TADEUSZ GIERUSZYŃSKI

O dokładności wzoru Hubera

Jedną z najprostszych formułek miąższościowych jest wzór Hubera, określający miąższość strzały lub jej części za pomocą średnicy środkowej i długości. W użyciu przejrzysty i prosty, sprowadzający pracę pomiarową do minimum znalazł wzór Hubera powszechne zastosowanie w praktyce. Formułka Hubera teoretycznie ścisła dla walca i paraboloidy, praktycznie dla strzał zbyt pełnych daje wyniki za wysokie, dla zbieżystych zaś za niskie. Dla odcinków strzał otrzymuje się na ogół tym lepsze rezultaty, im te odcinki będą krótsze. Zdarzyć się też może, że dla części strzały otrzymamy miąższość większą niż dla całej strzały. Występuje to zwłaszcza u strzał zbieżystych i zjawisko to nosi nazwę tzw. paradoksu ksylometrycznego. Ponieważ w wielu przypadkach miąższość obliczona metodą Hubera obarczona była dużymi błędami, starano się zbadać wszechstronnie formułę, ustalić zależność i przyczynę błędu.

Istnieje wiele prac nad dokładnością i charakterystyką wzoru Hubera. Badaniami teoretycznej dokładności zajmowali się Wielgosz (1), Hampel (2), Grochowski (3) i inni.

Z zakresu praktycznej dokładności wymienić należy prace Kunzego (4). Badał on dokładność praktyczną formułki Hubera dla strzał i kloców w korze i bez kory. W wyniku — wprowadził Kunze poprawkę do wzoru. Poprawki k obliczył ze stosunku miąższości rzeczywistej (sekcyjnej) do miąższości określonej wzorem Hubera: $k = \frac{V_{sekc.}}{g_{0,5} \cdot l}$ i zestawił je w zależności od wieku drzewa oraz średnicy środkowej $d_{0,5}$. Miąższość wedle formułki Hubera pomnożona przez czynnik k ma dać rzeczywistą miąższość strzały.

Według Schiffla (5) poprawka Kunzego nie daje dobrych wyników, ponieważ uzależniona jest tylko od średnicy i wieku. Dokładność wzoru Hubera zależy przede wszystkim od kształtu strzały, którego czynnik Kunzego nie uwzględnia.

Klasyczne badania nad dokładnością i przyczyną błędów formułki Hubera należą do Schiffla. Według tego autora można będzie poprawić wynik wzoru Hubera przy uwzględnieniu kształtu strzały. Dla strzał o średnich liczbach kształtu otrzymujemy na podstawie metody Hubera wynik za niski, u bardzo pełnych drzew znów za wysoki. Wykazuje on dalej, że w drzewostanie wyróżnić można kategorie drzew o różnym kształcie, który będzie się zmieniał w zależności od przynależności drzew do pewnej klasy biologicznej. Wskutek tego wzór Hubera będzie dla jednej grupy drzew dobry, dla innej znów da błędne wyniki. Możnaby przypuszczać, że przy obliczaniu miąższości całego drzewostanu (zrębu) błędy dodatnie i ujemne wyrównają się. Ale w takim przypadku tylko wtedy obojętna byłaby dokładność określenia miąższości pojedynczych strzał lub kloców, jeśli drewno cienkie i grube miałoby jednakową wartość. A ponieważ tak nie jest, dlatego nie można — zdaniem Schiffla — poprzestać na powyższym założeniu.

Na kształt drzew wpływają m. in. zabiegi hodowlane, typ lasu, klasa biologiczna, siedlisko, wiek drzewostanu, stosunek zmieszania, gatunek drzewa itd. Te czynniki w konsekwencji wywierają też wpływ na dokładność obliczania miąższości formułką Hubera. Kształt strzały odznacza się nieregularnością w tym sensie, że spadek średnic w różnych częściach strzały podlega rozmaitym prawidłom. Ta właściwość strzały ma ten skutek, że miąższość kloców obliczana wzorem Hubera może okazać się mniej lub więcej zbliżona do rzeczywistej, zależnie zresztą od ich położenia na strzale. W jakim stopniu dokładność wzoru Hubera zależy od pełności i położenia kloca na strzale wykazują obliczenia Schiffla, które niżej przytaczam (tabela 1 do 3).

Tabela 1. Świerk nr 6, strzała bardzo pełna, absolutna liczba kształtu strzały 0,543, niewłaściwa liczba kształtu — 0,535.

Oznaczenie części strzały	Długość w m	Średnice środkowe w cm	Miąższość według		Błąd w % %
			wzoru sekcyjnego	formułki Hubera	
cała strzała	28,0	23,9	1,161	1,256	+8,2
grubizna	26,0	24,7	1 155	1,246	+8,0
odcinek od 0—24 m	24,0	25 4	1,141	1,220	+6,3
0—20 m	20,0	26,7	1,075	1,120	+4,2
0—16 m	16,0	27,7	0,952	0,967	+1,6
0—12 m	12,0	28,7	0,773	0,779	+0,8
0—10 m	10 0	29,2	0,666	0,670	+0,6
4—24 m	20,0	23,9	0 582	0,897	+5,3
4—20 m	16,0	25,4	0.786	0 814	+3,6
4—16 m	12,0	26,7	0.663	0,672	+1,4
4—14 m	10,0	27,2	0,579	0,583	+0,7
8—24 m	16,0	22,1	0,593	0,614	+3,6
8—20 m	12,0	23,9	0,527	0,538	+2,1
8—18 m	10,0	24,7	0,473	0,479	+1,3
10—22 m	12,0	22,1	0,449	0,460	+2,4
10—20 m	10,0	23,0	0,410	0,417	+1,7

Tabela 2. Świerk nr 2, średnio pełny, absolutna liczba kształtu — 0,488, niewłaściwa liczba kształtu — 0,460.

Oznaczenie części strzały	Długość w m	Średnice środkowe cm	Miąższość według		Błąd w % %
			wzoru sekcyjnego	formułki Hubera	
cała strzała	28,2	23,7	1,177	1,244	+5,7
grubizna	26,1	24,4	1,174	1,218	+3,8
odcinek od 0—24 m	24,0	25,2	1,160	1,198	+3,3
0—20 m	20,0	26,3	1,090	1,086	— 0,4
0—16 m	16,0	27,5	0,965	0 950	—1,6
0—12 m	12,0	28,6	0,787	0,771	— 2,1
0—10 m	10,0	29,3	0,682	0,674	—1,2
4—24 m	20,0	23,8	0,850	0 890	+4,7
4—20 m	16,0	25,2	0,780	0,797	—2.2
4—16 m	12,0	26,3	0,655	0,653	— 0,3
4—14 m	10,0	26,9	0 572	0,568	— 0,7
8—24 m	16,0	22,1	0,591	0,614	+3,9
8—20 m	12,0	23,8	0,522	0 534	+2,3
8—18 m	10,0	24,5	0,466	0,471	+1,1
10 - 24 m	14,0	21,1	0,477	0,489	+2,5
10—20 m	10,0	23,0	0,408	0,415	+1,7

Tabela 3. Świerk nr 8, strzała bardzo zbieżysta, absolutna liczba kształtu — 0,345, niewłaściwa liczba kształtu — 0,374.

Oznaczenie części strzały	Długość w m	Średnice środkowe cm	Miąższość według		Błąd w %%
			wzoru sekcyjnego	formułki Hubera	
cała strzała	28,2	27,7	2,054	1,699	—17,4
grubizna	25,1	30,1	2,049	1,786	—12,8
odcinek od 0—24 m	24,0	31,0	2,043	1,811	—11,4
0—20 m	20,0	34,2	1,986	1,837	— 7,5
0—16 m	16,0	37,4	1,846	1,758	— 4,8
0—12 m	12,0	40,6	1,603	1,553	— 3,1
0—10 m	10,0	42,3	1,436	1,405	— 2,1
4—24 m	20,0	27,8	1,329	1,214	— 8,8
4—20 m	16,0	31,0	1,271	1,207	— 5,0
4—16 m	12,0	34,2	1,132	1,102	— 2,7
4—14 m	10,0	35,8	1,024	1,001	— 2,3
8—24 m	16,0	24,4	0,809	1,748	— 7,5
8—20 m	12,0	27,8	0,750	0,728	— 2,9
8—18 m	10,0	29,4	0,692	0,679	— 1,9
10—22 m	12,0	24,4	0,587	0,561	— 4,4
10—20 m	10,0	26,1	0,550	0,535	— 2,7

Dla strzał bardzo pełnych (nr 1) otrzymywano wyniki stale za wysokie, u strzały bardzo zbieżystej (nr 8) — za niskie. U strzały nr 8 występuje paradoks ksylometryczny: np. miąższość odcinka długości 16 m jest większa niż miąższość całej strzały.

Dalszą ujemną stroną formułki Hubera jest użycie tylko jednej średnicy przy obliczeniach. Przypadkowe nieprawidłowości w części środkowej strzały bardzo ujemnie mogą wpłynąć na dokładność.

Glaser (6) w badaniach swoich doszedł do rezultatów, że dokładność wzoru Hubera będzie można podwyższyć przez zmianę miejsca pomiaru średnicy. Radził on mierzyć średnice nie w połowie, lecz niżej na 0,45 długości.

Bazala (7) proponuje przesunąć miejsce pomiaru średnicy ku dołowi o dwa razy tyle centymetrów ile metrów wynosi długość pnia, którego miąższość chcemy określić. Stosując taką zmianę w pomiarze otrzymuje on dla sumy miąższości odchyłkę —0,1% w stosunku do —2,7% bez poprawki.

Badając dokładność wzoru Hubera dla kloców i strzał świerkowych (bez kory) doszedłem do takich rezultatów (8):

Obliczywszy miąższość 60 kloców pochodzących z dolnej części strzały przy użyciu formułki Hubera, porównałem wyniki z miąższością otrzymaną sekcyjnym wzorem Hubera, przy 1 m długości sekcyj. Długości kloców wynosiły około 10 m. Różnice w miąższości wyrażono procentowo w stosunku do wartości błędnej (wzór zw. Hubera). Otrzymano następujące procentowe błędy: błąd przeciętny 2,6%, średni zaś ± 3,40%, dla sumy miąższości błąd wynosił — 1,1%. Maksimum = + 2,6%, minimum — 9,9%. Błędów dodatnich otrzymano 11, ujemnych 49. Dla 60 strzał, których miąższość obliczono analogicznie jak u kloców, błąd przeciętny wynosił 4,0%, średni ± 4,8%, suma miąższości była obarczona + 1,9% błędem. Maksimum wynosiło + 16,6%, minimum — 9,2%. Ilość błędów dodatnich 36, ujemnych 23, wyników zgodnych z wzorem sekcyjnym Hubera otrzymano 1. Okazuje się więc, że zwyczajny wzór Hubera daje dla kloców pochodzących z dolnej części strzały wyniki za niskie, natomiast dla strzał całkowitych za wysokie.

Prócz błędów metodycznych wzoru Hubera popełnia się jeszcze dalszy błąd wskutek zaokrąglania średnic w dół. Według M ü l l e r a (9) zaokrąglanie w dół było tak długo uzasadnione, jak długo hodowano drzewostany w silnym zwarciu, zaś miąższość mierzono z korą.

By zbadać wielkość błędu zaokrąglenia średnic obliczono miąższość 31 strzał[1]) zwyczajnym wzorem Hubera dla średnic środkowych mierzonych: a) w mm; b) zaokrąglonych do 1 cm w dół i c) do 1 cm w dół i górę. Miąższości te porównano z wynikami otrzymanymi wzorem sekcyjnym Hubera przy 2 m długości sekcyj a średnicach mierzonych z dokładnością do 1 mm. Analogiczne obliczenia przeprowadzono dla 31 kloców 10 m długości, pochodzących z dolnej części strzały i dla 31 dłużyc o średnicy w cieńszym końcu około 15 cm, a długościach od 12 do 22 m.

W tabeli 4 zestawiono procentowe błędy obliczeń:

Tabela 4

Oznaczenie części strzały	Ilość obliczeń	Błąd przeciętny miąższości w %%			Błąd sumy miąższości w %%			Błąd maksymalny w %%		
		dla średnic środkowych w						dla średnic		
		mm	zaokr. w dół	zaokr. w górę i dół	mm	zaokr. w dół	zaokr. w górę i dół	mm	zaokr. w dół	zaokr. w górę i dół
cała strzała	31	8,1	8,6	7,8	+8,6	+3,0	+6,7	20,8	17,3	17,3
dłużyca	31	3,8	5,6	4,5	+3,1	—0,7	+1,1	5,6	6,1	9,1
kloce	31	3,6	7,7	5,8	—3,1	—7,1	—4,9	4,6	4,0	5,6

Tabela 4a

Błąd minimalny w %%			Ilości błędów dla								
środkowych w			średnic środk. w mm			średnic zaokrągl. w dół			średnic zaokrągl. w górę i dół		
mm	zaokr. w dół	zaokr. w górę i dół	0	+	—	0	+	—	0	+	—
17,0	38,9	22,3	0	22	9	1	13	17	1	20	10
10,1	19,3	15,2	0	23	8	0	9	22	0	13	18
10,1	19,3	14,5	0	8	23	0	3	28	0	6	25

Jak się okazuje, przy średnicach mierzonych w mm wzór Hubera daje najlepsze wyniki dla kloców, najgorsze zaś dla całych strzał. Dla kloców błąd przeciętny wynosi 3,6%, dla strzał 8,1%, pośrednie wyniki otrzymuje się dla dłużyc o przeciętnym błędzie 3,8%. Dla sumy miąższości natomiast błędy procentowe wynoszą: przy strzałach +8,6%, dłużycach +3,1% i klocach —3,1%. Dla kloców obliczamy zatem za małą miąższość.

[1]) Świerk 80—90-letni, górski (Rafajłowa), zwarty, I kl. bonit., miąższość liczono bez kory.

Rozpatrując zaś dokładność wzoru przy zaokrąglaniu w dół do pełnych centymetrów stwierdzamy, że błędy przeciętne są na ogół duże, wynoszące najwięcej u całych strzał 8,6%, najmniej zaś dla dłużyc, bo 5,6%. Jeśli natomiast chodzi o błąd sumy miąższości, to najmniejszy błąd otrzymamy dla dłużyc —0,7%, większy dla strzał +3,0%, zaś dla kloców stosunkowo bardzo wysoki, bo wynoszący —7,1%.

Dla zaokrągleń średnic w górę i dół do pełnych centymetrów otrzymujemy pośrednie wyniki.

Na podstawie powyższych błędów wynikałoby, że jeśli chodzi nam o sumę miąższości strzał i dłużyc, to najlepsze rezultaty otrzymamy zaokrąglając średnice środkowe w dół (błąd procentowy najmniejszy). U kloców natomiast powinniśmy mierzyć średnice z dokładnością do 1 mm.

Takie kształtowanie się procentowych błędów ma swoje uzasadnienie w tym, że wzór Hubera daje w większości przypadków dla strzał i dłużyc za wysokie wyniki, dla kloców natomiast za niskie. Zaokrąglając więc średnice środkowe w dół do pełnego centymetra, otrzymamy dla strzał i dłużyc mniejsze miąższości, bardziej zbliżone do rzeczywistych, określonych sekcyjnym sposobem Hubera.

Eberhardt (9) otrzymał następujące błędy zaokrąglenia w dół na całe centymetry dla dłużyc świerka przeciętnie —6,82%, jodły —5,35% i dla sosny —10,80%.

Oznaczenie dokładności wzoru Hubera przy pomocy właściwego współczynnika zbieżystości q

W dotychczasowej praktyce badania dokładności wzoru Hubera należało określić wykładnik kształtu strzały i z niego wyznaczyć błąd (i to teoretyczny), lub też porównać miąższość strzały obliczoną wzorem $V = g_{0,5} \cdot l$ z miąższością uzyskaną przez pomiar sekcyjny. Takie sposoby określania dokładności wzoru są do pewnego stopnia uciążliwe i nie zawsze dające pewne rezultaty.

A. Strzała.

W artykule moim pt.: „Formułki miąższościowe dla drzew ściętych" podałem wzór na miąższość strzały:

$$V = l \cdot (0{,}23 \cdot g_{0,1} + 0{,}58 \cdot g_{0,5}) \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Używając tego wzoru do charakterystyki formułki Hubera $V = g_{0,5} \cdot l$ należy w równaniu (1) wyrazić przekrój $g_{0,1}$ przez $g_{0,5}$. Da się to uskutecznić przy pomocy współczynnika zbieżystości q, jako stosunku średnicy na 0,5 długości do średnicy na 0,1 długości czyli

$$q = d_{0,5}/d_{0,1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Ponieważ $g_{0,5}/g_{0,1} = q^2$ stąd $g_{0,1} = g_{05}/q^2$

Wstawiając do równania (1) wartość za $g_{0,1}$ i wyłączając $g_{0,5}$ przed nawias

otrzymamy: $$V = g_{0,5} \cdot l \cdot \left(\frac{0{,}23}{q^2} + 0{,}58\right) \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Wartość w nawiasie możemy uważać za właściwą liczbę kształtu dla n=2, stąd równanie (3) można napisać w zmienionej formie:

$$V = g_{0,5} \,.\, l \,.\, f_{0,5} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Widzimy więc, że właściwa liczba kształtu dla środkowego przekroju jest równa:

$$f_{0,5} = \frac{0,23}{q^2} + 0,58 \qquad \ldots \quad (5$$

Wzór powyższy posłuży do charakterystyki formułki miąższościowej Hubera.

Chodziłoby teraz o stwierdzenie, w jakim przypadku względnie dla jakiej wartości q właściwa liczba kształtu $f_{0,5}$ będzie równa jednostce, gdyż wtedy miąższość strzały określona wzorem Hubera będzie równa rzeczywistej:

$$V \text{ rzeczyw.} = 1 \cdot g_{0,5} \cdot l$$

Przyjmując w równaniu (5) $f_{0,5} = 1$ otrzymamy $\frac{0,23}{q^2} + 0,58 = 1$ stąd $q = 0,74$.

Przy współczynniku zbieżystości $q = 0,74$ wartość $f_{0,5} = 1$ i wzór Hubera będzie ścisły.*)

Jeśli $q < 0,74$ wtedy $f_{0,5} > 1$ wzór Hubera daje za małe wyniki, natomiast gdy $q > 0,74$ wtedy $f_{0,5} < 1$ i formułką Hubera otrzymamy miąższość strzały za wysoką w stosunku do rzeczywistej.

Obliczając więc dla różnych współczynników zbieżystości wartość $f_{0,5}$, będziemy mogli poprawić wynik otrzymany wzorem Hubera, mnożąc miąższość oznaczoną wzorem $V = g_{0,5} \cdot l$ przez czynnik $f_{0,5}$.

Chcąc zatem określić dokładność formułki Hubera należy oprócz średnicy $d_{0,5}$ pomierzyć dodatkowo średnicę $d_{0,1}$ i obliczyć współczynnik q. Z wielkości współczynnika zbieżystości od razu zorientować się możemy, jaki wynik otrzymamy wzorem Hubera (za niski czy za wysoki). W tabeli 5 zestawiono wartość $f_{0,5}$ w zależności od współczynnika q. Można więc wprost odczytać $f_{0,5}$ dla danego q i pomnożyć miąższość uzyskaną z formułki Hubera.

Tabela 5. Wartość $f_{0,5}$ jako funkcja q.

q	$f_{0.5}$	q	$f_{0.5}$	q	$f_{0.5}$	q	$f_{0.5}$
0,58	1,264	0,65	1,124	0,72	1,024	0,79	0,948
59	1,241	66	1,108	73	1,012	80	0,939
60	1,219	67	1,092	74	1,000	81	0,931
61	1,198	68	1,077	75	0,989	82	0,922
62	1,178	69	1,063	76	0,978	93	0,914
63	1,159	70	1,049	77	0,968	84	0,906
64	1,141	71	1,036	78	0,958	85	0,898

Celem zbadania dokładności czynnika $f_{0.5}$, oznaczonego za pomocą współczynnika zbieżystości q, porównano obliczone $f_{0,5}$ z rzeczywistym. Wartość rzeczywistą $f_{0.5}$ otrzymano dzieląc miąszość strzały wedle wzoru sekcyjnego Hubera (sekcje 1 m) przez miąższość określoną zwyczajną formułką Hubera, czyli rzeczywista

$$f_{0,5} = \frac{V_{\text{wz. sekc. Hubera}}}{g_{0,5} \cdot l}$$

*) Licząc współczynniki przy $g_{0,1}$ i $g_{0,5}$ na 4 miejsca dziesiętne otrzymamy dla $f_{0,5} = 1$ wartość $q = 0,745$.

Do obliczeń użyto 60 strzał świerkowych**) bez kory. Błędy procentowe określono wzorem $p = 100 \cdot \left(1 - \frac{f_{0,5\ \text{rzeczyw.}}}{f_{0,5\ \text{oblicz.}}}\right)$

Otrzymano błędów 0%	0	maksimum	$= + 4{,}2\%$
błędów dodatnich	36	minimum	$= - 3{,}2\%$
ujemnych	24		
o g ó ł e m	60		

Błąd średni $\pm 1{,}8\%$, przeciętny 1,5%. Błąd średni wzoru Hubera dla wymienionych strzał równy jest $\pm 4{,}8\%$. Stosując więc współczynnik zbieżystości do formułki Hubera otrzymamy wynik 2,6 razy lepszy.

B. Odcinki strzał

Wychodząc z wzoru $V = l \cdot (0{,}23 \cdot g_{0,1} + 0{,}58 \cdot g_{0,5} + 0{,}19 \cdot g_n)$ . . . . . (6) będzie można w podobny sposób jak dla strzał scharakteryzować dokładność wzoru $V = g_{0,5} \cdot l$ dla kloców i dłużyc. Analogicznie jak poprzednio należy wyrazić przekroje $g_{0,1}$ i g_n przez $g_{0,5}$ Przyjmując stosunek średnic $d_n / d_{0,1} = q_n$ możemy przekrój g_n zastąpić przekrojem $g_{0,5}$ i współczynnikami zbieżystości.

$g_n = q_n^2 \cdot g_{0,1}$ a ponieważ $g_{01} = \frac{g_{0,5}}{q^2}$ stąd $g_n = \frac{q_n^2}{q^2} \cdot g_{0,5}$

Wstawiając do równania (6) za $g_{0,1}$ i g_n odpowiednie wartości otrzymamy zmienioną formułkę miąższości: $V = g_{0,5} \cdot l \cdot \left(\frac{0{,}23}{q^2} + 0{,}58 + 0{,}19 \cdot \frac{q_n^2}{q^2}\right)$ . . . (7)

Wartość w nawiasie będzie czynnikiem redukcyjnym miąższości walca o średnicy $d_{0,5}$ i długości l. Oznaczając go przez $f'_{0,5}$ będzie

$$f'_{0,5} = \frac{0{,}23}{q^2} + 0{,}58 + 0{,}19 \cdot \frac{q_n^2}{q^2} \quad . . . . (8)$$

Na podstawie równania (8) określić możemy w jakim przypadku wzór Hubera da ściśle wyniki przy obliczaniu miąższości kloców lub dłużyc. Nastąpi to wtedy, jeśli $f'_{0,5} = 1$

$$\frac{0{,}23}{q^2} + 0{,}58 + 0{,}19 \cdot \frac{q_n^2}{q^2} = 1 \text{ stąd}$$

$$q^2 = 0{,}23 + 0{,}58 \cdot q^2 + 0{,}19 \cdot q_n^2 \text{ względnie}$$

$$q^2 = 0{,}45 \cdot q_n^2 + 0{,}55 \quad : . . . . (9)$$

$$\text{lub } q_n^2 = \frac{q^2 - 0{,}55}{0{,}45} \quad : . . . . (10)$$

Z równań (9) względnie (10) określić można dla jakich wartości q i q_n wzór Hubera będzie ścisły.

Z formułki (10) wynika, że dla $q = 0{,}742$ $q_n = 0$, zaś dla $q < 0{,}742$ ma q_n wartość urojoną, natomiast dla $q > 0{,}742$ $q_n > 0$.

Widzimy więc, że dla q mniejszego od 0,742 nie otrzymamy w ogóle ścisłych wyników metodą Hubera, ponieważ q_n musiałoby mieć wartość urojoną, dopiero dla q większego od 0,742, q_n przybiera wartość dodatnią.

Poniżej zestawiono wartości q i q_n które wstawione do równania (8) spełnią je do jeden, czyli $f'_{0,5} = 1$ i tylko dla tych współczynników wzór Hubera będzie ścisły (tabela 6).

**) Świerk 80 — 90-letni, górski (Rafajłowa), dobrze zwarty, 1 kl. bonit.

Tabela 6. **Zestawienie współczynników q i qn dla których $f'_{0.5} = 1$.**

$f'_{0.5} = 1$ dla							
q	q_n	q	q_n	q	q_n	q	q_n
0,742	0,000	0,81	0,486	0,88	0,706	0,95	0,885
75	0,167	82	522	89	734	96	909
76	248	83	556	90	760	97	932
77	309	84	588	91	786	98	955
78	360	85	619	92	812	99	978
79	406	86	649	93	837	1,00	1,000
80	447	87	678	94	861		

Jeśli dla pewnej wartości q, q_n jest mniejsze od obliczonego równaniem (10), wtedy wzór Hubera da za wysokie wyniki, natomiast dla q_n, większego, formułką Hubera otrzymamy za niskie rezultaty.

Przykład: 1) $q = 0,85$ rzeczywiste $q_n = 0,500$, wedle tabeli 6. wartości $q = 0,85$ odpowiada $q_n = 0,619$, zatem rzeczywiste q_n jest mniejsze od obliczonego, $f_{0,5} = 0,9640$, czyli wzór Hubera oznaczy miąższość za wysoko. Mnożąc $q_{0,5} \cdot l$ przez 0,9640 otrzymamy miąższość rzeczywistą.

2) $q = 0,85$ rzeczywiste $q_n = 0,700$, z tabeli 6. $q_n = 0,619$, rzeczywiste q_n jest większe od obliczonego. Wedle Hubera obliczymy miąższość za nisko. Czynnik $f_{0,5} = 1,0271$.

Jeśli do równania (3) $V = g_{0.5} \, . \, l \, . \left(\frac{0,23}{q^2} + 0,58\right)$ wstawimy średnią wartość na q otrzymamy zmodyfikowany wzór Hubera na obliczenie miąższości strzały. Podając przeciętne wartości, przydatny on będzie zwłaszcza do ustalenia sumy miąższości strzał (na zrębie).

Na podstawie 60 strzał określono średni współczynnik zbieżystości $q = 0,75$, stąd średnie $f_{0.5} = 0,99$. Wzór (3) zmieni się na: $V = 0,99 \cdot g_{0,5} \cdot l$ . . . . (11)

Z formułki (7) na miąższość dłużyc i kloców dla średniego $q = 0,87$ i $g_n = 0,74$ (średnie z 60 wartości q i q_n) będzie: $V = 1,02 \cdot g_{0\,5} \cdot l$ . . . . (12)

Z współczynników równań (11) i (12) wynika, zgodnie zresztą z poprzednimi wywodami, że dla całych strzał wzór Hubera daje za wysokie rezultaty, natomiast dla kloców za niskie.

Wychodząc z średnich wartości q i q_n można wyprowadzić jeszcze inne formułki miąższościowe o jednym przekroju.

A. Dla strzały.

Zastępując w równaniu (1) $V = l \cdot (0,23 \cdot g_{0,1} + 0,58 \cdot g_{0,5})$ przekrój $g_{5,0}$ przez $g_{0,1}$ i q otrzymamy $V = g_{0,1} \cdot l \, . \, (0,58 \, . \, q^2 + 0,23)$ a dla średniego $q = 0,75$ będzie: $V = 0,56 \, . \, g_{0,1} \cdot l$ . . . . (13)

Obliczając tym wzorem miąższość 50 strzał świerkowych*) bez kory, otrzymano dla sumy miąższości odchyłkę + 0,49% w stosunku do metody sekcyjnej Hubera. Suma miąższości tych strzał wedle zwyczajnego wzoru Hubera wykazała błąd +3,0%.

---

*) **Świerk 35—40 letni, górski, słabo zwarty, II kl. bonit.**

B. Dla dłużyc i kloców.

Równanie (6) $V = l \cdot (0{,}23 \cdot g_{0,1} + 0{,}58 \cdot g_{0,5} + 0{,}19 \cdot g_n)$ określające miąższość dłużyc i kloców można przekształcić następująco:

1) Wyrażając przekroje $g_{0,5}$ i g_n przez $g_{0,1}$ oraz współczynniki q i q_n $V = g_{0,1} \cdot l \cdot (0{,}58 \cdot q^2 + 0{,}19\, q_n^2 + 0{,}23)$ a dla średniego $q = 0{,}87$ i $q_n = 0{,}74$ będzie

$$V = 0{,}77 \cdot g_{0,1} \cdot l \qquad (14)$$

2) jeśli natomiast wyrazimy przekroje $g_{0,1}$ i $g_{0,5}$ przez g_n i współczynniki zbieżystości otrzymamy z równania (6): $V = g_n \cdot l \cdot \left(\frac{0{,}23}{q_n^2} + 0{,}58 \cdot \frac{q^2}{q_n^2} + 0{,}19\right)$

dla $q = 0{,}87$ i $q_n = 0{,}74$ będzie:

$$V = 1{,}4 \,.\, g_n \cdot l \qquad (15)$$

Jest to formułka do obliczania miąższości kloców na podstawie średnicy w cieńszym końcu.**)

Wzór (15) możemy napisać też w następującej formie: $V = 1{,}4 \,.\, 0{,}785 \,.\, d_n^2 \cdot l$

albo

$$V = 1{,}1 \,.\, d_n^2 \cdot l \qquad (16)$$

Wzór (16) może mieć zastosowanie wtedy, jeślibyśmy chcieli oznaczyć miąższość kloca z średnicy w cieńszym końcu bez używania tabel powierzchni przekrojów.

Streszczenie wyników

1. Miąższość strzał świerkowych (bez kory) obliczana zwyczajnym wzorem Hubera jest obarczona błędem średnim dochodzącym do $\pm$ 5,0% z przewagą błędów dodatnich, miąższość kloców, pochodzących z dolnej części strzały — średnim błędem nie przekraczającym $\pm$ 4,0% z przewagą błędów ujemnych.

2. Zaokrąglenie średnic w dół do pełnych centymetrów powoduje znaczne błędy w miąższości obliczanej zwyczajnym wzorem Hubera, najmniejsze u strzał, największe u kloców i dłużyc.

3. Błąd procentowy sumy miąższości strzał lub dłużyc, dla średnic zaokrąglonych w dół do pełnych centymetrów, jest mniejszy od błędu dla średnic mierzonych w mm lub zaokrąglonych w górę i dół do pełnych centymetrów. Dla kloców błąd sumy miąższości przy średnicach zaokrąglonych w dół jest największy.

4. Właściwy współczynnik zbieżystości jest dobrym miernikiem dokładności zwyczajnego wzoru Hubera.

5. Stosując właściwy współczynnik zbieżystości z formułek miąższości dwu i trzyprzekrojowych można przejść do wzorów prostych jednoprzekrojowych, dających wartości p r z e c i ę t n e.

Wzory te dla strzały brzmią:

$$V = 0{,}56 \,.\, g_{0,1} \cdot l$$

dla kloców:

$$V = 1{,}4 \,.\, g_n \cdot l$$

albo

$$V = 1{,}1 \,.\, d_n^2 \,.\, l$$

Wymienione formułki mają znaczenie zwłaszcza przy określaniu sumy miąższości pewnej ilości strzał lub kloców.

**) Średnie wartości q i q_n oznaczono dla kloców długości ponad 5 m, pochodzących z dolnej części strzały.

Zaznaczyć w końcu należy, że podane wzory nie są ogólne. Wynikły one z opracowania pewnego materiału, który stanowiło 60 strzał świerka 80 — 90 letniego, górskiego, zwartego I kl. bonit. Dla innych gatunków drzew, warunków wzrostu i wieku należałoby współczynniki przy powierzchniach przekroju sprawdzić względnie odpowiednio zmienić.

Napisano w r. 1941. Oddano do druku w r. 1947.

LITERATURA

1. Wielgosz — Teoria dokładności wzorów ksylometrycznych. Poznań, 1926 r.
2. Hampel — Untersuchungen über die Genauigkeit der Mittenflächenformel (Hubersche Formel). Centralblatt f. d. g. Forstwesen. 1931.
3. Grochowski — Wykładnik kształtu strzały. R. N. R. i L. T. XXIX. Poznań, 1933.
4. Kunze — Über die Inhaltsberechnung des Langnutzholzes. Th. F. J. 1892 i Untersuchung Über die Genauigkeit der Inhaltsberechnungen der Stämme aus Mittenstärke u. Länge. Mitt. a. d. kön. f. Versuchsanstalt zu Tharandt. B. I. Berlin, 1912.
5. Schiffel A. — Die Kubierung von Rundholz aus zwei Durchmessern und Länge. Mitt. a. d. f. V. — W. Oe. Wien, 1902.
6. Glaser — Über die Inhaltsermittlung verkaufsmässig zugerichteter Stämme aus Länge und einem Durchmesser. All. F. u. Jz. 1911.
7. Bazala — Die Hubersche Formel u. die Möglichkeit der Verbesserung ihrer Resultate. Centr. f. d. g. Forstwesen, 1923.
8. Gieruszyński T. — Formułki miąższościowe dla drzew ściętych. Sylwan, 1948.
9. Müller — Lehrbuch der Holzmesskunde. Berlin, 1923.
10. Gieruszyński T. — O kształcie strzał drzew leśnych. Sylwan, 1948.

О СТЕПЕНИ ТОЧНОСТИ ФОРМУЛЫ ГУБЕРА

Краткое содержание

По рассмотрении известных в настоящее время способов повышения степени точности формулы Губера и по выяснении причины ошибок, связанных с применением формулы Губера, автор хнрнктеризует эту формулу с помощью выражения

$$v = (0{,}23g_{0,1} + 0{,}58_{0,5} + 0{,}19g_n) \cdot l$$

поданного автором в одной из его предидущих работ. Кроме того для характеристики формулы Губера автор пользуется еще показателями сбега ствола:

$$q = \frac{d_{0,5}}{d_{0,1}} \quad \text{i} \quad q_n = \frac{d_n}{d_{0,1}}$$

После соответствующих преобразований получается выражение:

для стволов: $v = g_{0,5} \cdot l \left(\frac{0{,}23}{q^2} + 0{,}58\right)$

и для отрубков: $v = g_{0,5} \cdot l \left(\frac{0{,}23}{q^2} + 0{,}58 + 0{,}19\,\frac{q_n^2}{q^2}\right)$

Значение выражений, взятых в скобки, можно принять за действительную величину видового числа $f_{0,5}$ при n= 2 или за коэффициент приведения к объему цилиндра $f'_{0,5}$.

В таблицах 5 и 6 приведены значения $f_{0,5}$ и $f'_{0,5}$ в величинах q и q_n. В упомянутых таблицах цифры указывают при каких значениях q и q_n. Фор-

мула Губера дает для стволов и отрубков точные результаты т. е. $f_{0,5} = 1$ и $f'_{0,5} = 1$.

Пользуясь приведенным в таблицах цифрами можно определить в процентном отношении величину ошибки, которая получается при определении объема по формуле Губера.

В заключении автор дает ряд простых формул, с входящей в них площадью одного только сечения, выведенных из выраженя

$$v = (0{,}23g_{0,1} + 0{,}58g_{0,5} + 0{,}19g_n).l$$

причем особонное значение может иметь выражение

$$v = g_n \cdot l \left(\frac{0{,}23}{q_n^2} + 0{,}58\,\frac{q^2}{q_n^2} + 0{,}19\right)$$

для вычисления и составления таблиц объемов рудничной стойки.

IMPROVING THE ACCURACY OF HUBER'S FORMULA

Summary

The author having discussed all known means of rendering more accurate the formula of Huber and having set forth the reasons of errors involved wher using it, determines this formula by the following equation:

$$V = (0{,}23\ g_{0,1} + 0{,}58\ g_{0,5} + 0{,}19\ g_n) \cdot l$$

This equation was already applied by the author in one of his preceding works.

Moreover in order to render more precise Huber's formula, taper coefficients are used by the author, where:

$$q = \frac{d_{0,5}}{d_{0,1}} \text{ and } q_n = \frac{d_n}{d_{0,1}}$$

By means of proper modifications the following stem formula is arrived at:

$$v = g_{0,5} \cdot l \left(\frac{0.23}{q^2} + 0{,}58\right)$$

and the sectional formula:

$$v = g_{0,5} \cdot l \left(\frac{0{,}23}{q^2} + 0{,}58 + 0{,}19\,\frac{q_n^2}{q^2}\right)$$

The values in brackets are considered as the form values $f_{0,5}$ where $n = 2$ or olso as reduction factor of the cylinder volume $f'_{0,5}$

Tables Nos. 5 and 6 contain values $f_{0,5}$ and $f'_{0,5}$ as equal to q and q_n

The figures in these tables indicate the stem values or sectional values for q and q_n which give accurate results, i, e, $f_{0,5} = 1$ and $f'_{0,5} = 1$.

By means of these tables the percentage error of volume as determined by Huber's formula may be arrived at.

The author gives at the end a series of simple formulas, derived from the equation:

$$v = (0{,}23g_{0,1} + 0{,}58g_{0,5} + 0{,}19g_n).l$$

The formula:

$$v = g_n \cdot l \left(\frac{0{,}23}{q_n^2} + 0{,}58\,\frac{q^2}{q_n^2} + 0{,}19\right)$$

is of specific interest for cubing and tabulating volume values of pitprops.