

УДК 539.374, 624.131.4

ВИЗНАЧЕННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ҐРУНТУ ПІД ДІЄЮ ДИСКОВОГО РОБОЧОГО ОРґАНУ

Volodymyr Kovbasa, Oleksandr Gutsol

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine
Heroiv Oborony Str. 15, Kiev, 03041, Ukraine

Анотація. Розв'язана задача про розподіл компонентів деформацій, переміщень і напружень у ґрунті при дії на нього дисковим робочим органом. Отримані компоненти сил, що діють з боку ґрунту на поверхню диска, а також залежності зв'язку компонент швидкостей переміщення точок на поверхні контакту в залежності від параметрів і режимів роботи дискового робочого органу.

Ключові слова: поверхня контакту, компоненти деформацій, компоненти переміщень компоненти напружень, дисковий робочий орган.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Сучасні дискові робочі органи відрізняються між собою за конструкторними параметрами, технологічністю їх виконання. Ці зміни лише частково впливають на енергомісткість процесу, тому одним із напрямків зниження трудомісткості процесу обробітку ґрунту дисковими робочими органами є дослідження напружень і сил, що виникають при ґрунтообробці [1-5].

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Аналіз останніх досліджень і публікацій показав [1-10], що розвиток поверхневого обробітку ґрунту набуває все більшої актуальності. На процес обробітку ґрунту дисковими робочими органами впливає як тип робочого органу, режими роботи, а також властивості ґрунту, що обробляється. При ґрунтообробці також важливими показниками являються якість та енергоємність процесу обробітку. Тому при оптимізації процесу обробітку ґрунту необхідно взаємопов'язати властивості ґрунту, режими роботи, конструктивні особливості ґрунтообробного органу із забезпеченням

Метою роботи є оптимізація процесу обробітку ґрунту дисковими робочими органами, шляхом встановлення залежностей, що описують взаємодію поверхні контакту диска з ґрунтом.

РЕЗУЛЬТАТИ І ДИСКУСІЯ

Результати досліджень показують, що для вирішення задачі про визначення напружень та сил, що діють з боку ґрунту на поверхню контакту диску, необхідно послідовно розв'язати задачу про розподіл компонент переміщень, компонент деформацій, та з використанням фізичних рівнянь зв'язку напружень з деформаціями про розподіл напружень у ґрунтового середовищі перед робочим органом з урахуванням швидкості переміщення диска та механічних властивостей ґрунту. Після отримання розподілу компонент напружень шляхом інтегрування відповідних компонент напружень на поверхні контакту отримуються компоненти сил, що діють з боку ґрунту на поверхню диска. Раніше, на основі кінематичного аналізу взаємодії дискового робочого органу були отримані залежності зв'язку компонент

швидкостей переміщення точок на поверхні контакту в залежності від параметрів і режимів роботи дискового робочого органу у вигляді:

$$\begin{aligned}
 u_0 &= \frac{1}{r(\delta-1)} U_m \sec(\alpha) \sec(\delta) (a\delta + \\
 &+ \cos^2(\gamma) \sqrt{\sec^2(\gamma) (2\eta \sqrt{R^2 - r^2} \sec(\alpha) \sec(\gamma) + r^2 - \sec^2(\alpha) (\eta^2 \sec^2(\gamma) + \xi^2)) -} \\
 &- r \cos(\gamma) + \eta), \\
 v_0 &= -\frac{1}{r(\delta-1)(\sec^2(\alpha)+1)} U_m \sec(\alpha) \cos^2(\gamma) \sec(\delta) \times \\
 &\times \left[-\sqrt{\sec^2(\gamma) ((\zeta - a) \sec(\gamma) + \sqrt{R^2 - r^2} \sec(\alpha) + r)^2 -} \right. \\
 &\left. - (\sec^2(\alpha) + 1) ((a - \zeta) \sec^2(\gamma) (a - 2r \cos(\gamma) - \zeta) + \xi^2 \sec^2(\alpha)) \right) + \\
 &\left. \sqrt{\sqrt{R^2 - r^2} \sec(\alpha) + r)^2 - (\sec^2(\alpha) + 1) ((a - \zeta) \sec^2(\gamma) (a - 2r \cos(\gamma) - \zeta) +} \right. \\
 &\left. + \xi^2 \sec^2(\alpha)) \right) - a \sec^2(\gamma) + \sqrt{R^2 - r^2} \sec(\alpha) \sec(\gamma) + r \sec(\gamma) + \zeta \sec^2(\gamma) \left. \right], \\
 w_{01} &= \frac{1}{r(\delta-1)} i U_m \sec(\delta) \sqrt{\frac{(\sec(\gamma) (\sec(\gamma) (a - \zeta + \eta) (a - 2r \cos(\gamma) - \zeta + \eta) -} \\
 &- 2\eta \sqrt{R^2 - r^2} \sec(\alpha) + \eta^2 \sec^2(\alpha) \sec(\gamma)))}{(\sec(\gamma) (\sec(\gamma) (a - \zeta + \eta) (a - 2r \cos(\gamma) - \zeta + \eta) +} \\
 &+ 2\eta \sqrt{R^2 - r^2} \sec(\alpha) + \eta^2 \sec^2(\alpha) \sec(\gamma)))}, \\
 w_{02} &= -\frac{1}{r(\delta-1)} i U_m \sec(\delta) \sqrt{\frac{(\sec(\gamma) (\sec(\gamma) (a - \zeta + \eta) (a - 2r \cos(\gamma) - \zeta + \eta) -} \\
 &- 2\eta \sqrt{R^2 - r^2} \sec(\alpha) + \eta^2 \sec^2(\alpha) \sec(\gamma)))}{(\sec(\gamma) (\sec(\gamma) (a - \zeta + \eta) (a - 2r \cos(\gamma) - \zeta + \eta) +} \\
 &+ 2\eta \sqrt{R^2 - r^2} \sec(\alpha) + \eta^2 \sec^2(\alpha) \sec(\gamma))}},
 \end{aligned} \tag{1}$$

де: ξ, η, ζ – координати точок контакту диска в системі координат $\xi\eta\zeta$ idem xyz ,

α, γ – кути нахилу осі обертання диска до перпендикуляру до напрямку руху машини у горизонтальній площині та до горизонтальної площини у поперечно-вертикальній площині, відповідно,

δ – коефіцієнт буксування (ковзання диска),

a – глибина ходу диска у ґрунті,

R, r – радіус кривизни диска та половина діаметра диска, відповідно.

Слід відзначити, що дві компоненти швидкостей руху w_{01}, w_{02} відповідають швидкостям руху точок контакту в системі координат $\xi\eta\zeta$ idem xyz при значеннях x або ξ , що мають знаки «+» або «-».

Для розв'язання задачі про розподіл напружень та деформацій необхідно розв'язати рівняння рівноваги середовища:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0.$$

(2)

Підстановка у рівняння (2) виразів фізичних рівнянь, що отримані раніше з урахуванням того, що швидкості деформацій виражені через компоненти переміщень, а отже виразів компонентів напружень через швидкості переміщень дозволить прийти до виразів у вигляді еліптичних рівнянь. Так вирази компонентів деформацій (отримані раніше мають вигляд):

$$\sigma_x = \frac{2}{9} \mu \left(3e^{\frac{2K_2(1+\nu)}{3(-1+2\nu)}} (2\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y - \dot{\varepsilon}_z) - \frac{e^{K_2(1+\nu)} (\dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y + \dot{\varepsilon}_z)}{-1+2\nu} \right),$$

$$\sigma_y = \frac{2}{9} \mu \left(3e^{\frac{2K_2(1+\nu)}{3(-1+2\nu)}} (2\dot{\epsilon}_y - \dot{\epsilon}_x - \dot{\epsilon}_z) - \frac{e^{K_2(1+\nu)}(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z)}{-1+2\nu} \right),$$

$$\sigma_z = \frac{2}{9} \mu \left(3\dot{a}^{\frac{2K_2(1+\nu)}{3(-1+2\nu)}} (2\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_y - \dot{\epsilon}_x) - \frac{\dot{a}^{K_2(1+\nu)}(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z)}{-1+2\nu} \right),$$

$$\tau_{xy} = \dot{a}^{K_3} \mu \dot{\gamma}_{xy}; \quad \tau_{xz} = \dot{a}^{K_3} \mu \dot{\gamma}_{xz}; \quad \tau_{yz} = e^{K_3} \mu \dot{\gamma}_{yz},$$

$$K_1 = \frac{3El}{(2\mu + 2\mu\nu) \sqrt{\frac{E(-1+\nu)}{(-1+\nu+2\nu^2)\rho}}}, \quad K_3 = -\frac{9l \left(\tau_0 \cos\varphi + \frac{2e^{K_1} \mu(1+\nu)(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_z + \dot{\epsilon}_y) \sin\varphi}{9-18\nu} \right)}{2\sqrt{2}\mu \sqrt{\frac{E(-1+\nu)}{(-1+\nu+2\nu^2)\rho}} (-3 + \sin\varphi)},$$

$$K_2 = -\frac{27l(-1+2\nu) \left(\tau_0 \cos\varphi + \frac{2\dot{a}^{K_1} \mu(1+\nu)(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z) \sin\varphi}{9-18\nu} \right)}{4\sqrt{2}\mu(1+\nu) \sqrt{\frac{E(-1+\nu)}{(-1+\nu+2\nu^2)\rho}} (-3 + \sin\varphi)}. \quad (3)$$

Аналіз залежностей (3) (рис. 1) дозволив зробити висновок, що для технічних застосувань можуть бути використані спрощені залежності які відрізняються від точних не більше ніж на 15%, що є достатнім для прикладного застосування.

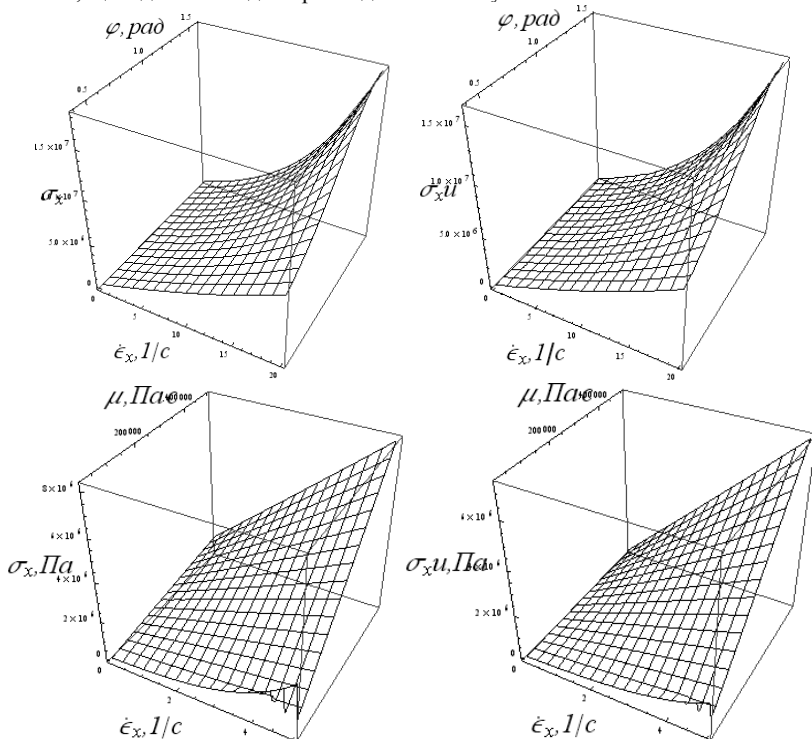


Рис. 1. Залежність компонент напружень від властивостей ґрунту та швидкостей деформацій за точними виразами σ_x та спрощеними $\sigma_x \mu$ (залежності (4))

Ці вирази мають вигляд: $\sigma_x = -2\mu \dot{\epsilon}_x S_e$; $\sigma_y = -2\mu \dot{\epsilon}_y S_e$; $\sigma_z = 2\mu \dot{\epsilon}_z S_e$;

$$\tau_{xy} = T\mu\dot{\gamma}_{xy}; \tau_{xz} = T\mu\dot{\gamma}_{xz}; \tau_{yz} = T\mu\dot{\gamma}_{yz}; S_e = \frac{(-a^{aT}(1+\nu) + 6e^T(-1+2\nu))}{-9+18\nu};$$

$$T = -\frac{9I(\tau_0 \cos\varphi - \frac{2\sqrt{2}EI}{(2\mu+2\nu)\sqrt{\frac{E(-1+\nu)}{(-1+\nu+2\nu^2)\rho}}\mu(1+\nu)\dot{\epsilon}\sin\varphi})}{-3+6\nu} a = (3(-1+2\nu))/(2(1+\nu)),$$

$$T = -\frac{2\sqrt{2}\mu\sqrt{\frac{E(-1+\nu)}{(-1+\nu+2\nu^2)\rho}}(-3+\sin\varphi)}{2\sqrt{2}\mu\sqrt{\frac{E(-1+\nu)}{(-1+\nu+2\nu^2)\rho}}(-3+\sin\varphi)}. \quad (4)$$

У виразах для T для кожної компоненти напружень $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_i, i = (x, y, z)$.

Вирази для похідних компонентів напружень, що входять в рівняння динаміки середовища по напрямках виражені через компоненти швидкостей перемішень в загальному вигляді мають вигляд:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} = \partial_x(-2\mu\dot{\epsilon}_x S_e / (\dot{\epsilon}_x = \partial_x u[x, y, z]; \dot{\epsilon}_y = \partial_y v[x, y, z]; \dot{\epsilon}_z = \partial_z w[x, y, z])),$$

$$\frac{\partial\sigma_y}{\partial y} = \partial_y(-2\mu\dot{\epsilon}_y S_e; \dot{\epsilon}_x = \partial_x u[x, y, z]; \dot{\epsilon}_y = \partial_y v[x, y, z]; \dot{\epsilon}_z = \partial_z w[x, y, z]),$$

$$\frac{\partial\sigma_z}{\partial z} = \partial_z(-2\mu\dot{\epsilon}_z S_e; \dot{\epsilon}_x = \partial_x u[x, y, z]; \dot{\epsilon}_y = \partial_y v[x, y, z]; \dot{\epsilon}_z = \partial_z w[x, y, z]),$$

$$\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} = \partial_x(T\mu\dot{\gamma}_{xy}; \dot{\epsilon}_x = \partial_x u[x, y, z]; \dot{\epsilon}_y = \partial_y v[x, y, z]; \dot{\epsilon}_z = \partial_z w[x, y, z]),$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = \partial_x v[x, y, z] + \partial_y u[x, y, z]; \dot{\gamma}_{xz} = \partial_x w[x, y, z] + \partial_z u[x, y, z],$$

$$\dot{\gamma}_{yz} = \partial_y w[x, y, z] + \partial_z v[x, y, z]),$$

$$\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} = \partial_x(T\mu\dot{\gamma}_{xz}; \dot{\epsilon}_x = \partial_x u[x, y, z]; \dot{\epsilon}_y = \partial_y v[x, y, z]; \dot{\epsilon}_z = \partial_z w[x, y, z]),$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = \partial_x v[x, y, z] + \partial_y u[x, y, z]; \dot{\gamma}_{xz} = \partial_x w[x, y, z] + \partial_z u[x, y, z],$$

$$\dot{\gamma}_{yz} = \partial_y w[x, y, z] + \partial_z v[x, y, z]),$$

$$\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} = \partial_z(T\mu\dot{\gamma}_{xz}; \dot{\epsilon}_x = \partial_x u[x, y, z]; \dot{\epsilon}_y = \partial_y v[x, y, z]; \dot{\epsilon}_z = \partial_z w[x, y, z]),$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = \partial_x v[x, y, z] + \partial_y u[x, y, z]; \dot{\gamma}_{xz} = \partial_x w[x, y, z] + \partial_z u[x, y, z],$$

$$\dot{\gamma}_{yz} = \partial_y w[x, y, z] + \partial_z v[x, y, z]),$$

$$\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} = \partial_y(T\mu\dot{\gamma}_{yz}; \dot{\epsilon}_x = \partial_x u[x, y, z]; \dot{\epsilon}_y = \partial_y v[x, y, z]; \dot{\epsilon}_z = \partial_z w[x, y, z]),$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = \partial_x v[x, y, z] + \partial_y u[x, y, z]; \dot{\gamma}_{xz} = \partial_x w[x, y, z] + \partial_z u[x, y, z],$$

$$\dot{\gamma}_{yz} = \partial_y w[x, y, z] + \partial_z v[x, y, z]),$$

$$\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z} = \partial_z(T\mu\dot{\gamma}_{yz}; \dot{\epsilon}_x = \partial_x u[x, y, z]; \dot{\epsilon}_y = \partial_y v[x, y, z]; \dot{\epsilon}_z = \partial_z w[x, y, z]),$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = \partial_x v[x, y, z] + \partial_y u[x, y, z]; \dot{\gamma}_{xz} = \partial_x w[x, y, z] + \partial_z u[x, y, z],$$

$$\dot{\gamma}_{yz} = \partial_y w[x, y, z] + \partial_z v[x, y, z]).$$

(5)

З урахуванням виразів (5) рівняння динаміки матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}
 &T\mu(u^{(0,0,2)}[x, y, z] + w^{(1,0,1)}[x, y, z]) + T\mu(u^{(0,2,0)}[x, y, z] + \\
 &+ v^{(1,1,0)}[x, y, z]) - 2S_e\mu u^{(2,0,0)}[x, y, z] = 0, \\
 &T\mu(v^{(0,0,2)}[x, y, z] + w^{(0,1,1)}[x, y, z]) - 2S_e\mu u^{(1,1,0)}[x, y, z] + \\
 &+ T\mu(u^{(1,1,0)}[x, y, z] + v^{(2,0,0)}[x, y, z]) = 0, \\
 &TE\mu(v^{(0,1,1)}[x, y, z] + w^{(0,2,0)}[x, y, z]) - 2SE\mu u^{(1,0,1)}[x, y, z] + \\
 &+ TE\mu(u^{(1,0,1)}[x, y, z] + w^{(2,0,0)}[x, y, z]) = 0.
 \end{aligned}$$

(6)

Вигляд рівнянь (6) дає підстави віднести їх до рівнянь еліптичного типу, а отже розв'язком цих рівнянь відносно компонент швидкостей переміщень ґрунту у на півпросторі перед робочим органом можуть бути гармонічні потенціальні функції, що задовольняють умови на границях на півпросторі, що розглядається. Граничні умови для даної задачі є наступними: на поверхні контакту компоненти швидкостей переміщень повинні мати величини u_0, v_0, w_0 (1), на відстані $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2} \rightarrow \infty$ – компоненти швидкостей переміщень прямують до 0. Таким умовам може забезпечувати фундаментальний розв'язок (гармонічна потенціальна функція) у вигляді потенціалу подвійного шару:

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^a \int_{-\eta_1}^{\eta_1} \frac{u_0((y-\eta+\varrho) + (z-\zeta+\varrho))}{((x-\xi+\varrho)^2 + (y-\eta+\varrho)^2 + (z-\zeta+\varrho)^2)^{3/2}} d\eta d\zeta, \\
 v &= \frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^a \int_{-\xi_1}^{\xi_1} \frac{v_0((x-\xi+\varrho) + (z-\zeta+\varrho))}{((x-\xi+\varrho)^2 + (y-\eta+\varrho)^2 + (z-\zeta+\varrho)^2)^{3/2}} d\xi d\zeta, \\
 w &= \frac{\sqrt{3}}{2} \int_{-\xi_1}^{\xi_1} \int_{-\eta_1}^{\eta_1} \frac{w_0((x-\xi+\varrho) + (y-\eta+\varrho))}{((x-\xi+\varrho)^2 + (y-\eta+\varrho)^2 + (z-\zeta+\varrho)^2)^{3/2}} d\eta d\xi,
 \end{aligned}$$

(7)

ϱ – постійна, що усуває сингулярність потенціальних функцій.

Підінтегральна функція $f = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{u_0((y+\varrho) + (z+\varrho))}{((x+\varrho)^2 + (y+\varrho)^2 + (z+\varrho)^2)^{3/2}}$ графічно зображена на

рис. 2.

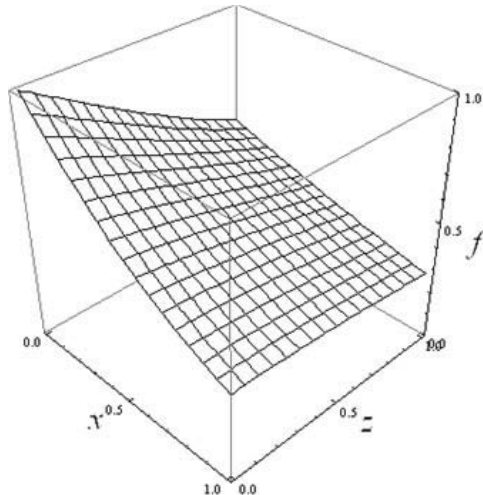


Рис. 2. Вигляд підінтегральної гармонічної потенціальної функції, що забезпечує виконання граничних умов

Крім того однією з умов розв'язання задачі про знаходження швидкостей переміщень, а далі компонент швидкостей деформацій та компонент напружень – є умова виконання сумісності деформацій:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \dot{\gamma}_{xy}}{\partial y \partial x}; \quad \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \dot{\gamma}_{xz}}{\partial z \partial x}; \quad \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \dot{\gamma}_{yz}}{\partial z \partial y}, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z \partial y}; \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial \dot{\gamma}_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{\gamma}_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{\gamma}_{yz}}{\partial x} \right) = 2 \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}_y}{\partial z \partial x}, \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \dot{\gamma}_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{\gamma}_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{\gamma}_{yz}}{\partial x} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}_z}{\partial x \partial y}. \end{aligned}$$

У зв'язку з неможливістю інтегрування виразів (7) у загальному вигляді можна застосувати метод розв'язання подібних задач, що полягає у тому, коли внаслідок збіжності інтегралів (7) можна визначити диференціальні значення компонент деформацій з підінтегральних виразів, а потім при необхідності провести інтегрування. При цьому, оскільки в задачі стоїть необхідність знаходження напружень на поверхню контакту диск-грунт, то достатньо визначити і компоненти деформацій на цій же поверхні контакту. Тому можна розглядати не інтегральні функції, що визначають розподіл швидкостей переміщень а їх підінтегральні вирази:

$$\begin{aligned} du &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{u_0((y-\eta+\varrho)+(z-\zeta+\varrho))}{((x-\xi+\varrho)^2+(y-\eta+\varrho)^2+(z-\zeta+\varrho)^2)^{3/2}}, \\ dv &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{v_0((x-\xi+\varrho)+(z-\zeta+\varrho))}{((x-\xi+\varrho)^2+(y-\eta+\varrho)^2+(z-\zeta+\varrho)^2)^{3/2}}, \\ dw &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{w_0((x-\xi+\varrho)+(y-\eta+\varrho))}{((x-\xi+\varrho)^2+(y-\eta+\varrho)^2+(z-\zeta+\varrho)^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Продиференціювавши останні вирази у відповідності до геометричних рівнянь Коші:

$$\begin{aligned} d\varepsilon_x &= \frac{\partial du}{\partial x}; \quad d\varepsilon_y = \frac{\partial dv}{\partial y}; \quad d\varepsilon_z = \frac{\partial dw}{\partial z}; \quad d\gamma_{xy} = \frac{\partial du}{\partial y} + \frac{\partial dv}{\partial x}, \\ d\gamma_{xz} &= \frac{\partial du}{\partial z} + \frac{\partial dw}{\partial x}; \quad d\gamma_{yz} = \frac{\partial dv}{\partial z} + \frac{\partial dw}{\partial y}, \end{aligned}$$

Межі інтегрування потенціальних функцій (7) визначаються точками перетину частини диска, що знаходиться у ґрунті з його денною поверхнею по відповідним осям координат:

$$\begin{aligned} \zeta &= \{0, a\}; \quad \xi = \{-\cos\alpha\sqrt{2ar\sec\gamma - a^2\sec^2\gamma}; \cos\alpha\sqrt{2ar\sec\gamma - a^2\sec^2\gamma}\}, \\ \eta &= \left\{ \frac{1}{1+\sec^2\alpha}(-a+r\cos\gamma+\sqrt{-r^2+R^2\cos\gamma\sec\alpha} - \right. \\ &\quad \left. -\frac{1}{2}\sqrt{-4a(a-2r\cos\gamma)(1+\sec^2\alpha)+4(a-\cos\gamma(r+\sqrt{-r^2+R^2\sec\alpha}))^2}), \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{1+\sec^2\alpha}(-a+r\cos\gamma+\sqrt{-r^2+R^2\cos\gamma\sec\alpha} + \right. \\ &\quad \left. +\frac{1}{2}\sqrt{-4a(a-2r\cos\gamma)(1+\sec^2\alpha)+4(a-\cos\gamma(r+\sqrt{-r^2+R^2\sec\alpha}))^2}) \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Координати ξ, η, ζ , в системі координат x_{yz} виражаються залежностями, що зв'язують геометричні розміри диска та кути встановлення осі його обертання залежностями:

$$\zeta = a + \eta - r \cos \gamma + \cos^2 \gamma \sqrt{(\sec^2 \gamma (r^2 + 2\sqrt{-r^2 + R^2} \eta \sec \alpha \sec \gamma - \sec^2 \alpha (\xi^2 + \eta^2 \sec^2 \gamma))),}$$

$$\xi = -\cos \alpha \sqrt{\frac{(2ar \sec \gamma - 2r\zeta \sec \gamma + 2r\eta \sec \gamma + 2\sqrt{-(r-R)(r+R)} \eta \sec \alpha \sec \gamma - a^2 \sec^2 \gamma + 2a\zeta \sec^2 \gamma - \zeta^2 \sec^2 \gamma - 2a\eta \sec^2 \gamma + 2\zeta \eta \sec^2 \gamma - \eta^2 \sec^2 \alpha \sec^2 \gamma)^2 - \eta^2 \sec^2 \alpha \sec^2 \gamma}{-2a + 2\zeta + 2r \cos \gamma + 2\sqrt{-(r-R)(r+R)} \cos \gamma \sec \alpha + \sqrt{((2a - 2\zeta - 2r \cos \gamma - 2\sqrt{-(r-R)(r+R)} \cos \gamma \sec \alpha)^2 - 4(1 + \sec^2 \alpha)(a^2 - 2a\zeta + \zeta^2 - 2ar \cos \gamma + 2r\zeta \cos[\gamma] + \xi^2 \cos^2 \gamma \sec^2))}}$$

$$\eta = \frac{1}{2(1 + \sec^2 \alpha)} \left(\dots \right) \quad (10)$$

В залежностях (9),(10) величина a – глибина ходу робочого органу.

Отримані компоненти деформацій у відповідності до залежностей (9) при визначенні компонент деформацій на поверхні контакту диск-ґрунт, тобто при умові $(x - \xi) = 0; (y - \eta) = 0; (z - \zeta) = 0$. Крім того оскільки інтегрування навіть в такому випадку в загальному випадку не можливе в елементарних функціях через іраціональність аргументів функцій, що підлягають інтегруванню були розкладені в нормалізовані ряди Маклорена. Про розбіжність функцій у загальному вигляді та розкладених в ряд свідчать графіки на рис. 3.

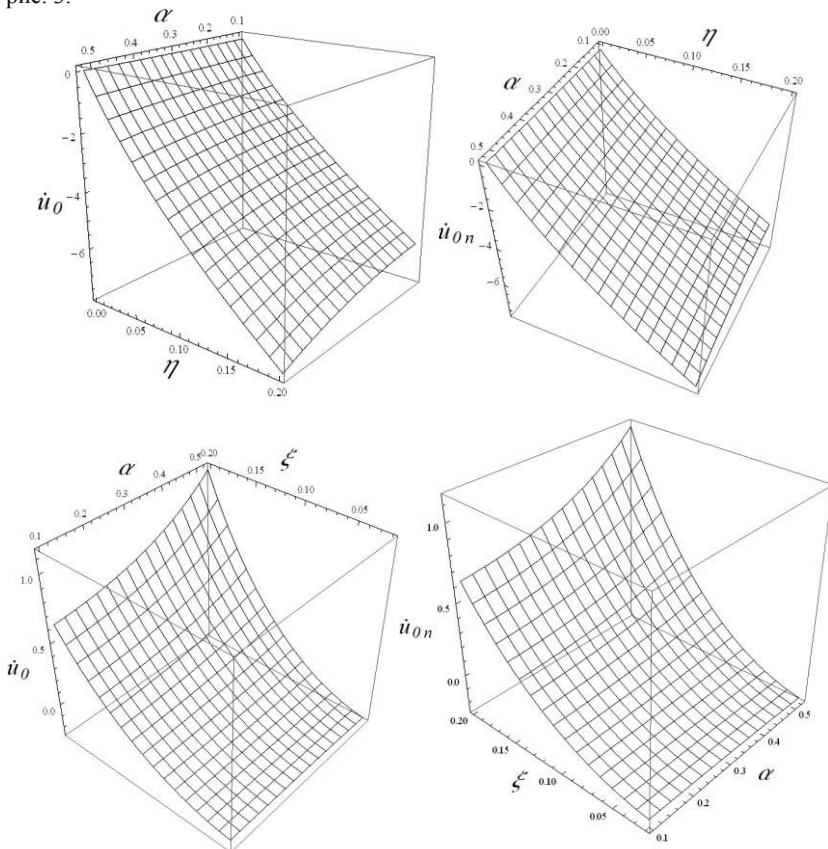


Рис. 3. Графіки залежності компоненти швидкості переміщень на поверхні контакту, що побудовані за залежностями (1) та за функціями (1), що розкладені в ряд Маклорена

В кінцевому вигляді функції деформацій після інтегрування мають вигляд:

$$\dot{\epsilon}_{x0} = \frac{U_m \zeta \eta \operatorname{seca} \left(-2a\delta + 2r \cos \gamma - 2A_s \cos^2 \gamma + \frac{A_s \zeta \cos \gamma}{-r + a \operatorname{seca} \gamma} \right) \operatorname{seca} \delta}{r(-1 + \delta)(\varrho^2)^{3/2}},$$

$$\dot{\epsilon}_{y0} = \frac{1}{(r(-1 + \delta)(\varrho^2)^{3/2}(1 + \operatorname{seca}^2 \alpha))} \times$$

$$\left(U_m \zeta \xi \cos^2 \gamma \operatorname{seca} \operatorname{seca} \delta \times \right. \\ \left. \times \left(\begin{array}{l} 2r \operatorname{seca} \gamma + 2R_r \operatorname{seca} \operatorname{seca} \gamma - 2a \operatorname{seca}[\gamma]^2 - \\ -2 \sqrt{\operatorname{Sec}[\gamma]^2 (a(1 + \operatorname{seca}^2 \alpha) \operatorname{seca} \gamma (2r - a \operatorname{seca} \gamma) + \\ + (r + R_r \operatorname{seca} \alpha - a \operatorname{seca} \gamma)^2)} + \\ + \zeta \left(\frac{\operatorname{seca} \operatorname{seca}^3 \gamma (R_r + \operatorname{seca}(-r + a \operatorname{seca} \gamma))}{\sqrt{\operatorname{seca}[\gamma]^2 (a(1 + \operatorname{seca}^2 \alpha) \operatorname{seca}[\gamma] (2r - a \operatorname{seca} \gamma) + (r + R_r \operatorname{seca} \alpha - a \operatorname{seca} \gamma)^2)}} \right) \right) \right) \right),$$

$$\dot{\epsilon}_{z01} = \frac{8U_m \zeta \eta \xi \sqrt{\varrho^2} \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha}{(1 + \cos^2 \alpha)}} \cos \delta}{r(-1 + \delta) \varrho^4 (1 + \cos 2\delta)}; \dot{\epsilon}_{z02} = -\frac{8U_m \zeta \eta \xi \sqrt{\varrho^2} \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha}{(1 + \cos^2 \alpha)}} \cos \delta}{r(-1 + \delta) \varrho^4 (1 + \cos 2\delta)},$$

$$\dot{\gamma}_{xy0} = \frac{1}{2r(\delta - 1)(\varrho^2)^{3/2}} U_m \zeta \operatorname{seca}(\alpha) \operatorname{Sec}(\delta) \\ (1 / (r - a \operatorname{Sec}(\gamma))^2 \eta (a(-2a^2 \delta \operatorname{seca}^2(\gamma) + 2ar(2\delta + 1) \operatorname{seca}(\gamma) + \\ + (\zeta - 2a) \sqrt{\operatorname{seca}^4(\gamma)(\alpha - r \cos(\gamma))^2} - 2r^2(\delta + 2)) + \\ + 2r \cos(\gamma) (\frac{1}{2}(4\alpha - \zeta) \sqrt{(\alpha - r \cos(\gamma))^2 \operatorname{seca}(\gamma)^4 + r^2} - 2Asr^2 \cos^2(\gamma)) + \\ + \frac{1}{\operatorname{seca}^2(\alpha) + 1} \xi \cos^2(\gamma) (\zeta (\operatorname{seca}^2(\gamma) - (\operatorname{seca}(\alpha) \operatorname{seca}^3(\gamma) (\operatorname{seca}(\alpha) (\alpha \operatorname{seca}(\gamma) - r) + R_r))) \div \\ \div (\sqrt{-\operatorname{seca}^2(\gamma) (\operatorname{seca}^2(\alpha) (\alpha^2 \operatorname{seca}^2(\gamma) - 2ar \operatorname{seca}(\gamma) + r^2 - R^2)} - \\ - 2R_r \operatorname{seca}(\alpha) \operatorname{seca}(\gamma) (r \cos(\gamma) - \alpha) - \\ - 2 \sqrt{-\operatorname{seca}^2(\gamma) (\operatorname{seca}^2(\alpha) (\alpha^2 \operatorname{seca}^2(\gamma) - 2ar \operatorname{seca}(\gamma) + r^2 - R^2)} - \\ - 2R_r \operatorname{seca}(\alpha) \operatorname{seca}(\gamma) (r \cos(\gamma) - \alpha) - r^2} \\ - 2a \operatorname{seca}^2(\gamma) + 2r \operatorname{seca}(\gamma) + 2R_r \operatorname{seca}(\alpha) \operatorname{seca}(\gamma))),$$

$$\dot{\gamma}_{xz0} = (U_m \zeta \eta \operatorname{seca}(\alpha) \operatorname{seca}(\delta) (\alpha(-2a^2 \delta \operatorname{seca}^2(\gamma) + 2ar(2\delta + 1) \operatorname{seca}(\gamma) + \\ + (\zeta - 2a) \sqrt{\operatorname{seca}^4(\gamma)(\alpha - r \cos(\gamma))^2} - \\ - 2r^2(\delta + 2) + 2r \cos(\gamma) (\frac{1}{2}(4\alpha - \zeta) \sqrt{\operatorname{seca}^4(\gamma)(\alpha - r \cos(\gamma))^2} + r^2) - \\ - 2A_s r^2 \cos^2(\gamma))) / (2r(\delta - 1)(\varrho^2)^{3/2} (r - a \operatorname{seca}(\gamma))^2),$$

(11)

$$\dot{\gamma}_{y=0} = (U_m \zeta \xi \sec(\alpha) \cos^2(\gamma) \sec(\delta)) \left(\zeta(\sec^2(\gamma) - \frac{\sec(\alpha) \sec^3(\gamma) (\sec(\alpha) (\alpha \sec(\gamma) - r) + R_R)}{\sqrt{-\sec^2(\gamma) (\sec^2(\alpha) (\alpha^2 \sec^2(\gamma) - 2r \sec(\gamma) + r^2 - R^2) - 2R_R \sec(\alpha) \sec(\gamma) (r \cos(\gamma) - \alpha) - r^2}} - 2 \frac{\sqrt{-\sec^2(\gamma) (\sec^2(\alpha) (\alpha^2 \sec^2(\gamma) - 2r \sec(\gamma) + r^2 - R^2) - 2R_R \sec(\alpha) \sec(\gamma) (r \cos(\gamma) - \alpha) - r^2}}{-2\alpha \sec^2(\gamma) + 2r \sec(\gamma) + 2R_R \sec(\alpha) \sec(\gamma)}) \right) \div (2r(\delta - 1)(\varrho^2)^{3/2} (\sec^2(\alpha) + 1))$$

Підстановка залежностей (11) у фізичні рівняння зв'язку напружень зі швидкостями деформацій дозволяє визначити компоненти напружень на поверхні контакту диск-ґрунт, а подальше інтегрування отриманих напружень по поверхні контакту у площинах перпендикулярних до відповідних осей координат дозволяє визначити компоненти сил, що виникають при переміщенні дискового робочого органу у ґрунті, тобто його реакцію на робочий орган (сили опору).

ВИСНОВОК

Розв'язання задач контактної взаємодії дискових робочих органів з ґрунтом дає змогу оцінити вплив конструктивних параметрів і режимів роботи, на якість процесу обробітку, а також оптимізувати їх, для зменшення опору переміщення диска і зменшення енергомісткості процесу обробітку ґрунту із дотриманням агротехнічних вимог.

ЛІТЕРАТУРА

1. Безухов И.Н. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: ВШ, 1968. – 512 с.
2. Безухов Н.И. Теория упругости и пластичности. – М.: Гостехтеориздат, 1953. – 420 с.
3. Бахтин П.У. Исследование физико-механических и технологических свойств основных типов почв СССР. – М.: Колос, 1969. – 329 с.
4. Ковбаса В.П., Войтюк Д.Г., Короткевич П.С., Мартишко В.М. Моделирование процесса взаимодействия рабочих органов сельскохозяйственных машин с грунтом // Научный вестник НАУ. – К, 1997. – Вып. 2. – С. 117–123.
5. Ковбаса В.П., Короткевич П.С. Дослідження процесу взаємодії робочих органів з ґрунтом // Збірник наукових праць НАУ, "Механізація с.г. виробництва". – К, 1998. – Т. 4. – С. 81–85.
6. Колесников Ю.В., Морозов Е.М. Механика контактного разрушения. – М.: Наука 1989. – 224 с.
7. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия : Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
8. Тищенко С.С. Проектирование культиваторного корпуса плуга на основе обобщенной геометрической модели адаптивной поверхности / С.С. Тищенко // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. – Мелітополь, 2003. – Вып. 10. – С. 123–128.
9. Дубровін В.О. Фізичні рівняння формалізації ґрунту / В.О. Дубровін, В.П. Ковбаса // Научный вестник Национального аграрного университета. – К., 2003. – Вып. 60. – С. 172–176.
10. Пилипака С.Ф. Конструирование винтовых поверхностей из торсов одинакового сечения / С.Ф. Пилипака // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1987. – Вып. 43. – С. 39–41.

DEFINITION OF KINEMATIC PARAMETERS OF MOVEMENT OF SOIL UNDER INFLUENCE OF DISK

Summary. The problem of the distribution of the components of strain, displacement and stress in the soil under the action of the working body of the disk. The resulting force components exerted by soil on the surface of the disc, and depending on connection speed component displacements of points on the surface of contact, depending on the parameters and operating modes of the disk of the working body.

Key words: contact area, components of strain, components of displacements, components of stresses, disk working body.