

*Tadeusz Molski*

**ZIEMNE BUDOWLE HYDROTECHNICZNE I ICH  
PODŁOŻE W WARUNKACH FILTRACJI NAPOROWEJ**

---

***EARTH HYDROENGINEERING STRUCTURES  
AND THEIR SUBSOIL IN PRESSURED FILTRATION  
CONDITIONS***

**Streszczenie**

Bezpieczeństwo ziemnych budowli hydrotechnicznych stwarza potrzebę ustalenia rzeczywistych warunków filtracji towarzyszących tym obiektom. Uzyskane wyniki komputerowych obliczeń parametrów filtracji oraz badań porównawczych na modelu gruntowym, pozwoliły na ustalenie relacji pomiędzy wielkościami hydrodynamicznymi filtracji naporowej przestrzennej i płaskiej, określonymi na tych samych modelach warunków hydrogeologicznych. Relacje te pozwalają na urealnienie wartości hydrodynamicznych filtracji określonych na modelach płaskich, poprzez uwzględnienie w najistotniejszych obszarach, rzeczywistego przestrzennego charakteru filtracji.

**Słowa kluczowe:** ziemna budowla hydrotechniczna, filtracja płaska, filtracja przestrzenna, model matematyczny, model gruntowy

***Summary***

*For the assurance stability of the ground hydroengineering buildings (structures), it is indispensable to base real filtration conditions of these objects. On the base of computer results of calculation filtrations parameters, and comparative reserches on the phisical model, has been consolidated relations beetwen spatial and flat hydrodynamic pressured filtration, determined under the same hydrogeologic conditions. These relations let to consolidate the real value of hydrodynamic filtrations made on flat models, by passing over in the most important areas, real spatial character of filtration.*

**Key words:** ground (soil) hydroengineering structure, flat filtration, spatial filtration, mathematical model, ground (soil) model

## WSTĘP

W problematyce budowy ziemnych budowli hydrotechnicznych (zapór, wałów przeciwpowodziowych), jednym z ważniejszych i odpowiedzialniejszych zagadnień jest prognoza procesu filtracji i analiza możliwości powstania zjawisk z nim związanych. Najczęstsze przyczyny awarii zapór ziemnych [Wolski i in.1982], to:

- przelanie się wody nad koroną zapory – ok. 30% awarii,
- filtracyjne zmiany struktury gruntu – ok. 38% awarii (rozważany w badaniach przypadek),
- utrata stateczności zapory przez przekroczenie wytrzymałości gruntu – ok. 15% awarii,
- inne przyczyny (np. trzęsienie ziemi, uszkodzenia ubezpieczeń) – ok. 17% awarii.

Analiza rzeczywistych strumieni filtracji w istniejących zaporach ziemnych [Król P.1982] wskazała miejsca w korpusie zapory, gdzie filtracja szczególnie nabiera przestrzennego charakteru. Są to: rejon przyczółka, rejon budowli upustowej i miejsca zróżnicowania budowy geologicznej podłoża oraz rejon urządzeń odwadniających.

Wystąpienie zmian w gruncie następuje przy przekroczeniu krytycznej wartości prędkości przepływu lub spadku krytycznego [Czyżewski i in.1973].

## CEL I ZAKRES BADAŃ

Celem badań było ustalenie relacji pomiędzy wielkościami hydrodynamicznymi filtracji naporowej przestrzennej i płaskiej. Relacje te pozwalają na urealnienie wartości hydrodynamicznych filtracji wyznaczonych na modelach płaskich, poprzez uwzględnienie w niektórych wrażliwych obszarach, rzeczywistego przestrzennego charakteru filtracji.

Zakres pracy obejmuje:

- komputerowe obliczenia wielkości hydrodynamicznych naporowej filtracji przestrzennej i płaskiej na opracowanym przestrzennym modelu matematycznym MES,
- ustalenie relacji pomiędzy wielkościami hydrodynamicznymi naporowej filtracji ustalonej w układzie płaskim i przestrzennym w tych samych warunkowaniach hydrogeologicznych,
- analizę filtracyjnych warunków wypływu w strefie otworu symulującego przebiecie hydrauliczne,
- porównawcze badania warunków filtracji przestrzennej na modelu matematycznym i gruntowym.

## ZJAWISKA W GRUNCIE WYWOŁANE FILTRACJĄ

Niekorzystne oddziaływanie filtracji na stateczność ziemnych budowli hydrotechnicznych i podłoża, czyli ośrodka gruntowego, może przejawiać się w postaci kurzawki (upłynniania gruntu), sufozji, przebicia hydraulicznego lub wyparcia [Mioduszewski, Wolski 1975, Pisarczyk 2001]. Występujące zmiany w gruncie wywołane filtracją nie występują w czystej postaci, lecz są ze sobą w większym lub mniejszym stopniu połączone.

W hydrotechnice działania inżynierskie realizowane są przy spełnieniu warunku:

$$\frac{i_{kr}}{i_{rzecz}} = \gamma_n$$

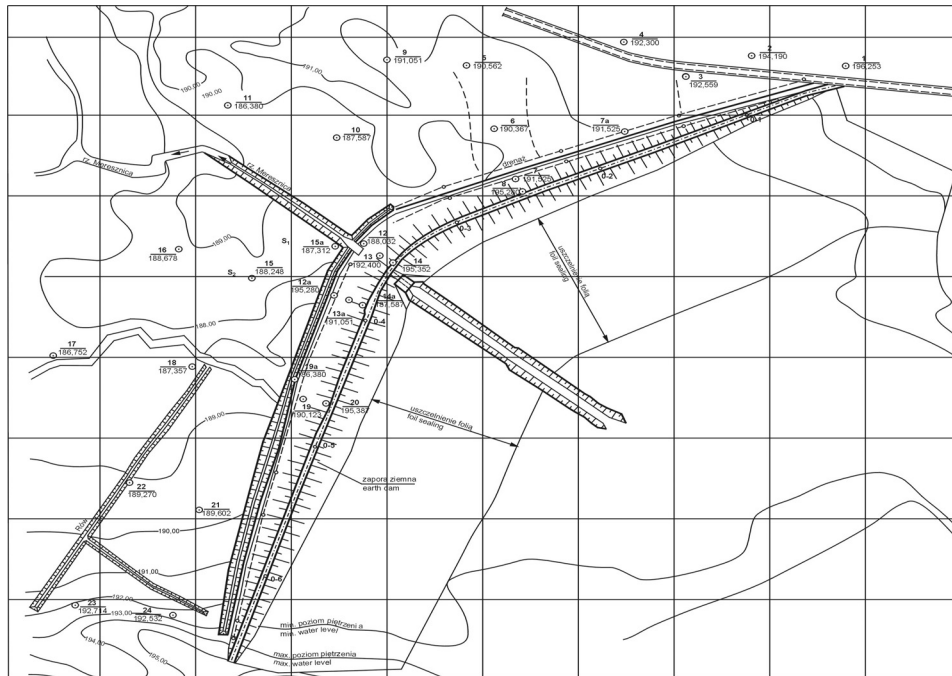
gdzie:

- $\gamma_n$  – współczynnik konsekwencji zniszczenia budowli hydrotechnicznej,
- $i_{rzecz}$  – spadek hydrauliczny rzeczywisty,
- $i_{kr}$  – spadek hydrauliczny krytyczny.

## MATEMATYCZNY I GRUNTOWY MODEL FILTRACJI PRZESTRZENNEJ

Geotechniczne problemy eksploatacyjne związane z niekorzystnym działaniem sił filtracji często występującym na obiektach hydrotechnicznych i prowadzącym do utraty równowagi ośrodka gruntowego, stwarzają potrzebę przeprowadzania szczegółowej analizy warunków filtracji w układzie przestrzennym. Przeprowadzona analiza uwarunkowań filtracyjnych dla zapory ziemnej i podłoża zbiornika wodnego w Kobylej Górze, może stanowić podstawę do rozwiązywania tych problemów geotechnicznych w budownictwie.

Korpus zapory ziemnej w Kobylej Górze o wysokości maksymalnej 7,0 m, szerokości korony 3,0 m i nachyleniu skarp 1:3 zbudowany został z miejscowych piasków średnich pochodzenia wodno-lodowcowego, które wypełniają dolinę rzeczna w osi rzeki na głębokość około 20 m. Elementy uszczelniające stanowią: fartuch w dnie czaszy zbiornika o szerokości 100 m oraz ekran żelbetowy na skarpie odwodnej zapory. Odwodnienie prawego skrzydła zapory stanowi podwójny drenaż, natomiast lewego skrzydła drenaż połączony z rowem opaskowym (rys.1). Dno i skarpy rowu opaskowego umocnione zostały płytami betonowymi, wylewanymi na miejscu. Na skarpach wbudowane zostały w odstępach 10-cio metrowych betonowe płyty „ażurowe”. W czasie wstępnej eksploatacji zalegający pod płytą umocnienia dennego piasek średni, wskutek niekorzystnych warunków filtracji tracił równowagę i ulegał wynoszeniu przez otwory nieszczelności płyty, które mogą być utożsamiane w przypadku profilu gruntowego z otworami przebicia hydraulicznego, powstałymi w warstwie nieprzepuszczalnej stwarzającej warunki filtracji naporowej.

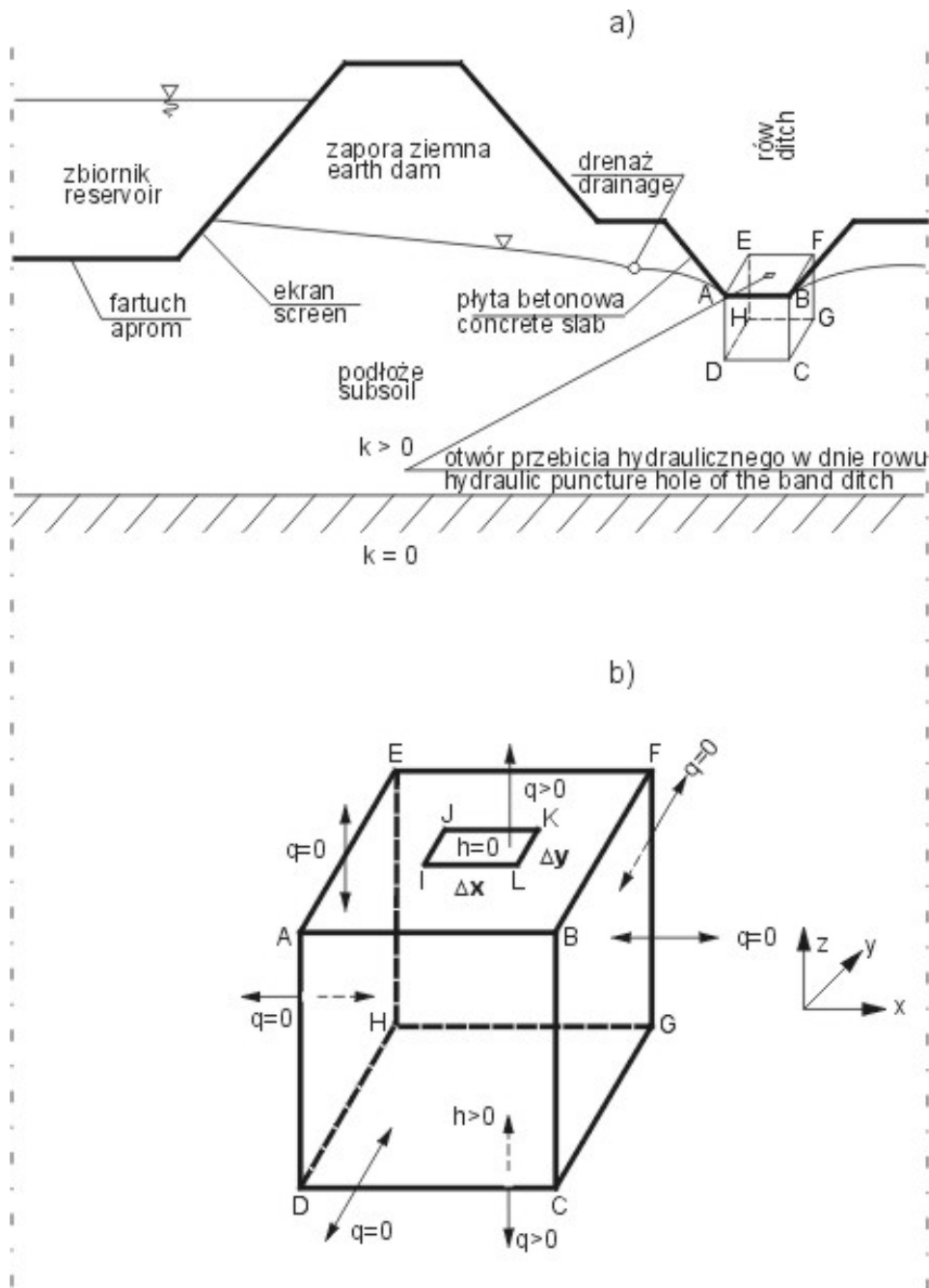


**Rysunek 1.** Plan sytuacyjny. Zbiornik wodny w Kobylej Górze  
**Figure 1.** Situation plan. Kobyla Góra reservoir

Filtracja w tym obszarze jest typowo przestrzenna i stąd badania modelowe w układzie przestrzennym, w którym element przestrzeni gruntowej w postaci sześcianu przedstawia rys. 2.

### ZAŁOŻENIA BUDOWY PRZESTRZENNEGO MODELU MATEMATYCZNEGO

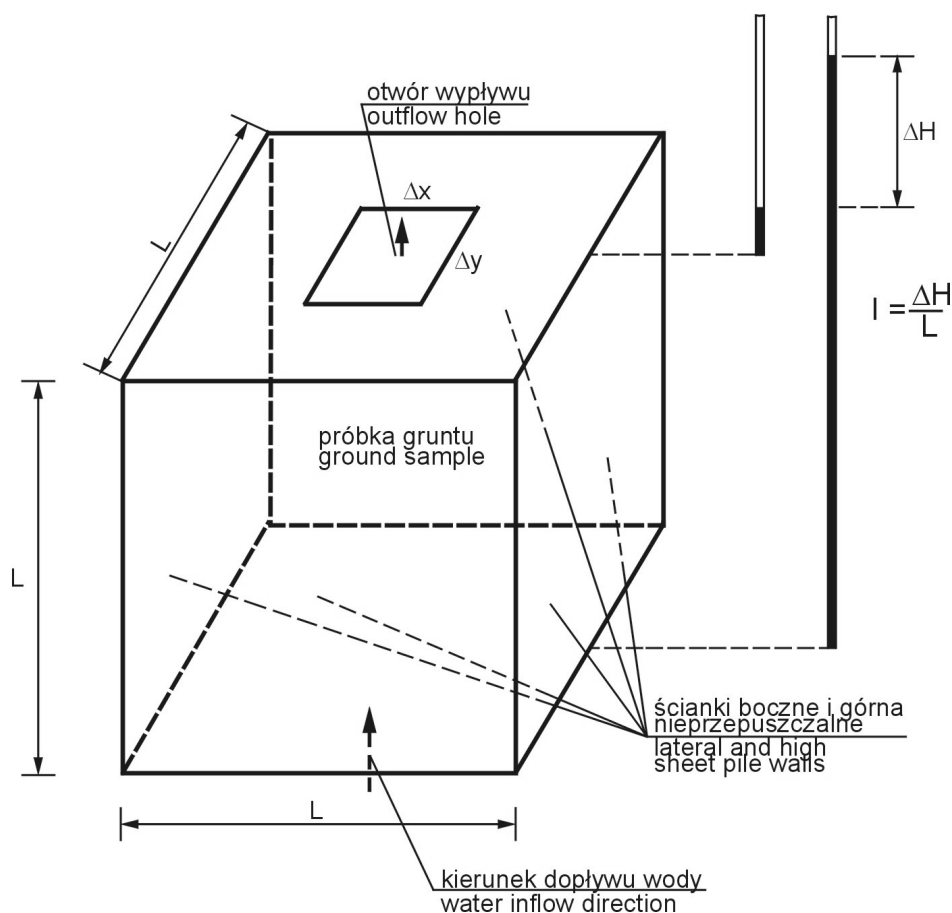
Celem przeanalizowania zmian wartości hydrodynamicznych w przestrzeni filtracji dopływu do wymienionego otworu nieszczelności – opracowano matematyczny model przestrzenny MES [Chalfen, Molski 2001]. Badania obejmowały ustalony charakter filtracji, przy którym występują największe spadki hydrauliczne (niekorzystne warunki) w strefie wypływu. Realizowane były dla ośrodka jednorodnego, izotropowego a wielkości sterowane to: wymiar modelu  $L$ , spadek hydrauliczny  $I = \frac{\Delta H}{L}$ , i wymiary otworów wypływu (dziur) zgodnie z przykładowymi schematami podanymi na rys. 4.



**Rysunek 2.** Zapora ziemna: a) przekrój pionowy, b) element przestrzeni gruntovej  
**Figure 2.** Ground dam in Kobyla Góra: a) vertical section, b) ground spatial element

### MODEL GRUNTOWY

Model gruntowy do badań filtracji w układzie przestrzennym w nawiązaniu do modelu matematycznego został tak skonstruowany, aby istniała możliwość porównania odpowiadających sobie wyników badań i obliczeń tych modeli, rys. 3. Analiza porównawcza wyników dotyczyła: wysokości piezometrycznych, natężenia i prędkości wypływu przez otwór oraz spadków hydraulicznych w strefie wypływu przez otwór, przy podobnych założeniach wejściowych do badań i obliczeń.



**Rysunek 3.** Trójwymiarowy model matematyczny i gruntowy – schemat  
**Figure 3.** Three-dimensional mathematical and physical ground model – scheme

**ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ FILTRACJI PRZESTRZENNEJ  
NA MODELU MATEMATYCZNYM MES**

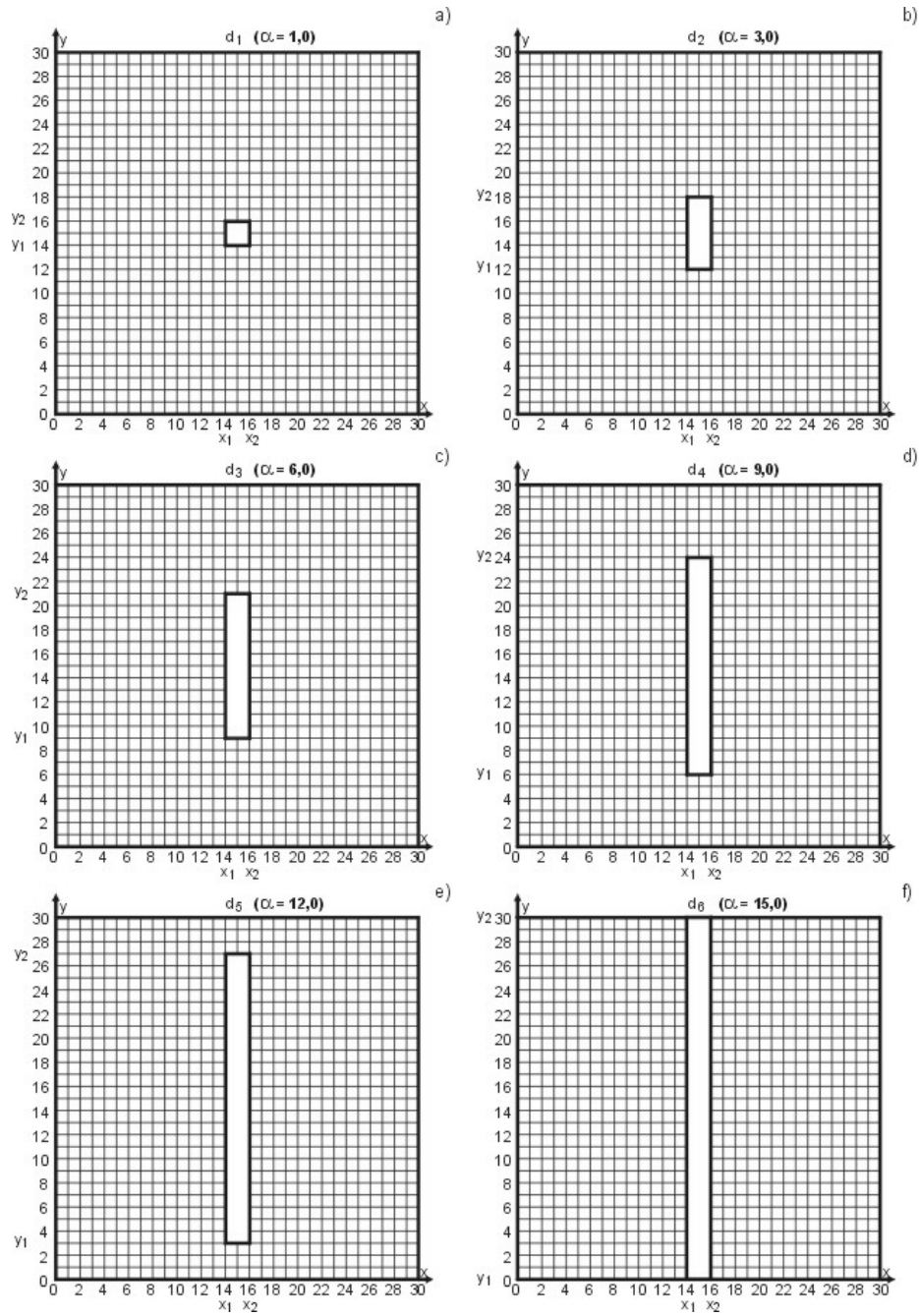
Wielowariantowe badania filtracji przestrzennej na modelu matematycznym realizowane były przy przyjęciu dla sterowanych warunków (p. 4), następujących wartości:

$$L = 30 \text{ cm}; I = \frac{\Delta H}{L} = 0,0017 \div 0,2667; \Delta x = x_2 - x_1, \Delta y = y_2 - y_1$$

Istotnymi elementami wpływającymi na kształtowanie warunków hydrodynamicznych pola filtracji przestrzennej w strefie oddziaływania otworu wypływu były wielkość otworu, jak również jego kształt. W badaniach uwzględniano otwory wypływu o różnej powierzchni w kształcie prostokąta - kwadraty lub prostokąty. Jako miarę kształtu (współczynnik  $\alpha$ ), przyjęto stosunek długości boków otworu  $\Delta y = y_2 - y_1$  do  $\Delta x = x_2 - x_1$ , czyli:  $\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ . Stąd dla otworu

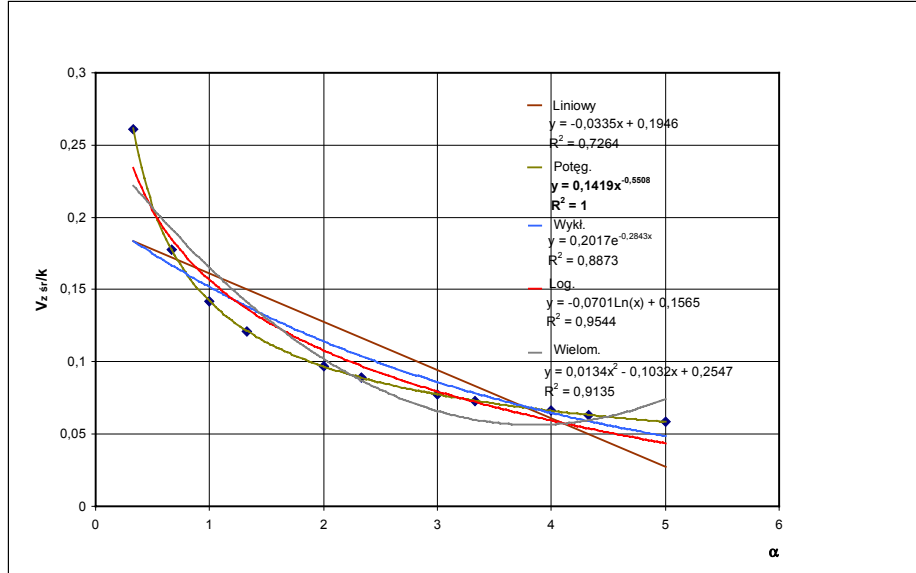
kwadratowego  $\alpha = 1$ . Wyniki obliczeń matematycznych posłużyły do opracowania graficznego obrazu zależności pionowej składowej średniej prędkości w strefie wypływu  $V_{z \text{ sr}}/k$  przez otwór, od współczynnika kształtu otworu  $\alpha$  w postaci wykresów  $V_{z \text{ sr}}/k = f(\alpha)$ , przy różnych wartościach spadku hydraulicznego I, rys. 5.

Pozwoliło to na selektywny wybór linii trendu najlepiej odwzorowujących rozkład punktów stanowiących wyniki badań. Stanowią je potęgowe linie trendu, których równania użyto do dalszej analizy porównawczej wielkości hydrodynamicznych pola filtracji w układzie płaskim, o determinacji  $R^2$  najbliższej 1. Prędkość  $V_{z \text{ sr pl}}/k$  dotyczy płaskiego charakteru filtracji w układzie  $xz$ , która występuje w modelu przy otworach wypływu o szerokości  $\Delta y = L$ . Przestrzenny charakter dopływu, charakteryzujący się wielkością  $V_{z \text{ sr prz}}/k$ , dotyczy pozostałych otworów wypływu, dla których  $\Delta y < L$ .

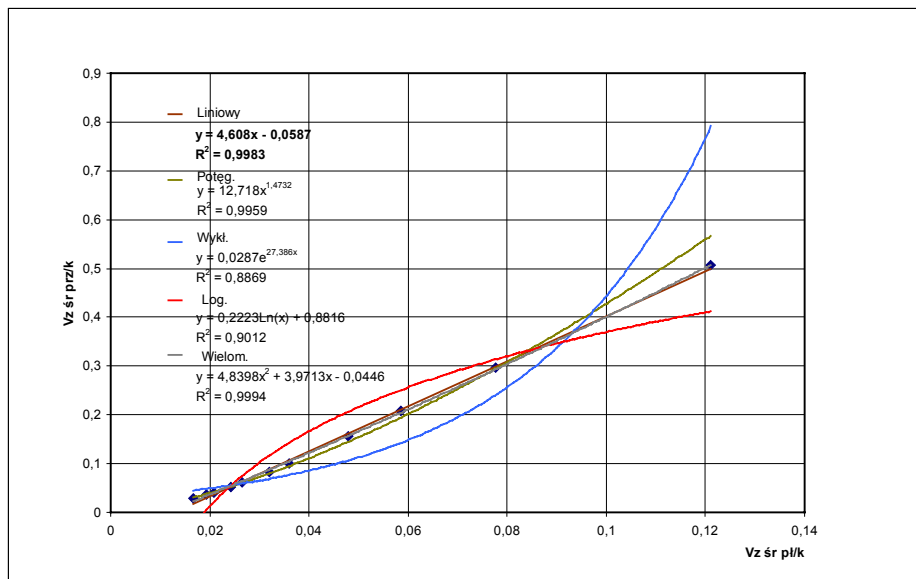


**Rysunek 4 a-f.** Schematy otworu wypływu w modelu – widok z góry  
**Figure 4 a-f.** Schemes of outflow hole in model – top view





**Rysunek 5.** Relacja  $V_{z\ sr}/k = f(\alpha)$  przy  $I=0,0167$  – typ potęgowy [Molski 2010]  
**Figure 5.** Relation  $V_{z\ sr}/k = f(\alpha)$  on  $I=0,0167$  – type power [Molski 2010]



**Rysunek 6.** Relacja  $V_{z\ sr}/k = f(V_{z\ sr\ pl}/k)$  dla  $\alpha = 0,5$  przy  $I = 0,0167$ – typ liniowy [Molski 2010]  
**Figure 6.** Relation  $V_{z\ sr}/k = f(V_{z\ sr\ pl}/k)$  for  $\alpha = 0,5$  on  $I = 0,0167$  – type linear [Molski 2010]

Dla ustalenia relacji między prędkościami średnimi wypływu, w układzie przestrzennym i płaskim, opracowane zostały wykresy (przykładowo rys. 6)  $V_{z\ \text{śr prz}}/k = f(V_{z\ \text{śr pl}}/k)$ , dla których przyjęto liniowe linie trendu, jako najlepiej odwzorowujące analizowaną relację. W wyniku tego ogólne równanie, opisujące relację między prędkością filtracji (przy wypływie z otworu) w układzie przestrzennym i płaskim, przyjmuje następującą postać:

$$V_{z\ \text{śr prz}}/k = 3,4531 \alpha^{-0,4096} \cdot V_{z\ \text{śr pl}}/k - 2,8946 \cdot I \quad (1)$$

dla:  $0,1 \leq \alpha \leq 10,0$  oraz  $0,0017 \leq I \leq 0,2667$ .

Dla  $I/V_{z\ \text{śr pl}}/k = 1/10$ , przy  $\alpha = 11,08$   $V_{z\ \text{śr prz}}/k \cong V_{z\ \text{śr pl}}/k$ , natomiast dla  $I/V_{z\ \text{śr pl}}/k = 1/20$ ,  $V_{z\ \text{śr prz}}/k \cong V_{z\ \text{śr pl}}/k$  przy  $\alpha = 14,82$ .

Wartości  $V_{z\ \text{śr pl}}/k$  oraz  $V_{z\ \text{śr prz}}/k$ , czyli średnie wartości składowych pionowych prędkości filtracji (odpowiadające spadkom hydraulicznym) w układzie płaskim lub przestrzennym, wynikają ze stosunku wartości przepływów do powierzchni otworu wypływu. Wykres rozkładu składowych pionowych prędkości  $V_z$  dla otworu nie jest prostokątny. Stąd w praktyce inżynierskiej, z punktu widzenia potrzeb zapewnienia bezpieczeństwa ziemnych konstrukcji hydrotechnicznych, najistotniejszą wielkość stanowi  $V_{z\ \text{max prz}}/k$ , czyli wartość maksymalnej składowej pionowej prędkości wypływu (spadku hydraulicznego) w układzie przestrzennym, która decyduje o równowadze ośrodka gruntowego. Powinna ona spełniać warunek  $V_{z\ \text{max prz}}/k \leq i_{\text{kryt}}$ .

Wielowariantowe obliczenia i opracowane relacje (przykład rys. 7) pozwoliły ostatecznie na ustalenie równania o postaci:

$$V_{z\ \text{max prz}}/k = 4,9191 \cdot I \cdot \ln(V_{z\ \text{śr prz}}/k) + 6,4012 \cdot I^{0,7221} \quad (2)$$

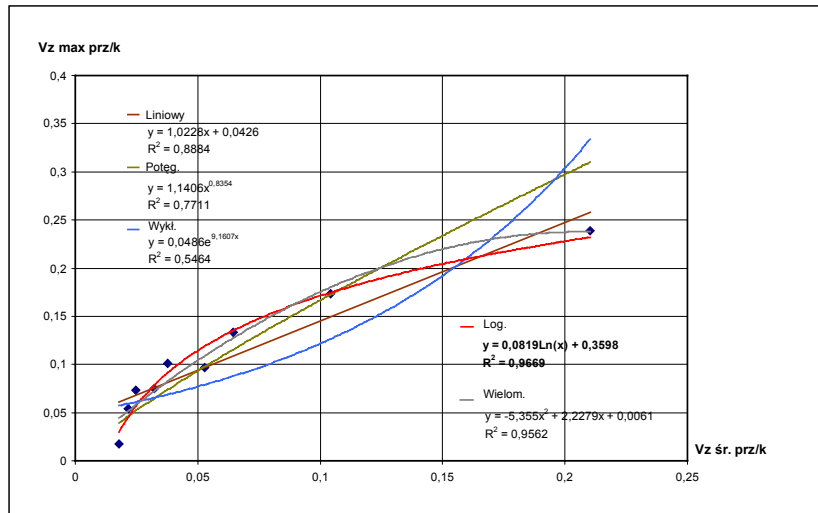
dla:  $0,0017 \leq I \leq 0,2667$  oraz  $V_{z\ \text{max prz}}/k \leq i_{\text{kryt}}$

$V_{z\ \text{max prz}}/k \leq i_{\text{kryt}}/\gamma_n$  – w praktyce inżynierskiej, gdzie:  $\gamma_n$  – współczynnik konsekwencji zniszczenia.

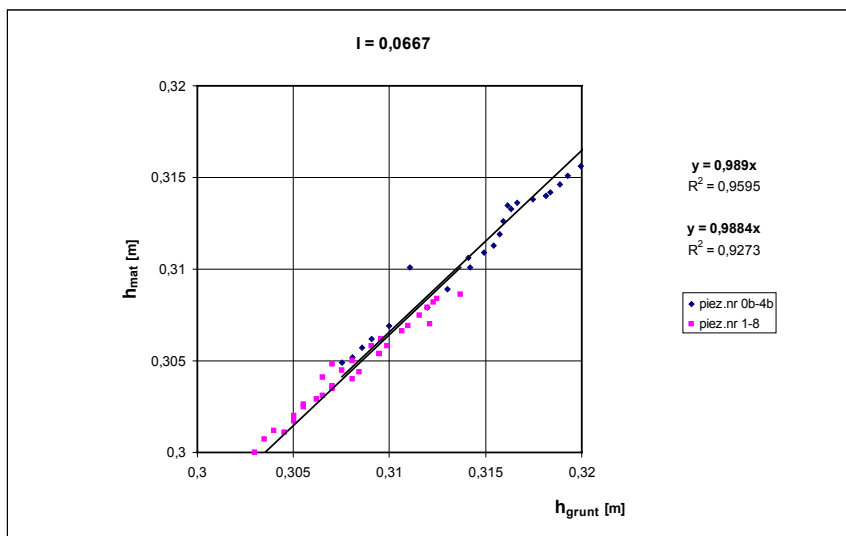
Poprawność analizy wielkości hydrodynamicznych w przestrzeni filtracji wymaga również oceny, czy ich wartości nie wykraczają poza zakres stosowności prawa Darcy. Jako kryterium przyjęto że  $V_{z\ \text{max prz}}/k \leq i_{\text{dop}}$ , gdzie  $i_{\text{dop}}$  stanowi górną granicę stosowności prawa Darcy. Na bazie analizy wyników komputerowych obliczeń uzyskano ostateczne równanie na  $V_{z\ \text{max prz}}/k$ , o postaci:

$$V_{z\ \text{max prz}}/k = 8,1223 \cdot I \cdot \ln(V_{z\ \text{śr prz}}/k) + 9,8325 \cdot I^{0,7198} \quad (3)$$

dla:  $0,0017 \leq I \leq 0,2667$  oraz  $V_{z\ \text{max prz}}/k < i_{\text{dop}}$  (pr. Darcy)



**Rysunek 7.** Relacja  $V_{z \max prz/k} = f(V_{z śr prz/k})$  dla  $I = 0,0167$  – typ logarytmiczny [Molski 2010]  
**Figure 7.** Relation  $V_{z \max prz/k} = f(V_{z śr prz/k})$  on  $I = 0,0167$  – type logarithmic [Molski 2010]



**Rysunek 8.** Relacja  $h_{mat} = f(h_{grunt.})$  [Molski 2010]  
**Figure 8.** Relation  $h_{math} = f(h_{gr.})$  [Molski 2010]

## ANALIZA PORÓWNAWCZA WYNIKÓW BADAŃ I OBLICZEŃ FILTRACJI

Badania wielkości hydrodynamicznych filtracji na odpowiadających sobie modelach gruntowym i matematycznym przy tych samych warunkach brzegowych stworzyły możliwość ich porównania.

Przykładowo relację pomiędzy pomierzonymi i obliczonymi, w odpowiadających sobie punktach pomiarowych, wartościami wysokości piezometrycznych przedstawia na rys. 8 wykres o postaci  $h_{\text{mat}} = f(h_{\text{grunt}})$ , na którym podane równania relacji typu liniowego  $y = 0,989x$  przy  $R^2 = 0,9595$  dla piezometrów nr 0b – 4b (ściana boczna modelu) oraz  $y = 0,9884x$  przy  $R^2 = 0,9273$  dla piezometrów nr 1 – 8 (górze modelu), wykazują zbieżność wartości  $h_{\text{mat}}$  i  $h_{\text{grunt}}$ .

Wartości hydrodynamiczne określone na modelu gruntowym są o ok. 2% wyższe od odpowiadających im wartości modelu matematycznego MES.

### WNIOSKI

1. Rozpoznanie parametrów geotechnicznych gruntów oraz uwarunkowań hydrogeologicznych budowli są niezbędne dla ustalenia charakteru filtracji (swobodna, naporowa) oraz przyjęcia reprezentatywnych przekrojów do obliczeń filtracji płaskiej, z możliwością podniesienia stopnia dokładności tych obliczeń (w strefach gdzie jest to szczególnie istotne), poprzez symulację jej przestrzennego charakteru. Na takie uwzględnienie rzeczywistego przebiegu filtracji mogą pozwolić równania, opisujące wyniki zamieszczonych badań.

2. Relację między składową pionową średniej prędkości filtracji w układzie płaskim i przestrzennym (przy wypływie z otworu), ustaloną w oparciu o obliczenia na przestrzennym modelu matematycznym, opisuje równanie (1) o postaci:

$$V_{z \text{ sr prz}}/k = 3,4531\alpha^{-0,4096} \cdot V_{z \text{ sr pl}}/k - 2,8946 \cdot I \text{ dla: } 0,1 \leq \alpha \leq 10,0; 0,0017 \leq I \leq 0,2667$$

3. Dla  $I/V_{z \text{ sr pl}}/k = 1/10$ , przy  $\alpha = 11,08$   $V_{z \text{ sr prz}}/k \cong V_{z \text{ sr pl}}/k$ , natomiast dla  $V_{z \text{ sr pl}}/k = 1/20$ ,  $V_{z \text{ sr prz}}/k \cong V_{z \text{ sr pl}}/k$  przy  $\alpha = 14,82$ . Oznacza to, że istnieją wartości współczynnika kształtu otworu  $\alpha$ , powyżej których dopływ do urządzeń odwadniających (np. nieciągłych rowów lub wykopów) można rozpatrywać w przekrojach płaskich prostopadłych do dłuższego wymiaru urządzeń.

4. Składową pionową maksymalnej prędkości filtracji można obliczyć z równania (2) o postaci:

$$V_{z \text{ max prz}}/k = 4,9191 \cdot I \cdot \ln(V_{z \text{ sr prz}}/k) + 6,4012 \cdot I^{0,7221} \text{ dla: } 0,0017 \leq I \leq 0,2667$$

której wartość powinna spełniać warunek:

$$V_{z \text{ max prz}}/k \leq i_{\text{kryt}}; V_{z \text{ max prz}}/k \leq i_{\text{kryt}}/\gamma_n - \text{w praktyce inżynierskiej}$$

5. Obliczenia i badania wielkości hydrodynamicznych filtracji na przestrzennym modelu matematycznym i gruntowym mieszczą się w zakresie stosowności prawa Darcy'ego. Warunek ten dla strefy wypływu przez otwór opisuje równanie (3) o postaci:

$$V_{\max \text{ prz}}/k = 8,1223 \cdot I \cdot \ln(V_{z \text{ śr prz}}/k) + 9,8325 \cdot I^{0,7198} \text{ dla: } 0,0017 \leq I \leq 0,2667$$

obliczona wartość prędkości maksymalnej powinna spełniać zależność:

$$V_{\max \text{ prz}} / k \leq i_{\text{dop. (pr.Darcy)}}$$

## BIBLIOGRAFIA

- Chalfen M., Molski T. 2001: *Analiza sił filtracji na modelu przestrzennym – model empiryczny i matematyczny*, XXXI Seminarium Zastosowań Matematyki, Kobyla Góra, s 53-58.
- Czyżewski K., Wolski W., Wójcicki S., Żbikowski A. 1973: *Zapory ziemne*. Arkady, Warszawa, 434 ss.
- Król P. 1982: *Przestrzenny strumień filtracji w zaporach ziemnych - na przykładzie zapór w Dębem i Koronowie* (praca doktorska). SGGW AR. Warszawa, 145 ss.
- Mioduszeński W., Wolski W. 1975: *Przebiecia hydrauliczne w podłożu zapór ziemnych*. Materiały Konferencji Naukowej Instytutu Melioracji i Użytków Zielonych, Falenty, 120 ss.
- Molski T. 2010: *Wpływ warunków filtracji naporowej na stateczność ziemnych budowli hydrotechnicznych i podłoża*. Monografie. Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu, 153 ss.
- Pisarczyk St. 2001: *Gruntoznawstwo inżynierskie*. PWN. Warszawa, 209 ss.
- Wolski W., Król P., Rusaczonek A. 1982: PR-7. *Opracowanie efektywnych metod oceny stanu technicznego wałów przeciwpowodziowych. Etap I, Tom III Analiza ważniejszych przyczyn awarii wałów przeciwpowodziowych w Polsce*, SGGW AR Warszawa, 85 ss.

Dr inż. Tadeusz Molski  
Instytut Inżynierii Środowiska,  
Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu,  
Pl. Grunwaldzki 24, 50-363 Wrocław,  
tel. 71 320 55 86,  
tadeusz.molski@up.wroc.pl

