ZESZYTY PROBLEMOWE
POSTĘPÓW NAUK ROLNICZYCH
Zeszyt 69 1967

KRYTERIA ZACHOWANIA PODOBIEŃSTWA MECHANICZNEGO W BADANIACH MODELOWYCH SPRZĘTU ROLNICZEGO

A. SOŁTYŃSKI

Instytut Mechanizacji i Elektryfikacji Rolnictwa

1. CELE I WARUNKI PRZEPROWADZANIA BADAŃ MODELI

Badania modelowe stosowane są od dawna w różnych dziedzinach techniki takich jak: hydromechanika, termodynamika, aurodynamika, balistyka, a ostatnio i chemia. W wielu wypadkach są one jedynym sposobem uzyskania wyjściowych danych do konstrukcji, jak na przykład przy projektowaniu kanałów, zapór, zbiorników wodnych. W innych pozwalają na sprawdzenie pewnych założeń konstrukcyjnych, jak na przykład w budowie okrętów, budownictwie itd. Umożliwiają one przeprowadzenie nieodzownych badań na modelach wykonanych w zmniejszonej skali i przy zachowaniu podobieństwa z warunkami rzeczywistymi.

W dziedzinie mechanizacji rolnictwa zastosowanie badań modelowych rozwinęło się w oparciu o podobne przeprowadzanie z maszynami budowlanymi i pojazdami mechanicznymi. Możliwość przeprowadzenia badań przy niższym nakładzie kosztów oraz, co jest nie mniej ważnym, możliwości stworzenia żądanych (w pewnym zakresie) warunków tych badań, jak i uniezależnienia się od zmian warunków występujących w rzeczywistości spowodowało, iż ten rodzaj badań znajduje coraz szersze zastosowanie w mechanizacji rolnictwa. Przy rozpatrywaniu celowości badań modelowych należy brać pod uwagę przede wszystkim dwa czynniki. Pierwszy z nich to koszt badań. Otóż trzeba wyraźnie powiedzieć, że badania modelowe mają sens tylko wtedy, gdy ich koszt będzie mniejszy niż koszt badań prototypów maszyn. Jasnym jest, że wykonanie np. silniką w skali przy zachowaniu proporcjonalnych dopuszczalnych odchyłek byłoby i drogie i skomplikowane. Natomiast wykonanie modelu pługa celem zbadania oporów skrawania, lub modelu ciągnika celem zbadania zjawisk dynamicznych, występujących w czasie jego ruchu, jest uzasadnione. Zwłaszcza, jeżeli przewiduje się wprowadzenie zmian w konstrukcji w miarę uzyskiwanych wyników badań.

Z drugiej strony trzeba pamiętać, że przeprowadzanie badań z modelami wykonanymi w mniejszej skali, powoduje konieczność stosowania urządzeń pomiarowych, których dokładność wskazań musi być proporcjonalnie większa. Powoduje to, że koszt ich oraz nakład pracy związany z ich przystosowaniem oraz obsługą będzie odpowiednio większy. Do badań tego rodzaju, koniecznym jest na ogół stosowanie aparatury elektronowej z czujnikami tensometrycznymi i indukcyjnymi. Drugim czynnikiem, który decyduje o celowości wykonania pomiarów na modelach jest temat i zakres badań.

Ogólnie można powiedzieć, że o ile badanie poszczególnych zjawisk fizycznych i mechanicznych oraz wzajemne ich porównanie nie powinno sprawiać większych trudności, o tyle wykonywanie pełnej analizy współzależności zjawisk będzie zagadnieniem dużo bardziej skomplikowanym, a nieraz niemożliwym do przeprowadzenia. Wynika to z trudności ujęcia i sklasyfikowania pełnego obrazu zjawisk, zwłaszcza jeżeli nie są nam znane żadne ich współzależności, jak i z występującej czasami konieczności przyjęcia skali pewnych parametrów o wielkości innej niż 1 : 1 (np. wielkość przyspieszenia ziemskiego, lub ciężar właściwy gleby). Jakkolwiek dzisiejszy stan techniki pozwala na uzyskanie w sztucznych warunkach tych wartości, ale wtedy i koszt i charakter badań, odbiegając od założonego, praktycznie zmuszają nas do zrezygnowania z zachowania pełnego podobieństwa warunków. W takim wypadku możliwym jest tylko wykorzystanie wyników badań do częściowej analizy poszczególnych zagadnień, dla których skala i jej zależność od warunków rzeczywistych jest spełniona.

Z powyższych powodów najłatwiejsze wydaje się być zastosowanie badań modelowych przy analizie zjawisk fizycznych i procesów roboczych, występujących przy pracy poszczególnych elementów roboczych maszyn i narzędzi rolniczych. Nie oznacza to, że niemożliwe jest badanie modeli całych maszyn, gdyż stosowanie badań na przykład modeli ciągników rolniczych jest metodą coraz częściej stosowaną w zagranicznych ośrodkach naukowo badawczych [1—3].

Celem tych badań jest sprawdzenie słuszności wstępnych założeń konstrukcyjnych, oraz ocena zjawisk, dotyczących współzależności zachodzącej między glebą a mechanizmami jezdnymi (opony, gąsienice). Wykonywanie tych badań przy użyciu modeli posiada niewątpliwie zalety takie, jak wspomniany już niższy koszt wykonania prototypu, jak i przeprowadzania badań (z wyjątkiem samej aparatury), a poza tym daje możliwość zachowania stałego stanu podłoża przez uniezależnienie się (badania laboratoryjne) od zmiennych warunków klimatycznych. Również przez odpowiedni dobór podłoża, jego ukształtowania oraz stanu, umożliwia uzyskanie różnych i dowolnych, w pewnym zakresie, własności wytrzymałościowych podłoża w kanale glebowym. Poza tym dzięki możliwości przeprowadzenia tych badań w laboratorium lokalizuje całość badań w jednym miejscu, co ułatwia prowadzenie tych badań zwłaszcza w odniesieniu do montażu i obsługi elektronowej aparatury pomiarowej, a co przy wykonywaniu badań z maszynami na polu jest bardzo kłopotliwe.

2. ZASADY ZACHOWANIA PODOBIEŃSTWA WARUNKÓW

Warunkiem umożliwiającym odniesienia wyników uzyskanych w badaniach modelowych do warunków w jakich pracuje narzędzie lub maszyna normalnej wielkości jest zachowanie podobieństwa tych warunków w najszerszym znaczeniu. Przed omówieniem więc sposobu doboru odpowiednio wielkości i ich skalowania trzeba słów parę poświęcić zasadzie zachowania podobieństwa warunków [4]. Najprostsza zasada podobieństwa zachodzi w geometrii przy omawianiu podobieństwa trójkątów i innych figur geometrycznych. Mówimy, że dwie figury są podobne, jeżeli dadzą się tak ustawić na dwóch płaszczyznach równoległych, że wszystkie proste przechodzące przez odpowiadające sobie punkty obu figur przecinają się w jednym punkcie nazywanym środkiem perspektywy względnie podobieństwa. W ten sposób możemy powiedzieć, że podobne są do siebie te trójkąty, które mają równe kąty, że podobne są do siebie wszystkie koła i te prostokąty, które posiadają jednakowy stosunek szerokości do długości.

Dla ustalenia podobieństwa geometrycznego należy podać stosunek długości dwóch odpowiadających sobie odcinków, który to stosunek, jako wielkość bezwymiarowa, nie zależy od wielkości przyjętych jednostek. Jest to bardzo ważne stwierdzenie pozwalające nam na uniezależnienie się od wielkości wymiarowych. Będzie ono dotyczyło również nie tylko podobieństwa geometrycznego, ale podobieństwa wszystkich innych wielkości mechanicznych, fizycznych, chemicznych itp. występujących w różnego rodzaju badaniach modelowych [5].

W zagadnieniach mechaniki należy rozróżnić podobieństwo:

a) statyczne ciał geometrycznie podobnych. Zachodzi wtedy, gdy ich względne odkształcenia pod wpływem stałego obciążania są takie, że po odkształceniu są geometrycznie podobne (podobieństwo wymiarów, sił, naprężeń, odkształceń),

b) kinematycznie: dwóch geometrycznie podobnych układów znajdujących się w ruchu. Zachodzi wtedy, gdy ich elementy poruszają się po podobnych drogach w odpowiadających sobie odstępach czasu (podobieństwo drogi, prędkości, przyspieszeń),

c) dynamiczne dwóch układów. Zachodzi wtedy, gdy oprócz uprzednio ustalonych podobieństw, mamy podobieństwo sił masowych, co oznacza, że wszystkie siły działające na układ posiadają jednakową skalę.

Istniejące metody określenia kryteriów podobieństwa mechanicznego można ująć w trzy następujące grupy:

a) Z równań różniczkowych, podających podstawowe zależności badanych procesów, w oparciu o teoremat Federmana i Buckinghama.

b) Za pomocą analizy wymiarowej, gdy nie znamy równań opisujących badane zjawisko, lub gdy znane nam równania nie obejmują wszystkich zjawisk.

c) Inne metody, w których sposoby postępowania są różne, ale które w ostateczności oparte są na tych samych zasadach, co analiza wymiarowa.

Ze względu na charakter badań maszyn rolniczych poruszających się po glebie zajmiemy się przede wszystkim omówieniem podstaw analizy wymiarowej, jako tego sposobu ustalania warunków podobieństwa mechanicznego, który pozwala na wyrażenie zachowania się układu fizycznego za pomocą najmniejszej liczby zmiennych niezależnych i to w sposób niezależny od zastosowanych jednostek wymiarowych.

Analiza wymiarowa jest to ta dziedzina matematyki stosowanej, której zadaniem jest wyznaczenie poprawnej pod względem wymiarowym postaci wzorów fizycznych. W sposób najogólniejszy można wyrazić istotę tej teorii za pomocą dwóch pewników. Pierwszy z nich stwierdza, że absolutna równość liczbowa dwóch wielkości może tylko wtedy zachodzić, jeżeli istnieje między nimi podobieństwo jakościowe. Drugi mówi o tym, że stosunek wartości dwóch podobnych wielkości jest niezależny od jednostek, w których są one wyrażone, jeżeli każda z nich była wyrażona w tych samych jednostkach.

W oparciu o pewniki te sformułowane zostały cztery podstawowe twierdzenia analizy wymiarowej.

a) Wymiar każdej wielkości pochodnej może być wyrażony jako iloczyn potęgowy wymiarów wielkości podstawowych, pomnożony przez wielkość bezwymiarową.

b) Wzorowi fizykalnemu $f(Q_1, Q_2 \ldots Q_n) = 0$ zawierającemu n wielkości Q odpowiada wzór:

$$f(K_1, K_2 \ldots K_{n-r}) = 0$$

gdzie: r oznacza liczbę wielkości podstawowych, wybranych spośród n wielkości Q, czyli wyraża rząd macierzy wymiarowej, zaś K_1, K_2 i K_{n-1} są bezwymiarowymi iloczynami utworzonymi z wielkości Q.

c) Zupełne równanie fizykalne wyrażone w postaci funkcji wielkości Q, występujących w rozpatrywanym zjawisku, da się przedstawić w postaci funkcji niezależnych od siebie wielkości bezwymiarowych K tworzących pełny zbiór, a utworzonych z potęg wielkości Q.

Przez zupełne równanie fizykalne rozumiemy równanie, które pozostaje słuszne niezależnie od zmiany jednostek miary. Zbiór iloczynów K nazywamy zbiorem pełnym, jeżeli każdy z nich jest niezależny od pozostałych i jeżeli każdy inny iloczyn K, utworzony z tychże wielkości, jest zależny od iloczynów zbioru pełnego. Wielkości Q_1, $Q_2 \ldots Q_n$ są wymiarowo niezależne, jeżeli z tożsamości:

$$(Q_2^a)\,(Q_2^b)\,\ldots\,(Q_n^x) = 1$$

wynika równość wykładników potęgi $a = b = \ldots = x = 0$

d) Funkcja f $(Q_1, Q_2 \ldots Q_n)$ jest wymiarowo jednorodna, gdy postać jej nie zależy od jednostek miary, to znaczy gdy zachodzi tożsamość:

$$\mathrm{f}\,(a_1\,Q_1, a_2\,Q_2 \ldots a_n\,Q_n) = a\,\mathrm{f}\,(Q_1\,Q_2 \ldots Q_n)$$

Spośród zbioru wielkości fizykalnych wybieramy tyle wielkości Q_n, $Q_{n-1} \ldots Q_{n-r+1}$, różniących się między sobą wymiarami, ile jednostek wymiarowych r występuje w zagadnieniu i przyjmujemy jako podstawowe oraz ustalamy dla nich pewien układ podstawowych jednostek miar.

W mechanice przyjmuje się trzy podstawowe wielkości:

masa M, długość L, czas T

lub:

siła F, długość L, czas T

W ten sposób można określić je następująco:

Układ	MLT	FLT
długość	L	L
czas	T	T
siła	MLT^{-2}	F
masa	M	$FL^{-1}T^2$
itd.		

Podobnie każdemu równaniu fizykalnemu można przyporządkować równanie wymiarowe. Na przykład równaniu na gęstość masy:

$$\varrho = \frac{\gamma}{g}\ \mathrm{kg\ sek}^2/m^4$$

odpowiada równanie wymiarowe w układzie MLT

$$\frac{M}{L^2 T^2} : \frac{L}{T^2} = \frac{M}{L^3} = ML^{-3} \quad \frac{\text{kg sek}^2}{m} \frac{1}{m^3} = \frac{\text{kg sek}^2}{m^4}$$

lub w układzie FLT:

$$\frac{F}{L^3} : \frac{L}{T^2} = FT^2 L^{-4} \quad \frac{\text{kg sek}^2}{m^4}$$

Tak więc w przyjętym układzie mamy $r = 3$ wielkości podstawowe, podczas gdy ilości n wielkości fizykalnych będzie odpowiadać ilość zmiennych zależnych, występujących w danych badaniach. Z pozostałych $(n—r)$ wielkości fizykalnych tworzymy bezwymiarowe iloczyny K rozwiązując następujące równanie:

$$K_1 = Q_1 \, Q_n^{a_1} \, Q_{n-1}^{a_2} \ldots Q_{n-r+1}^{ar}$$

$$K_2 = Q_2 \, Q_n^{b_1} \, Q_{n-1}^{b_2} \ldots Q_{n-r+1}^{br}$$

....

$$K_{n-r} = Q_{n-r} \, Q_n^{x_1} \, Q_{n-1}^{x_2} \ldots Q_{n-r+1}^{xr}$$

W każdym równaniu dobieramy tak wykładniki potęgowe $a_1 \; a_2 \ldots a_r$ itd., aby iloczyny K były bezwymiarowe. W tym celu każdemu równaniu K przyporządkowujemy równanie wymiarowe, co pozwala na obliczenie wartości liczbowych wykładników potęgowych. Celem prawidłowego zastosowania zasad analizy wymiarowej w doborze skali dla badań modelowych trzeba pamiętać, że:

a) Odpowiedni wybór wielkości podstawowych jest dowolny, ale nie każda ich kombinacja jest w praktyce jednakowo wygodna.

b) Analiza wymiarowa traktuje co prawda wartości bezwymiarowe jako zmienne niezależne, nie powodując łączenia ich z innymi iloczynami K, ale ilość tych zmiennych niezależnych jest nieraz mniejsza od ilości iloczynów K, a to ze względu na to, że w niektórych zagadnieniach występują pewne kombinacje tych iloczynów.

c) Metody stosowane w analizie wymiarowej nie pozwalają na rozróżnienie wielkości o identycznych wymiarach, mających różne znaczenie fizyczne, jednakże wpływ stosunku tych wartości może być uwzględniony w postaci dodatkowej funkcji.

d) Opuszczenie lub włączenie pewnych wielkości mających wpływ, lub nie, na rozpatrywane zjawisko może spowodować otrzymanie niewłaściwych wyników. Sprecyzowanie odpowiednich parametrów określających własności podłoża i pojazdu jest rzeczą najważniejszą i decydującą o prawdziwości uzyskanych wyników i o możliwości odniesienia ich do rzeczywistych warunków polowych.

Oprócz jednak własności wynikających z mechaniki ruchu poszczególnych maszyn należy przy doborze wielkości (dla których należy ustalić skalę) uwzględnić własności mechaniczne gleby, lub innego materiału przerabianego przez maszynę. Stwarza to pewne trudności, gdyż w tego typu badaniach łączą się właściwie dwa rodzaje wielkości. Jedne związane z układem pracującym w zakresie sprężystości materiałów (pojazd), drugie dotyczące układu strukturalnego, pracującego nieraz poza granicą plastyczności (gleba). Tak złożony układ stwarza trudności, wynikające z konieczności skalowania mechanicznych własności materiału strukturalnego.

3. DOBÓR SKAL PRZY ZASTOSOWANIU ANALIZY WYMIAROWEJ

Najlepiej zagadnienie doboru skal omówić na przykładzie, którym może być badanie własności trakcyjnych projektowanego ciągnika rolniczego. W celu sprawdzenia wstępnych założeń badania mają być prowadzone na modelu ciągnika o odpowiednio dobranych zależnościach skalarnych. Załóżmy, że tematem badań objęte są poniżej podane w układzie *FLT* wielkości, których wzajemna zależność podlega weryfikacji.

Parametry ciągnika:

v	— prędkość pojazdu	$L\,T^{-1}$
G	— ciężar pojazdu	F
D	— średnica koła	L

Parametry gleby:

τ	— naprężenie styczne	FL^{-2}
p	— normalne ciśnienie działające na podłoże	FL^{-2}
Φ	— kąt tarcia wewnętrznego gleby	
C	— spoistość	FL^{-2}
n	— wykładnik stanu i rodzaju gleby	
K_c	— moduł spoistości odkształcenia pionowego gleby	$FL^{-(n+2)}$
K	— moduł sypkości odkształcenia pionowego gleby	$L^{-(n+1)}$
γ	— ciężar objętościowy gleby	FL^{-3}
ϱ	— gęstość gleby	$FL^{-4}T^{2}$

Parametry układu:

g	— przyspieszenie ziemskie	FT^{-2}

Zmienne zależne:

P	— siły trakcyjne	F
z	— głębokość koleiny (osiadania opony czyli wielkość pionowego odkształcenia gleby	L

Ażeby zbadać zależności skalarne między modelem a ciągnikiem musimy w pierwszym rzędzie ustalić skale parametrów wyjściowych. W tym celu posłużymy się omówionymi zasadami analizy wymiarowej, przyjmując następujące wytyczne:

a) za wielkości podstawowe przyjmujemy D, G, g;

b) zależności ustalone dla parametrów o danym układzie jednostek będą wiążące dla pozostałych parametrów wyrażonych tym samym układem;

c) pomijamy parametry bezwymiarowe, zgodnie z zasadami analizy wymiarowej uważając je jako zmienne niezależne.

W takim wypadku macierz wymiarowa da się przedstawić tak, jak to podaje tabela 1. Ponieważ zgodnie z zasadami analizy wymiarowej

Tabela 1

Macierz wymiarowa analizowanych wielkości

	D	v	G	p	K_c	K_Φ	γ	g	ϱ
F	—	—	1	1	1	1	1	—	1
L	1	1	—	-2	$-(n+1)$	$-(n+2)$	-3	1	-4
T	—	-1	—	—	—	—	—	-2	2

mamy w takim wypadku $n = 9$ oraz $r = 3$, to otrzymujemy sześć różnych iloczynów bezwymiarowych:

$$K_1 = v\, D^{a_1} G^{b_1} g^{c_1}$$
$$K_2 = p\, D^{a_2} G^{b_2} g^{c_2}$$
$$K_3 = K_c\, D^{a_3} G^{b_3} g^{c_3}$$
$$K_4 = K_\Phi\, D^{a_4} G^{b_4} g^{c_4}$$
$$K_5 = \gamma\, D^{a_4} G^{b_4} g^{c_4}$$
$$K_6 = \varrho\, D^{a_5} G^{b_5} g^{c_5}$$

Aby obliczyć iloczyn bezwymiarowy K_1 układamy równanie wymiarowe:

$$K_1 = (\text{cm sek}^{-1})\,(\text{cm})^{a_1}\,(\text{kG})^{b_1}\,(\text{cm sek}^{-2})^{c_1}$$

dla którego winien być spełniony warunek:

$$a_1 + b_1 + c_1 = 0$$

a więc (cm) $\quad 1 + a_1 + c_1 = 0;\ a = -\dfrac{1}{2}$

(sek) $\quad -1 - 2_{c1} = 0;\ c_1 = -\dfrac{1}{2}$

(kG) $\quad ;\ b_1 = 0$

czyli, że:

$$K_1 = v\, D^{-1/2}\, G^{\circ}\, g^{-1/2} = \frac{v^2}{Dg}$$

Przeprowadzając podobne obliczenia dla innych iloczynów bezwymiarowych otrzymamy kolejno:

$$K_1 = \frac{v^2}{Dg} \qquad K_4 = \frac{K_\Phi\, D^{n+2}}{G}$$

$$K_2 = \frac{pD^2}{G} \qquad K_5 = \frac{\gamma\, D^3}{G}$$

$$K^3 = \frac{K_c\, D^{n+1}}{G} \qquad K_6 = \frac{\delta\, D^3\, g}{G}$$

Z powyższych iloczynów otrzymamy następującą funkcję bezwymiarową:

$$f\left(\frac{v^2}{Dg};\ \frac{pD^2}{G};\ \frac{K_c\, D^{n+1}}{G};\ \frac{K_\Phi\, D^{n+2}}{G};\ \frac{D^3}{G};\ \frac{D^3 g}{G}\right) = 0 \qquad (1)$$

Na podstawie powyższej funkcji można ustalić zależności skalarne poszczególnych wielkości. Oznaczając poszczególne wielkości dla pojazdu naturalnej wielkości symbolem 2; a dla modelu wykonanego w zmniejszonej skali symbolem 1 można na przykład napisać:

$$\frac{v_2^2}{D_2 g_2} = \frac{v_1^2}{D_1 g_1}$$

lub

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \left(\frac{D_1}{D_2}\right) \left(\frac{g_1}{g_2}\right) = 0$$

Oznaczając dowolną skalę k ze znaczkiem określającym daną wielkość fizyczną, można równanie powyższe przedstawić w postaci następującej:

$$k_v^{-2} \cdot k_D \cdot k_g = 1$$

Postępując podobnie otrzymamy i pozostałe zależności skalarne, które nazywamy kryteriami podobieństwa, pozwalającymi zrozumieć sens fizyczny zależności zjawisk. Te z nich, które występują często w zagadnieniach technicznych otrzymały swoje nazwy, jak na przykład:

liczba Eulera $Eu = \frac{p_2}{\delta_2\, v^2} = \frac{p_1}{\delta_1\, v_1^2}$

liczba Frouda $F_r = \frac{g_2 D_2}{v_2^2} = \frac{g_1 D_1}{v_1^2}$

liczba Reynoldsa $R_e = \dfrac{\delta_2 v_2 D_2}{\mu_2} = \dfrac{\delta_1 v_1 D_1}{\mu_1}$

gdzie: η — lepkość cieczy

Inne natomiast nie posiadają nazw, ale ich użyteczność nie jest przez to wcale mniejsza.

Chcąc dobrać odpowiednie dla badanego układu mechanicznego zależności skalarne trzeba rozważyć wzajemną współzależność poszczególnych kryteriów. W tym celu oznaczając skalę geometrycznych wymiarów D jako:

$$k_D = \frac{D_2}{D_1} = \lambda$$

możemy każdą inną dowolną skalę wyrazić ogólną zależnością

$$k_x = \lambda^m$$

Aby jednak ustalić poszczególne zależności skalarne trzeba przyjąć pewne założenia. Jeżeli przyjmiemy, że ze względu na konieczność zachowania podobieństwa warunków musi być zachowany taki sam ciężar objętościowy gleby ($\gamma_1 = \gamma_2$) i oczywiście stała wartość przyspieszenia ziemskiego ($g_1 = g_2$) wtedy otrzymamy z równania:

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)\left(\frac{g_2}{g_1}\right) = \lambda^1 \lambda^0$$

czemu odpowiada zależność:

$$k_v = \sqrt{\lambda}$$

Podobnie na podstawie równania 1 mamy:

$$\frac{G_2}{G_1} = \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3 = \lambda^0 \lambda^3$$

co oznacza że:

$$k_G = \lambda^3$$

W ten sposób po przeprowadzeniu obliczeń wszystkich zależności występujących w równaniu 1 otrzymujemy wariant I doboru skal podany w tabeli 2 w postaci odpowiednich wartości wykładników m skali geometrycznej λ. W wielu zagadnieniach, gdzie można pominąć podobieństwo sił działających od ciężaru γ gleby wygodniej jest przyjąć skale zapewniające niezmienność ciśnień ($p_2 = p_1$) przy zachowaniu $g_2 = g_1$. Dla takiego założenia otrzymujemy po wykonaniu odpowiednich obliczeń wariant II doboru skal. Wreszcie czasami w badaniach mechanicznych

Tabela 2

Zestawienie wartości wykładników m skali geometrycznej λ, określających poszczególne zależności skalarne według trzech różnych wariantów

$k_x = \lambda^m$	k_D	kV	k_G	k_p	k_{K_c}	k_{K_Φ}	k_γ	k_g	k_ϱ	Wariant
$m =$	1	1/2	3	1	$2-n$	$1-n$	0	0	0	I
$m =$	1	1/2	2	0	$1-n$	$-n$	-1	0	-1	II
$m =$	1	0	2	0	$1-n$	$-n$	-1	-1	0	III

stosuje się też wariant III doboru skal, przyjmując niezmienność ciśnienia ($p_2 = p_1$) i szybkości ($v_2 = v_1$).

Opierając się o układ wymiarowy FLT można powyższe trzy warianty doboru skal przedstawić dla dowolnej wielkości fizycznej, posiadającej wymiar $m^{L'}$ sek $^{T'}$ kG$^{F'}$. W takim wypadku skala dowolnej wielkości x może wyć wyrażona w sposób ogólny:

$$k_x = \lambda^{(aL'+eT'+eF')}$$

L' T' F' — odpowiednie wartości wykładnika jednostek układu *FLT*

a, e, f — są to współczynniki zależne od tego, jakie wielkości charakteryzujące dane zjawisko obrane zostały jako wielkości podstawowe.

W naszym wypadku jak łatwo to wyliczyć poszczególne warianty skal przedstawiać się będą następująco:

wariant I $k_x = \lambda^{(L'+0{,}5T'+3F')}$

wariant II $k_x = \lambda^{(L'+0{,}5T'+2F')}$

wariant III $k_x = \lambda^{(L'+T'+2F')}$

4. WPŁYW WARUNKÓW BADAŃ NA DOBÓR POSZCZEGÓLNYCH SKAL

O wyborze odpowiedniego wariantu doboru skal będzie decydował cel badań i praktyczne możliwości uzyskania odpowiednich skal w badanym modelu. Wariant I posiada na pierwszy rzut oka tę niedogodność, że skala ciśnień działających na glebę wymaga dużego zmniejszenia na przykład chociażby ciśnienia w oponie modelowej. Powodować to może tak duże odkształcenie opony modelowej, że trudno będzie mówić o podobieństwie między modelem a oponą naturalnej wielkości.

Poza tym może się zdarzyć przy jednostkowym nacisku na glebę rzędu $p = 1$ kG/cm^2 opona naturalnej wielkości będzie pracować powyżej krytycznej wartości tego ciśnienia określającego odporność struktury gleby na zniszczenie, podczas gdy opona modelowa wykonana w skali = 4 wywierać będzie obciążenie jednostkowe $p = 0{,}25$ kG/cm², pracując w warunkach, w których struktura gleby nie ulega zniszczeniu. Jest oczywistym, że przekreśla to całkowicie podobieństwo warunków pracy opony na glebie. Taki wypadek natomiast nie zachodzi dla wariantu II i III, gdzie ciśnienie zachowane jest to samo. Wreszcie wariant HI wymaga zachowania jednakowej szybkości, co przy modelu w zmniejszonej skali wymaga odpowiedniego zwiększenia obrotów i też może wpłynąć na inne dynamiczne oddziaływanie opony na glebę.

Jak wynika z danych według tabeli 2 zastosowanie jednego z trzech wariantów doboru skali wymaga doboru nie tylko odpowiednich parametrów charakteryzujących pojazd takich jak ciężar, prędkość itd., ale i odpowiednich parametrów gleby, na której przeprowadzić się ma badania modelowe. O ile dobór wymaganych parametrów dla modelu na ogół nie stanowi większego problemu, to odpowiedni dobór parametrów gleby modelowej jest niemożliwy. Wynika to w pierwszym rzędzie z konieczności takiego przygotowania gleby do badań modelowych, aby jej własności określone parametrem K_c zmieniały się niezależnie od tych, które są określone parametrem K_Φ .

Również niemożliwa jest, przy zachowaniu innych odpowiednich zależności skalarnych gleby, taka zmiana jej ciężaru właściwego, jaka wymagana jest według wariantu II oraz III. A zatem niemożliwe jest zachowanie kryteriów ścisłego podobieństwa warunków w odniesieniu do gleby.

Trzeba pamiętać, że jak powiedzieliśmy uprzednio, analiza wymiarowa nie rozróżnia odmiennego charakteru wielkości jednoimiennych, takich na przykład jak naprężenie styczne τ i ciśnienie p działające na glebę lub spoistość C gleby. Wszystkie te wielkości są wyrażone w układzie FLT mianem: FL^{-2} i skala ich wobec tego teoretycznie powinna być zgodna ze skalą ciśnień. Podobnie skala wielkości bezwymiarowych przyjęta również zgodnie z wytycznymi analizy wymiarowej, jako nie ulegająca zmianie, może budzić w pewnych wypadkach zastrzeżenie. O ile bowiem można się zgodzić zakładając, że parametry gleby są niezależnie skalarne, że $\Phi_2 = \Phi_1$, oraz $n_2 = n_1$ o tyle trudniej się zgodzić z tym, że i skala współczynnika oporu toczenia będzie ujęta w każdym wypadku zależnością $f_2 = f_1$ oznaczałoby to bowiem, że opór toczenia niezależny jest od wielkości mechanizmu jezdnego, co jak wiadomo nie jest słuszne, gdyż zależy on między innymi od średnicy koła [2].

Powstaje pytanie, czy wobec tego możliwe jest przeprowadzenie badań modelowych, jeżeli nie będzie zachowane ścisłe podobieństwo warunków? Uprzedzając niejako dalsze wywody trzeba powiedzieć, że jest nie tylko możliwe, ale i celowe. Jak wykazują osiągnięcia zagraniczne największe szanse rokują badania modelowe przeprowadzone na takim samym podłożu, na jakim przewiduje się stosowanie maszyny rzeczywistej. Sposób ten jako jedyną wytyczną zaleca zachowanie odpowiedniej równomierności struktury gleby i unikanie podłoży o dużej bryłowatości gleby, gdzie ze względu na małe wymiary modelu mogłyby zaistnieć odmienne warunki jego pracy. Dlatego wydaje się, że celowym byłoby wszędzie tam, gdzie to jest możliwe zachowanie możliwie dokładnych proporcji wymiarowych zgodnych ze skalą geometryczną, jeżeli nie w odniesieniu do wielkości ziaren gleby, to w każdym razie w odniesieniu co do wymiarów poszczególnych brył.

Takie podejście do zagadnienia powoduje przyjęcie skali wszystkich parametrów gleby jako równych $k_x = \lambda^\circ$ i jest równoznaczne z przyjęciem tak zwanego przybliżonego podobieństwa mechanicznego. Doboru skal w takim wypadku należy dokonać w oparciu o odpowiednie zależności matematyczne określające współzależność zjawisk, występujących w pracy danego narzędzia lub maszyny.

W omawianym przypadku pracy dowolnych elementów roboczych w glebie należy posłużyć się jednym ze stosowanych równań, określających wielkość sił działających w glebie w zależności od jej parametrów. Może to być równanie na opór skrawania, lub dowolne inne, takie na przykład jak równanie określające zależność między ciężarem G działającym na glebę poprzez stempel o powierzchni bl, a odkształceniem pionowym z gleby powodowanym przez ten ciężar:

$$G = l\,(K_c + bK_\Phi)\,z^n$$

Przyjmując wypadek, który zachodzi dla suchego piasku, iż $K_c = 0$ możemy na podstawie tego równania ustalić skalę ciężaru:

$$k_G = \frac{l_2 b_2 K_{\Phi\,2}}{l_1 b_1 K_{\Phi\,1}} \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^n$$

Zastępując zgodnie z zasadami analizy wymiarowej stosunek wielkości z, l, b, jako wielkości jednoimiennych, symbolem określającym skalę geometryczną, oraz pamiętając, że dla badań modelowych przeprowadzonych na glebie rzeczywistej mamy $K_{\Phi_2} = K_{\Phi_1}$ otrzymamy:

$$k_G = \lambda^{(n+2)} \tag{2}$$

Podobnie dla wypadku plastycznej gliny ($K_\Phi = 0$) $K_{c2} = K_{c1}$ mamy:

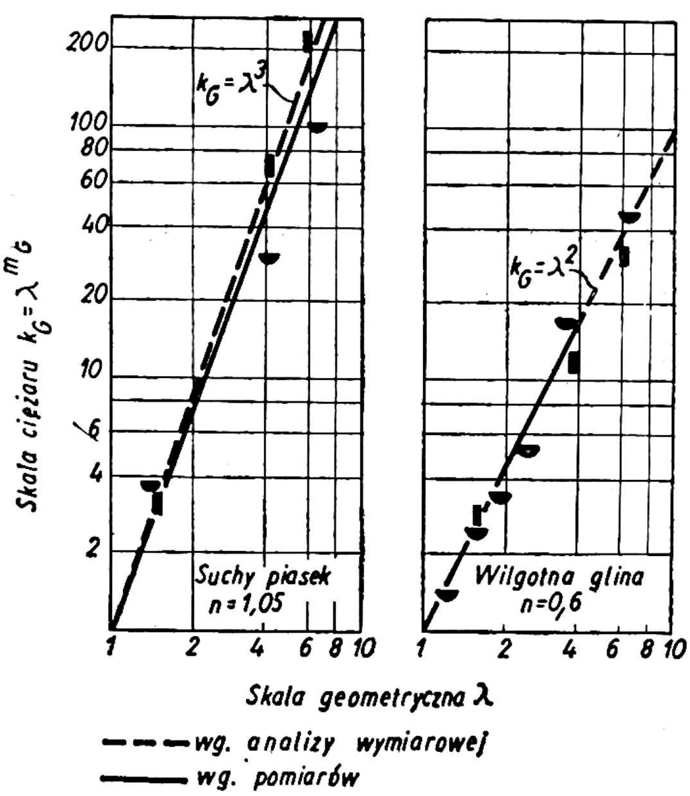
$$k_G = \lambda^{(n+1)} \tag{3}$$

Jak łatwo stwierdzić, porównując powyższe zależności z danymi w tabeli 2, skala ciężarów dla $n = 1$ będzie odpowiadać wariantowi I

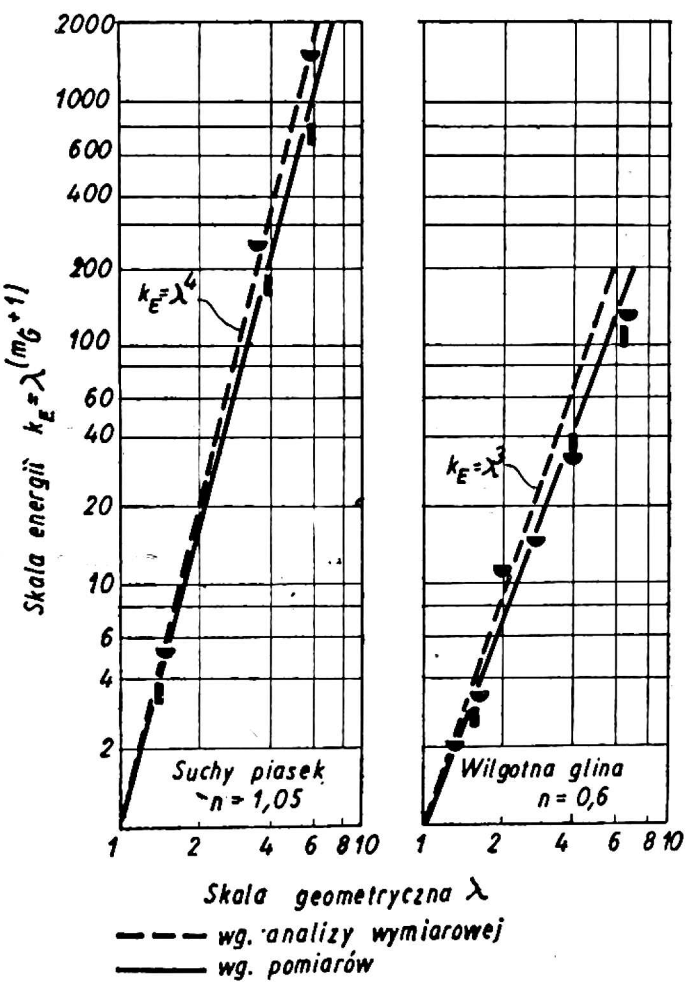
($k_G = \lambda^3$) lub wariantowi II ($k_G = \lambda^2$). Oznacza to, że do badań na suchym piasku odpowiedni jest wariant I, a do badań na plastycznej glinie wariant II.

Jednakże równanie 2 oraz 3 byłoby zgodne z wariantem I oraz II, gdyby w obydwu wypadkach było $n = 1$, podczas gdy w rzeczywistości współczynnik ten waha się w zależności od stanu i rodzaju gleby w granicach $n = 0{,}5 \div 1$. Przed wyborem więc odpowiedniego wariantu skali należy przeprowadzić wstępne badania, które by wykazały, w jakim stopniu na danej glebie oddziaływuje na dobór skali różna od jedności wartość wykładnika n.

Rys. 1 przedstawia wyniki badań sprawdzających zależności skalarne dla dwóch różnych gleb tj. suchego piasku ($n = 1{,}05$) i wilgotnej gliny ($n = 0{,}6$), polegających na wciskaniu w glebę płytek prostokątnych i sta-



Rys. 1. Wykres przebiegu skali ciężaru k_G w zależności od skali geometrycznej λ [6]



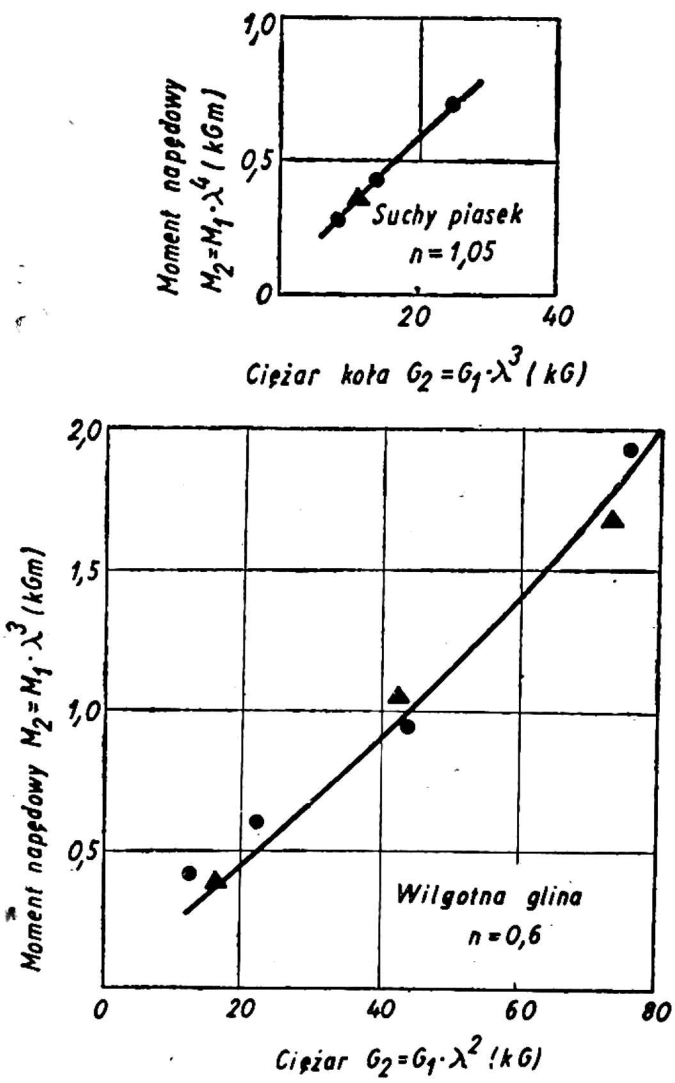
Rys. 2. Wykres przebiegu skali energii k_E w zależności od skali geometrycznej λ [6]

nowiących segmenty koła wykonanych w różnych skalach geometrycznych λ. Powyższe wyniki wykazują, że wpływ różnych dla piasku i gliny wartości parametru n nie oddziaływuje w sposób widoczny na zależności skalarne i dlatego może być pominięty przynajmniej w zagadnieniach podobieństwa statycznego.

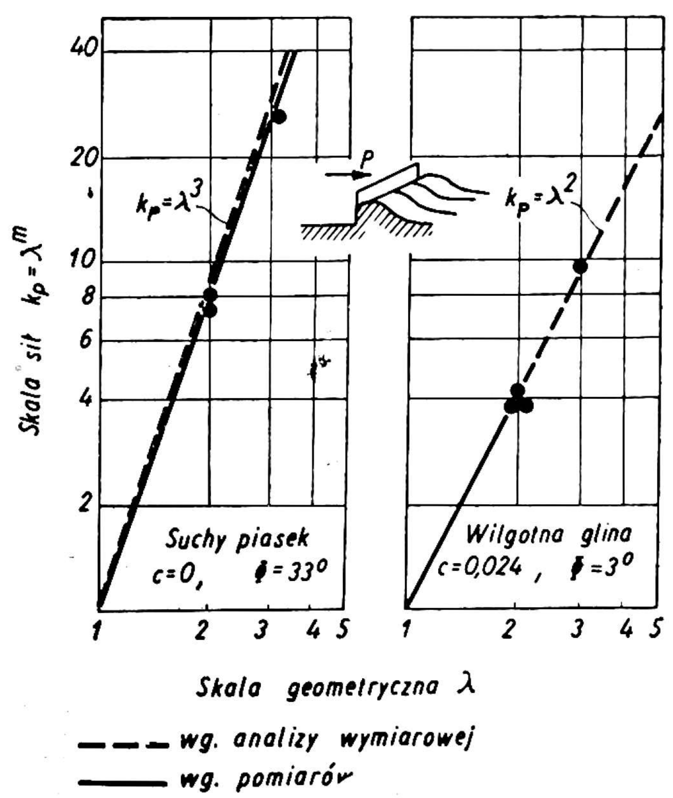
W odniesieniu do podobieństwa dynamicznego rozważamy wypadek zrzucania stempla o ciężarze G na glebę z wysokości h. W takim wypadku powstające odkształcenie pionowe z gleby będzie proporcjonalne nie do ciężaru G, ale do energii $E = Gh$, powodującej to odkształcenie. Zachowując skalę $h_2/h_1 = \lambda$ otrzymamy wyraźnie określające skalę energii:

$$k_E = \mathrm{k}_G \, \lambda = \lambda^{(m+1)}$$

Rys. 2 przedstawia wyniki takich badań przeprowadzonych w sposób analogiczny do poprzednio opisanych prób zgniatania gleby stemplami prostokątnymi i o kształcie segmentu koła wykonanym w różnych skalach wymiarów geometrycznych. Zależność $k_E = \lambda^{(m+1)}$ wyrażona jest tutaj podobnie jak poprzednio za pomocą prostej, której tangens kąta pochylenia na wykresie logarytmicznym wyznacza wartość $m + 1$. Jak widać z rys. 2 dla gliny otrzymujemy dla $m + 1$ wartość tylko z lekka mniejszą od 3, a dla piasku mniejszą od 4 .Tak więc możemy przyjąć, że podobnie jak to było w badaniach statycznych, tutaj otrzymujemy dla gliny $m_G = 2$, a dla piasku $m_G = 3$.



Rys. 3. Wykres przebiegu zależności skalarnych momentów i ciężarów dla dwóch kół napędowych o skali geometrycznej λ = 2,36 [6]



Rys. 4. Wykres przebiegu skali sił k_p skrawania gleby w zależności od skali geometrycznej λ [7]

Powyższe wyniki potwierdzają także badania przeprowadzone z napędzanymi kołami wykonanymi w skali $\lambda = 2{,}36$ i toczącymi się z 30% poślizgiem. Pomiar momentu napędowego przy zachowanej i poprzednio wyznaczonej dla gliny i piasku skali ciężarów wykazał zgodność pomiarów (rys. 3) ze skalą momentów, którą zgodnie z wymogami analizy wymiarowej wyznacza zależność:

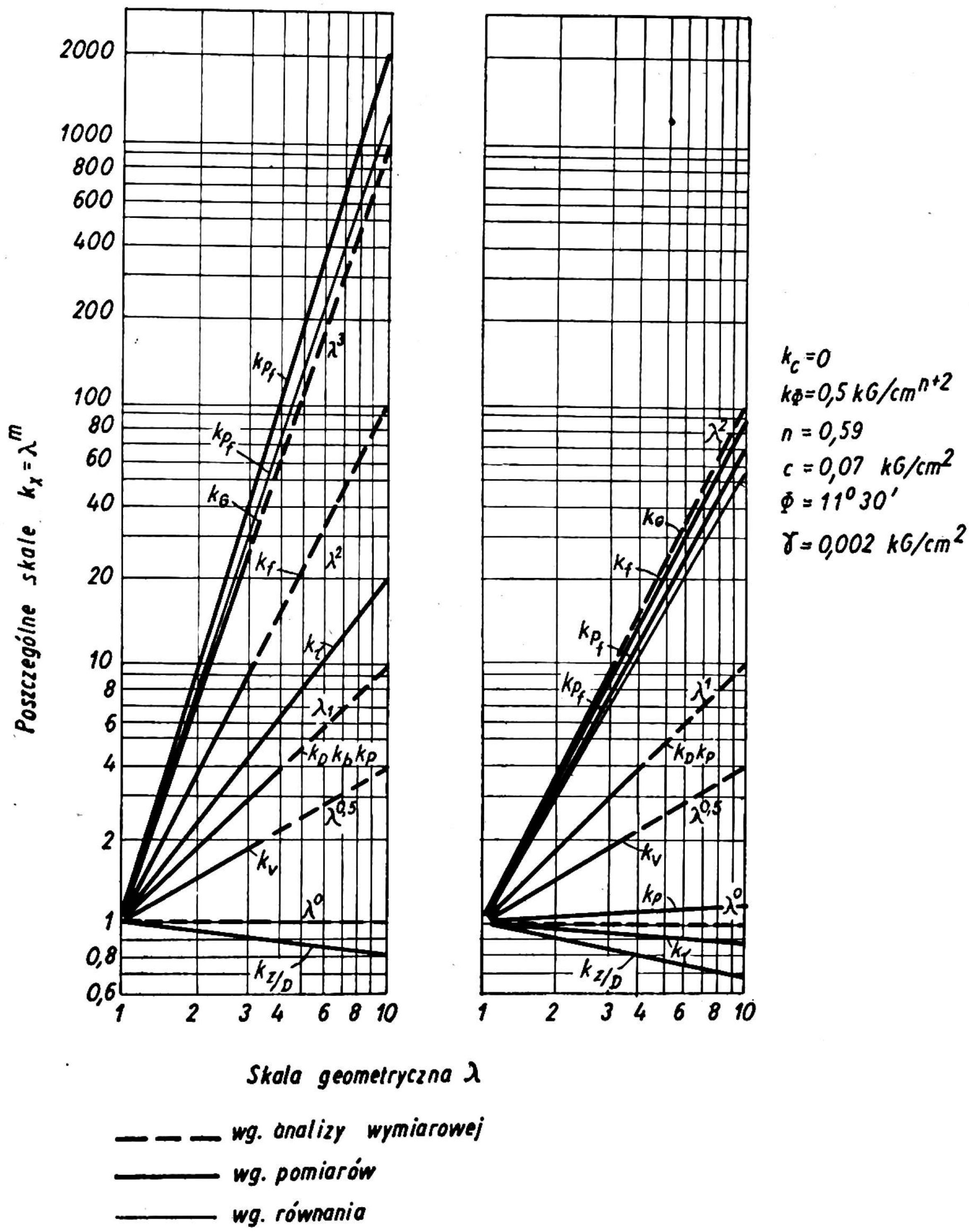
$$k_M = k_G \lambda = \lambda^{(m+1)}$$

Również badania wstępne obrazujące zależności skalarne sił dynamicznych oporu skrawania gleby, przeprowadzone przy użyciu wzorcowych płytek wykonanych w różnych skalach λ wykazały (rys. 4) zgodność pomiarów z teoretycznie wyznaczoną według analizy wymiarowej skalą sił, zgodną ze skalą ciężarów jako wielkością jednoimienną. Tak więc wydaje się, że i w wypadku badań dynamicznych może być pominięty wpływ różnej wartości parametru n i że zarówno przy odkształceniach statycznych jak i dynamicznych gleby można przyjąć odpowiednio dla piasku $k_G = \lambda^3$ i dla gliny $k_G = \lambda^2$.

5. OCENA DOKŁADNOŚCI PRZYJĘTYCH WARUNKÓW PODOBIEŃSTWA MECHANICZNEGO

W przeprowadzonej analizie i omawianych wynikach badań, rozumowanie było oparte na przyjęciu lub doborze takiej gleby, dla której kolejno albo K_c, albo K_Φ jako parametry charakteryzujące jej własności równały się zeru.

W wypadku gleb rzeczywistych, gdzie na ogół wartości parametrów gleby różnią się od zera, należy się liczyć z większymi odchyłkami w zależnościach skalarnych niż to wynika z odchyleń odpowiednich prostych na rys. 1, 2, 4. W takim wypadku najcelowszym wydaje się przeprowadzić badania porównawcze stempli lub kół wzorcowych według wybranych na ogół dwóch wariantów skal i do badań, tym razem już modelu pojazdu, wybrać ten wariant, który daje mniejsze odchylenie rzeczywiście występujących zależności skalarnych od założonych. Wyniki takich porównawczych pomiarów przeprowadzonych na suchej średnio zwięzłej glebie ze sztywnymi kołami wzorcowymi wykonanymi w skali geometrycznej $\lambda = 2$ zebrane zostały w postaci wykresów przedstawionych na rys. 5. Na rysunku tym podano w układzie logarytmicznym poszczególne zależności skalarne k_p, k_F, $k_{z/D}$ itd. otrzymane w wyniku badań kół, jak i zależności ustalone według analizy wymiarowej (λ^0, $\lambda^{0,5}$; λ itd.) dla wariantu I i II. W odniesieniu do oporu toczenia P_f podano też zależność skalarną obliczoną według odpowiedniego równania [2].



Rys. 5. Wykres przebiegu różnych zależności skalarnych $k_x = \lambda^m$ uzyskany w wyniku badań toczenia dwóch kół o skali geometrycznej $\lambda = 2$ [8]

Jak to wynika z podziałki skali logarytmicznej „najgroźniejsze" proporcjonalnie będą odchylenia na plus od tych wielkości przyjętych skal, które na wykresach określa najbardziej stroma linia prosta. W omawianym przykładzie będzie to odchylenie skali k_{P_f}, którego wielkość wyznaczona wyrażeniem:

$$\triangle k_{P_{fI}} = \lambda^{3,3} - \lambda^3$$

Na tej podstawie można stwierdzić, że dla badanej gleby jest korzystniejsze przyjęcie wariantu II doboru skal. Występują tutaj bowiem odchylenia wielkości skal na minus, a przebieg prostych, określających poszczególne skalę w układzie logarytmicznym, jest dużo mniej stromy, a zatem i odchylenie będzie mniejsze, gdyż:

$$\triangle k_{P_{fII}} = \lambda^2 - \lambda^{1,82}$$

Stwierdzenie powyższe pozwala co prawda na wybranie korzystniejszego wariantu doboru skal, nie mówi jednak nic o dopuszczalności maksymalnej skali geometrycznej, jaką można stosować. Słowem nie mówi, jaki najmniejszy model można użyć w badaniach. Odpowiedź na to pytanie może dać jednak analiza odchyleń tej skali, która najbardziej odbiega od wartości obliczeniowej. W naszym wypadku będzie to analiza wartości odchyleń $\triangle k_{P_f}$.

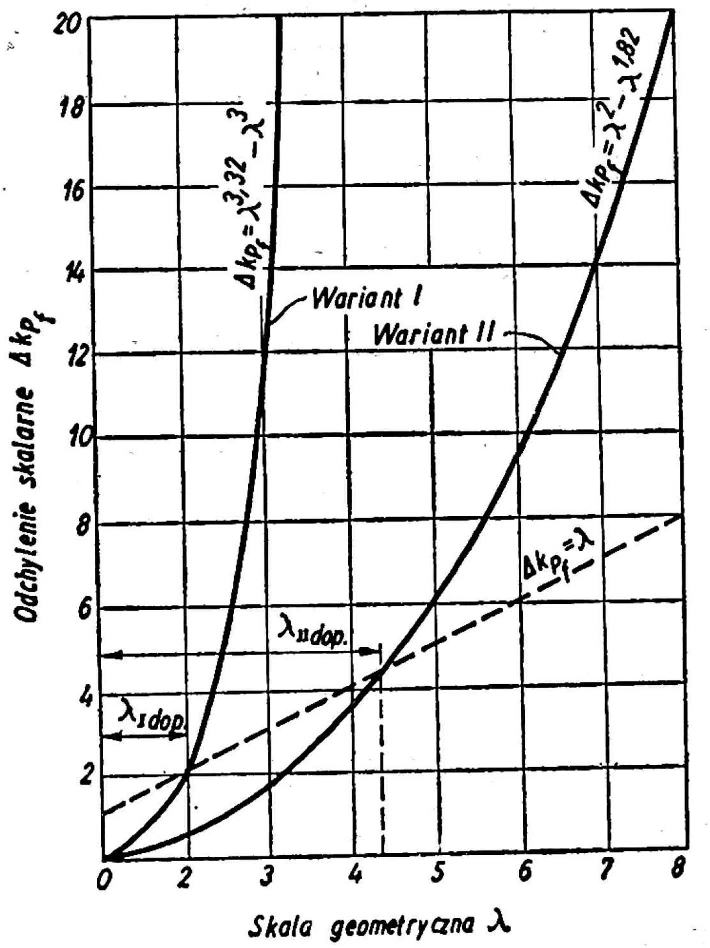
Aby przeprowadzić taką analizę należy wpierw przyjąć kryterium dopuszczalnego odchylenia skali. Jest to wydaje się najtrudniejszy w tym wypadku problem, gdyż trudno mówić o jakimś teoretycznym kryterium. Niewątpliwie należy dążyć do tego, aby odchylenia w podobieństwie mechanicznym między badaniami modelowymi, a warunkami w jakich mają być analizowane własności trakcyjne rzeczywistego pojazdu były jak najmniejsze.

Przyjmijmy umownie i całkiem dowolnie, że dla omawianego wypadku odchylenie $\triangle k_{P_f}$ nie powinno przekraczać odpowiadającej mu wartości skali geometrycznej λ. Kreśląc wtedy wykres zależności $\triangle k_{P_f} = f(\lambda)$ dla wariantu I i II, oraz prowadząc prostą spełniającą warunek $\triangle k_{P_f} = \lambda$ można dla punktu przecięcia tej prostej z krzywymi $\triangle k_{P_{fI}}$ oraz $\triangle k_{P_{fII}}$ wyznaczyć dopuszczalną skalę geometryczną, w jakiej powinien być wykonany model. Jak widać z rys. 6 dla wariantu I: $\lambda_{dop} = 2$, zaś dla wariantu II: $\lambda_{dop} = 4,3$. A zatem przeprowadzając badania w warunkach zależności skalarnych odpowiadających wariantowi II będziemy mogli zastosować model pojazdu mniejszy, a więc tańszy.

Jednakże trzeba pamiętać, że w wielu wypadkach zastosowanie zbyt małego modelu może utrudnić obserwacje pewnych zjawisk, które mogą ujść uwadze prowadzącego badania, co spowodować może wyciągnięcie mylnych wniosków. W świetle tego widać wyraźnie, że dopuszczalna wielkość odchylenia i związany z tym dobór skali geometrycznej wymagają dużego wyczucia problemu i charakteru badań, które zamierza się przeprowadzić.

Zmieniając się w zależności od charakteru badań i rodzaju przeprowadzanych pomiarów, kryteria doboru zależności skalarnych mogą w wypadku bardziej skomplikowanych badań wymagać przeprowadzania poszczególnych etapów badań przy różnych wariantach skal, a następnie oddzielnego odnoszenia wyników do elementu o naturalnej wielkości.

W wielu wypadkach, gdy nie możliwym jest zachowanie ścisłego podobieństwa mechanicznego, skale poszczególnych wielkości zmuszeni jesteśmy ustalać bezpośrednio z odpowiednich wzorów, określających badanie wielkości lub zależności. Przez odpowiednie ich przekształcenie i sprowadzenie do postaci bezwymiarowej, można wtedy przeanalizować wpływ oddziaływania poszczególnych wielkości na dobór ich skali.



Rys. 6. Wykres charakteryzujący wzrost odchyleń $\Delta\ k_{Pf}$ skali rzeczywistej oporów toczenia w zależności od skali geometrycznej λ [8]

Trzeba jednak metodę tę stosować w sposób umiejętny i trzeba odpowiednio dobierać wyjściowe zależności skalarne. Nie można też zbytnio sugerować się podobieństwem geometrycznym bez sprawdzenia dokładności podobieństwa takich na przykład wielkości jak naprężenie, lub ciśnienie krytyczne.

Wszystko to jednak nie powinno zniechęcać do stosowania badań modelowych. Zalety, jakie stwarza możliwość sprawdzenia zarówno wytycznych konstrukcyjnych, jak i prowadzenia podstawowych badań są tak duże, że dzisiaj, jeżeli pragnie się nadążyć za postępem technicznym, nie można zrezygnować ze stosowania i rozwijania tej skutecznej i ekonomicznej metody oceny i analizy.

LITERATURA

1. C. I. Nuttal — Scale Model Vehicle Testing in non Plastic Soil. Rep. 394. Stevens Institute of Technology Hoboken 1949.
2. M. G. Bekker — Off the Road Locomotion. University of Michigan Press. Ann Arbor, wyd. 1960.
3. M. E. Macepuro — K woprosu primienienja modelirowanja w ziemledielczeskoj mechanikie. Woprosy ziemledielczeskoj miechaniki, tom I. Mińsk, 1959.
4. L. Müller — Teoria podobieństwa mechanicznego. Wydawn. Nauk Techn. Warszawa 1961.
5. H. L. Langhaar — Dimensional Analysis and Theory of Models. Wyd. Wiley and Sons. New York 1960.
6. D. J. Schuring — Mechanik des Starken Rades auf weichem Boden. ATZ nr 16, 1961.
7. D. J. Schuring, R. I. Emori — Soil Deforming Processes and Dimensional Analysis. Transaction of SAE. 1965.
8. A. Sołtyński — Kryteria zachowania podobieństwa mechanicznego w badaniach dynamicznych modeli pojazdów terenowych. Mat. IV. Konferencji Dynamiki Maszyn. Kraków 15—17 września 1965.

A. Sołtyński

CRITERIA OF CONSERVING MECHANICAL SIMILARITY IN SCALE MODEL RESEARCHES OF AGRICULTURAL DEVICES

Summary

Scale models of machines and tools for checking constructional assumptions or analysis of working processes are widely applied to the farm mechanization in the recent years.

It is essential that proper correlation of scale of a designed machine or its working elements and a scale model which is used for researches has to be conserved. It is required that choice of scales conserves mechanical similarity including similarity of static, kinetic, and dynamic conditions.

However, we come across two different systems in case of an agricultural machinery. One of them (a machine) is uniform as far as elastic stresses are concerned and may be scaled according to requirements of dimensional analysis. The other one (soil) works in the range of constant deformations and it is not uniform in its structures. Since it is impossible to scale such a system the researches of scale model are conducted on real soil and it is demanded that all scales adapted for scale model machine have to be properly correlated. The present work covers the whole problem which is exemplified by the traction researches of scale model tractor. It suggests how to choose scales by means of dimensional analysis and how to correlate them, evaluating precision of mechanical similarity for adapted conditions.

А. Солтыньски

КРИТЕРИИ СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ ПРИ ИСПЫТАНИИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ОРУДИЙ НА МОДЕЛЯХ

Резюме

По примеру других отраслей техники, в последние годы все шире стали применяться, в области механизации сельского хозяйства, модели машин и установок, выполненные в уменьшенной пропорции и предназначенные для проверки конструкции либо анализа рабочих процессов.

Решающим фактором, при этого рода испытаниях, является соблюдение соответствующего масштаба между проектируемой машиной, либо её рабочими элементами, и моделью, на которой производятся испытания. Выбор пропорции требует соблюдения механического подобия, охватывающего статическое, кинематическое и динамическое подобие.

Однако, в случае сельскохозяйственных орудий, мы имели дело с двумя системами, из которых одна структально едина (машина) работает в области упругих напряжений и может быть проскалирована в соответствии с требованиями пространственного анализа; вторая система (напр., почва) работает в области конечной деформации и является материалом, с точки зрения структуры, неоднородным. Поскольку выразить в масштабе такую систему практически невозможно, поэтому испытания модели производятся на натуральной почве, что требует введения соответствующих поправок во все принятые величины испытуемой модели.

В работе рассматривается комплекс вопросов, относя их в качестве примера к вопросу тягового испытания модели сельскохозяйственного трактора. Приведен метод выбора масштабов для пространственного анализа, указаны пути их поправки и произведена оценка точности принятых условий механического подобия.