej podniosłoby dokładność określania stopnia przeciętnej pełności strzały, dając bardziej wyczerpującą charakterystykę strzały pod tym względem.

2. Dr. Płoński twierdzi, że stosunek $\frac{l_x}{l}$ lub obliczony według tego stosunku przeciętny wykładnik kształtu strzały (r) nie tylko nie nadaje się do porównywania stopnia pełności różnych strzał, ale że przy pomocy $\frac{l_x}{l}$ lub r nie można również zbadać zmian, zachodzących w stopniu pełności strzały tego samego drzewa. Dowodzi on mianowicie, że gdy w miarę wzrostu wieku drzewa przyrost grubości w wyżej położonych częściach strzały jest większy od przyrostu grubości w częściach niższych, co powoduje wzrost stopnia pełności strzały, stosunek $\frac{l_x}{l}$ może pomimo to zmniejszać się, a co za tem idzie, przeciętny wykładnik kształtu może wzrastać. Wzrost wykładnika kształtu strzały świadczy o zmniejszaniu się stopnia jej pełności, co nie jest w zgodzie z intensywniejszym przyrostem grubości w wyższych częściach strzały w porównaniu z częściami niżej położonymi, a więc z faktycznym wypełnianiem się strzały.

Tak twierdzi dr. Płoński, a dowód swój opiera na analizie pniowej 150-letniej sosny, badanej w 10-letnich okresach czasu. Nie podaje on jednak tych danych liczbowych, na których podstawie możnaby sprawdzić, czy stosunek $\frac{l_x}{l}$ kształtował się rzeczywiście tak, jak to wykazują wyniki otrzymane przez dra Płońskiego. A właśnie pod tym względem można mieć wątpliwości, skoro się zważy, że stosowany przez niego sposób określania wielkości l_x , od której zależy stosunek $\frac{l_x}{l}$, nie był właściwy, jak to wykazałem w powyższym punkcie 1 niniejszego artykułu.

Niesłuszne jest twierdzenie dra Płońskiego, że stosunek $\frac{l_x}{l}$ lub jego równoważnik, przeciętny wykładnik kształtu strzały, nie może służyć do porównywania stopnia pełności różnych strzał. Wykazałem to wyżej. Czy uzasadnione jest jego twierdzenie, że, pomimo faktycznego wypełniania się strzały, stosunek $\frac{l_x}{l}$ może zmniejsz-

szać się lub przeciętny wykładnik kształtu strzały może wzrastać, powstrzymuję się tymczasem od wypowiedania stanowczego zdania w tej sprawie, oczekując ogłoszenia drukiem tych materiałów, które są niezbędne do sprawdzenia, czy stosunek $\frac{l_x}{l}$ zmieniał się rzeczywiście tak, jak to podaje dr. Płoński. A sądzę, że autor omawianej krytyki opublikuje te materiały nie tylko dlatego, żeby postawiony przez niego zarzut nie stał się gołosłownym, ale i dlatego, żeby — dla dobra nauki — ułatwić wyjaśnienie słuszności i celowości krytykowanej przez niego metody. Nie sądzę, żeby mogły stanąć tu na przeszkodzie trudności wydawnicze, gdyż ogłoszenie niezbędnych materiałów zajmie nie więcej jak 1 str. druku. Chodzi bowiem tylko o całkowitą wysokość strzały w poszczególnych okresach wieku i o średnicę na tych wysokościach, na których były mierzone.

Przeciętny wykładnik kształtu strzały, określany moim sposobem, jest właściwie wykładnikiem kształtu równoważnej regularnej bryły obrotowej. A o kształcie bryły regularnej (tworząca: $y^2 = px^r$) stanowi nie tylko jej wykładnik, ale i drugi element kształtu, mianowicie parametr. Określanie zatem stopniowej zmiany przeciętnej pełności strzały przy pomocy tylko przeciętnego wykładnika kształtu opierałoby się na założeniu, że parametr regularnych brył obrotowych, które są równoważne zmieniającej się stopniowo strzale, jest z okresu na okres niezmienny. Czy założenie takie — dla określania stopniowej zmiany przeciętnej pełności strzały — jest zawsze dostatecznie słuszne, a jeżeli nie, to kiedy nie, kwestja ta wymaga jeszcze dalszych studjów i badań. Dlatego też zebrany przez dra Płońskiego materiał z analizy pniowej mógłby się w pewnej mierze przyczynić do wyjaśnienia poruszonej kwestji.

Gdyby się okazało, że parametr równoważnych brył regularnych, o których wyżej mowa, zmienia się tak dalece, że utrudnia możliwość określania zmiany stopnia przeciętnej pełności strzały przy pomocy tylko wykładnika kształtu, należałoby, prócz tego ostatniego, uwzględnić jeszcze i parametr tych równoważnych brył.

II.

Dr. Płoński twierdzi, że strzały drzew leśnych, posiadające jednakowy lub podobny stosunek $\frac{l_x}{l}$ albo odpowiadający temu stosunkowi jednakowy lub podobny przeciętny wykładnik kształtu, mogą posiadać różne kształty, że krzywe morfologiczne strzał o takich samych lub podobnych przeciętnych wykładnikach kształtu

mogą być różne. Dr. Płóńskiemu chodzi więc nie tylko o stopień przeciętnej pełności, ale i o pokrój strzały, o jej obraz, o charakter krzywej morfologicznej.

Z rozpatrywanej krytyki możnaby wyprowadzić wniosek, że usiłowałem nadać przeciętnemu wykładnikowi kształtu rolę jakiegoś uniwersalnego środka, że przy pomocy przeciętnego wykładnika kształtu usiłowałem określać nie tylko stopień przeciętnej pełności strzały, ale i jej pokrój, że uważałem, iż zapomocą przeciętnego wykładnika kształtu można określać charakter biegu krzywej morfologicznej. Jeżeli dr. Płóński przypisywał mi takie tendencje, to zupełnie niesłusznie. Przecież tak nie pisałem. Jest zresztą zrozumiałe samo przez się, że przeciętny wykładnik kształtu do takiego celu służyć nie może, i nie potrzeba żadnych dowodów na to, że pokrój strzał, ich obraz, ich krzywa morfologiczna może być różna przy takiej samej wielkości przeciętnego wykładnika kształtu. (Dr. Płóński, jeżeli go dobrze zrozumiałem, przeprowadza szczegółowy dowód, że strzały o zbliżonych do siebie przeciętnych wykładnikach kształtu mogą posiadać różny pokrój, że ich krzywe morfologiczne mogą być różne). Wystarczy wnikać w istotę pojęcia przeciętnej pełności, której miarą jest (razem z parametrem) przeciętny wykładnik kształtu, i w istotę pojęcia pokroju strzały, żeby zrozumieć, że przeciętny wykładnik kształtu pokroju (całkowitego obrazu) strzały określać nie może.

Między pokrojem strzały a stopniem jej przeciętnej pełności jest zasadnicza różnica. I pokrój strzały i stopień przeciętnej pełności jest wypadkową kształtu poszczególnych części strzały. Ale podczas gdy pokrój strzały zależy od kształtu każdej poszczególnej jej części, o stopniu przeciętnej pełności stanowi kształt wszystkich części razem wziętych. Różnica w kształcie jakiegokolwiek części jednej strzały w porównaniu z analogiczną częścią innej strzały już wystarczy, żeby pokrój tych strzał nie był jednakowy, gdy tymczasem ta sama różnica może nie mieć wpływu na stopień przeciętnej pełności strzał, o ile tej różnicy towarzyszy jednocześnie różnica w kształcie innych odpowiadających sobie części — w kierunku odwrotnym. Strzała zbieżysta w części przyziemnej i wierzchołkowej, a jednocześnie bardzo pełna w środkowej (np. grab w artykule dr. Płóńskiego) ma niewątpliwie inny pokrój, inny bieg krzywej morfologicznej (nie potrzeba na to żadnych dowodów, wystarczy spojrzeć na rysunek), niż strzała o mniej więcej jednakowym stopniu pełności na całej swej długości (np. 130-letnia sosna w tymże artykule). Tymczasem stopień przeciętnej pełności obu tych strzał może być bardzo podobny, jak to jest właśnie ze 130-letnią

sosną i 89-letnim grabem, lub nawet zupełnie jednakowy. A pochodzi to w tym wypadku stąd, że zbieżystość dolnej i wierzchołkowej części strzały grabu jest wyrównana dużą pełnością części środkowej.

Z przeciętnego wykładnika kształtu, będącego (łącznie z parametrem) wyrazem przeciętnej pełności strzały, nie można, rzecz jasna, sądzić o tem, czy poszczególne części strzały są wykładnikiem kształtu do siebie zbliżone, czy też pomiędzy kształtem tych części istnieje duża rozbieżność. Taki sam lub podobny przeciętny wykładnik kształtu mogą posiadać zarówno strzały jednolite w swym kształcie, strzały, których części składowe mają bardzo podobne wykładniki kształtu, jak i strzały, wykazujące dużą różnorodność w kształcie poszczególnych części.

Z podobnym wypadkiem mamy właśnie do czynienia w podanym przez dr. Płońskiego przykładzie, gdzie grab i sosna mają zbliżony do siebie przeciętny wykładnik kształtu strzały (według moich obliczeń sosna 0,8, grab 1,0), przytem wykładnik kształtu poszczególnych części strzały sosny nie wykazuje większych różnic, podczas gdy różnica pomiędzy wykładnikami kształtu poszczególnych odcinków strzały grabu jest duża. Tem właśnie należy tłumaczyć stosunkowo małe różnice między odpowiadającymi sobie średnicami strzały i średnicami równoważnej bryły matematycznej u sosny, a duże różnice pomiędzy takimi samymi średnicami u grabu. (Po poprawieniu przeciętnego wykładnika kształtu strzały grabu z 0,6 na 1,0 różnice te zmaleją). Duże różnice pomiędzy odpowiadającymi sobie średnicami strzały i równoważnej bryły obrotowej u grabu, a małe u sosny nie dowodzą bynajmniej, że strzały tych drzew różnią się przeciętną pełnością, natomiast świadczą one niewątpliwie o różnym pokroju strzał.

Możnaby przeprowadzić analogję między pokrojem strzały i stopniem przeciętnej jej pełności z jednej strony a szeregiem liczb i ich przeciętną z drugiej strony. Szeregi liczb są niejednakowe, jeżeli różnią się bodaj jednym elementem, a nawet więcej, są one niejednakowe nawet wtedy, gdy tylko kolejność, porządek liczb jest różny; tymczasem szeregi, składające się z różnych elementów, mogą posiadać taką samą wartość przeciętną. Między przeciętną pełnością strzały a jej pokrojem jest mniej więcej taki sam związek, jak między przeciętną szeregu liczb a samym szeregiem.

Jasną jest więc rzeczą, że przeciętny wykładnik kształtu, będąc wielkością przeciętną, nie może służyć do określania pokroju strzały. Nie wynika wszakże z tego, żeby nie miał on znaczenia dla morfologii: nie jest przecież z punktu widzenia morfologii rzeczą obojętną, czy strzała, jako całość, jest pełna, czy też zbieżysta i w jakim stopniu.

Warto jeszcze zwrócić uwagę na to (ponieważ autor krytyki wspomina i o regularnych bryłach obrotowych), że przy pomocy przeciętnego wykładnika kształtu nie można określić nie tylko pokroju strzały, bryły nieregularnej, ale i pokrój (wygląd, obraz) bryły regularnej nie może być określony w dostatecznej mierze za pomocą jedynie wykładnika kształtu. Kształt bryły regularnej jest bowiem wypadkową dwóch elementów kształtu: wykładnika i parametru. Z tego wynika, że bryły regularne o takim samym wykładniku kształtu mogą mieć pokrój niejednakowy, jeżeli ich parametry są różne. Dla przykładu można wyobrazić sobie (najłatwiej) dwa stożki, a więc bryły o ściśle określonym i zupełnie jednakowym wykładniku kształtu, które przy niejednakowych parametrach mogą wyglądem nawet bardzo różnić się od siebie. (Dokończenie nastąpi).
