

MAŁGORZATA DUDZIŃSKA

Ocena dokładności wzoru Tramplera na miąższość drzewa dla drzewostanów bukowych

Accuracy assessment of Trampler tree volume equation
for beech stands

Abstract. The paper deals with the beech tree volume accuracy assessment using Trampler equations, which are currently used in forest planning to determine stand volume. Big errors can be made while calculating the volume of individual trees using the equations under assessment. The assessment accuracy of tree volume calculation using both equations is higher for the mountain than for the lowland stands. The equation developed to determine the volume of trees older than 80 years was more accurate than the equation for younger trees.

Key words: beech, accuracy, merchantable volume, Trampler tables

Wstęp

W latach 1973 i 1974 Trampler opublikował tablice miąższości opierające się na wzorze:

$$\log v = a + b \log d + c \log h \quad [1]$$

gdzie:

- | | |
|-----------|--------------------------|
| v | – miąższość drzewa, |
| d | – pierśnica drzewa, |
| h | – wysokość drzewa, |
| a, b, c | – współczynniki równania |

Do wyznaczenia współczynników równania Trampler wykorzystał dane zawarte w tablicach miąższości opracowanych przez Czuraję, Radwańskiego i Strzemeskiego (1960). Zastosowane przez Tramplera wzory są obecnie używane w praktyce urządzania lasu, do określania miąższości drzewostanu. Stosuje się je w przypadku, kiedy wykonany jest pomiar pierśnic na powierzchniach próbnych.

Dotychczas nie wykonano oceny dokładności określania miąższości buków przy zastosowaniu wzoru [1]. Praca niniejsza ma w pewnym stopniu wypełnić tę lukę. Ocena będzie dotyczyła zarówno buka górskiego jak i nizinnego.

Materiał i metodyka badań

Badania przeprowadzono na materiale empirycznym pochodzącym ze 133 powierzchni próbnych. Drzewostany położone były w północnej, środkowej oraz południowej części Polski, na terenie nadleśnictw: Gryfino, Kartuzy, Sławno, Brzeziny, Stuposiany, Dynów i Sucha-Beskidzka. Buki pochodzące z północnej i środkowej części kraju nazywane będą na potrzeby pracy bukiem nizinnym, a z części południowej bukiem górskim.

Z obrzeży każdej powierzchni wybrano i ścięto po 2 lub 10 drzew próbnych. Na drzewach tych przeprowadzono pomiary służące określeniu miąższości z zastosowaniem wzoru sekcyjnego środkowego przekroju:

$$v_{rz} = l_s \cdot (g_{s1} + g_{s2} + \dots + g_{sn-1} + g_{sn}) + v_a \quad [2]$$

gdzie:

- l_s – długość sekcji (2 m),
- $g_{s1}, g_{s2}, g_{sn-1}, g_{sn}$ – powierzchnia przekroju w środkach poszczególnych sekcji,
- v_a – miąższość niepełnej, ostatniej sekcji.

Następnie miąższość drzew próbnych określono za pomocą wzoru zaproponowanego przez Tramplera:

- dla drzew o wieku niższym lub równym 80 lat (1973)

$$\log v = -4,8462 + 2,2759 \log d + 1,0356 \log h \quad [3]$$

- dla drzew o wieku wyższym niż 80 lat (1970)

$$\log v = -4,6894 + 2,1230 \log d + 1,0595 \log h \quad [4]$$

W stosunku do miąższości rzeczywistej [2] obliczono dla każdego drzewa błąd procentowy wtórny:

$$p = \frac{v - v_{rz}}{v_{rz}} \cdot 100$$

gdzie:

- v – miąższość drzewa określona wzorem [3] lub [4],
- v_{rz} – miąższość drzewa określona wzorem sekcyjnym.

Z otrzymanych wyników, uwzględniając podział ze względu na wiek i położenie drzewostanów, obliczono średnią arytmetyczną błędów procentowych:

$$\bar{p} = \frac{1}{n} \sum p_i$$

oraz odchylenie standardowe tych błędów:

$$\delta_p = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum p_i^2 - \frac{1}{n} (\sum p_i)^2 \right]}$$

Wyniki

Dokładność wzoru dla buków o wieku niższym lub równym 80 lat

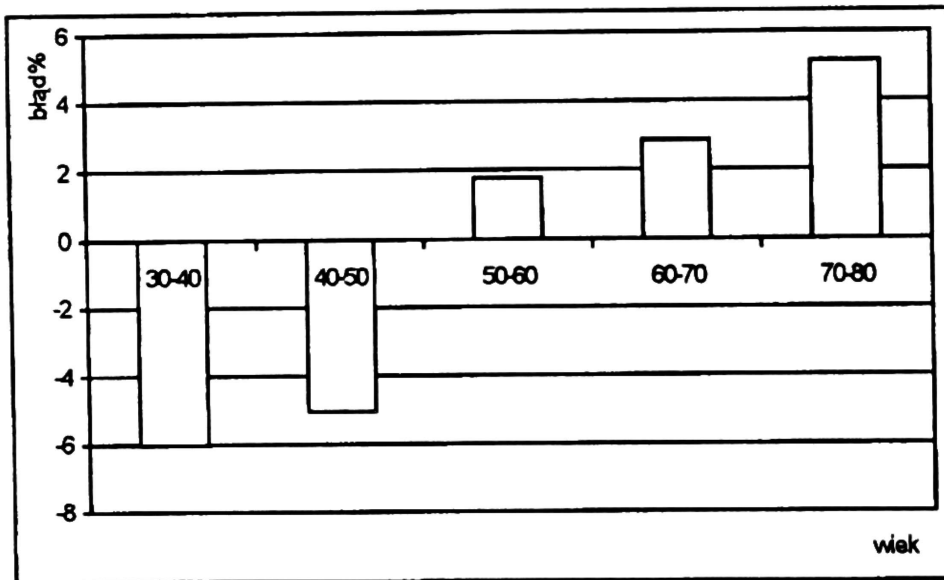
Wzór [3] stosowany do obliczania miąższości drzew o wieku niższym od 80 lat, daje w przeważającej liczbie błędy dodatnie. Wystąpiły one u 55% drzew (tab. 1). Średnia arytmetyczna błędów procentowych jest równa +2,3%. Oznacza to, że wzór obarczony jest systematycznym błędem dodatnim. Dużą wartością charakteryzuje się odchylenie standardowe błędów procentowych, które wynosi $\pm 15,4\%$. Zakres wahań błędów procentowych jest bardzo szeroki, bo wynosi od -43 do +196%. Najwięcej drzew znajduje się w przedziałach od -5 do 0% (15,8% drzew) i od 0 do +5% (15,6% drzew).

Ponieważ dysponowano materiałem empirycznym z terenów nizinnych i górskich Polski, dla obu pochodzeń buka przeprowadzono oddzielną ocenę dokładności wzoru Tramplera.

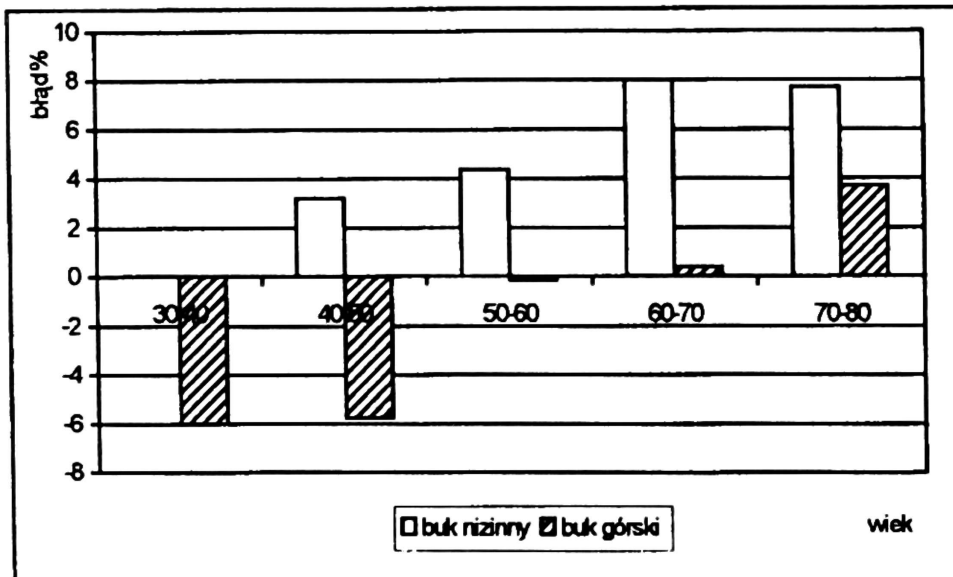
Badając dokładność wzoru [3] w drzewostanach buka nizinnego otrzymano u 73,4% drzew błędy dodatnie (tab. 1). Średnia arytmetyczna błędów wyniosła +7,0%. Odchylenie standardowe przyjęło wartość $\pm 11,7\%$. Skrajne wartości błędów wynosiły -32,0 i +39,9%. Rozkład błędów wykazuje asymetrię dodatnią, a 53,2% drzew znajduje się w przedziale błędów od 0 do +15%.

TABELA 1
Rozkład błędów procentowych dla buków o wieku do 80 lat

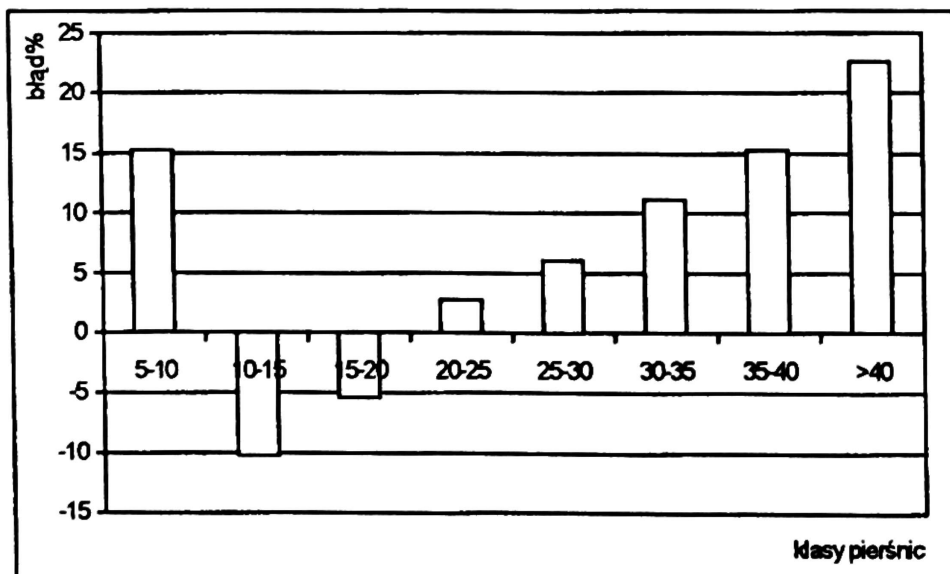
Przedział błędów	Cały materiał		Buk nizinny		Buk górski	
	liczba drzew	% drzew	liczba drzew	% drzew	liczba drzew	% drzew
>-20	12	2,6	1	0,7	11	3,5
-20 – -15	19	4,2	3	2,2	16	5,0
-15 – -10	44	9,6	5	3,6	39	12,3
-10 – -5	60	13,2	6	4,3	54	17,0
-5 – 0	72	15,8	22	15,8	50	15,8
0 – 5	71	15,6	19	13,7	52	16,4
5 – 10	68	14,9	32	23,0	36	11,4
10 – 15	51	11,2	23	16,5	28	8,8
15 – 20	17	3,7	7	5,0	10	3,2
20 – 25	21	4,6	11	7,9	10	3,2
25 – 30	12	2,6	4	2,9	8	2,5
>30	9	2,0	6	4,3	3	0,9



RYC. 1. Średnie wartości błędów procentowych dla klas wieku – cały materiał badawczy



RYC. 2. Średnie wartości błędów procentowych dla klas wieku – z uwzględnieniem pochodzenia drzew



RYC. 3. Średnie wartości błędów procentowych dla klas pierśnic – cały materiał badawczy

Dla buka górskiego wzór [3] daje przewagę błędów ujemnych (53,6% drzew) (tab. 1). Wartość średnia jest jednak dodatnia (+0,2%), co świadczy o większych bezwzględnych wartościach błędów dodatnich. Odchylenie standardowe jest bardzo duże i wynosi $\pm 16,3\%$. Zakres wahań błędów jest także bardzo duży i pokrywa się z zakresem dla całego materiału empirycznego (od -43 do +196%). W przedziale błędów od 0 do +15% znajduje się 45,1% drzew.

W celu pełniejszej analizy dokładności wzoru [3] uwzględniono w badaniach podział drzew na klasy wieku, klasy pierśnic i klasy wysokości drzew. Dla każdej z klas obliczono średnią arytmetyczną błędów procentowych.

Wartości błędów dla klas wieku układają się w pewną prawidłowość (ryc. 1). Dla drzew najmłodszych wartość średnia błędów jest ujemna, dla drzew starszych błędy maleją, a po zmianie znaku na dodatni rosną.

Na podstawie oddzielnie przeprowadzonej analizy dla buka nizinnego otrzymano w klasach wieku jedynie błędy dodatnie (ryc. 2). Zastosowanie omawianego wzoru do określania miąższości dla buka górskiego powoduje wystąpienie błędów ujemnych dla drzew młodych i dodatnich dla starych.

Zbadano również korelację między wartością błędów oznaczania miąższości i wiekiem drzew. Współczynnik korelacji dla buka nizinnego wyniósł $r = 0,087$ i nie różni się on istotnie od zera, a dla buka górskiego $r = 0,199$ i różni się istotnie od zera, jednak moc tego związku jest słaba.

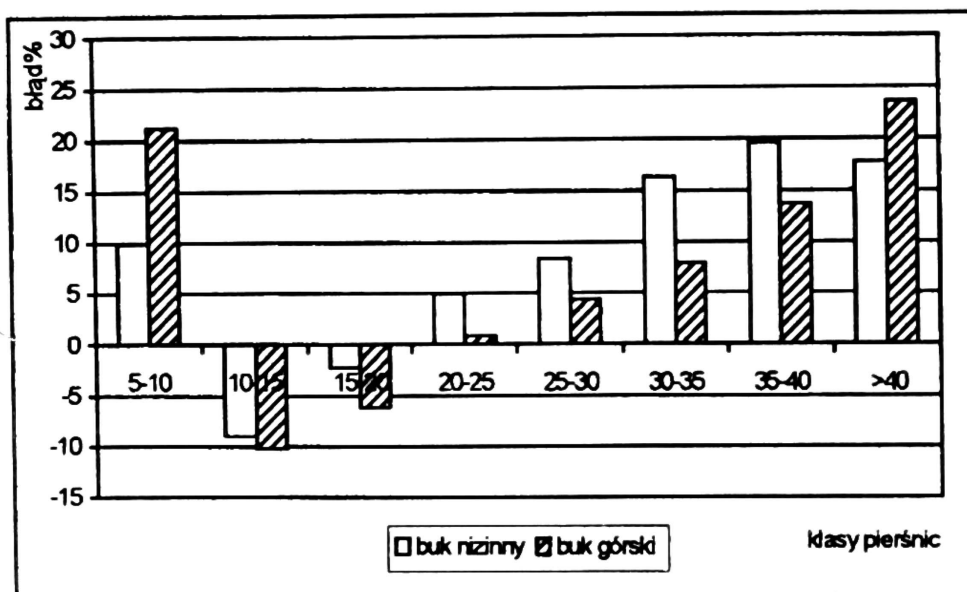
W klasach pierśnic błędy określania miąższości w przeważającej liczbie przyjmują wartości dodatnie (ryc. 3). W większości tych klas średnia arytmetyczna błędów przekroczyła wartość 10%.

Przy oddzielnym rozpatrzeniu buka nizinnego i buka górskiego stwierdzono, że układ błędów dodatnich i ujemnych w klasach pierśnic, pozostał taki sam jak dla całości materiału (ryc. 4). W niskich klasach (5-20 cm) większe błędy zanotowano u buka górskiego. U drzew o pierśnicy powyżej 20 cm większe błędy wystąpiły w buczynach nizinnych. Po przeanalizowaniu zależności błędów od pierśnicy drzew dla buka nizinnego i górskiego, stwierdzono istotne związki pomiędzy badanymi cechami. Współczynniki korelacji wyniosły odpowiednio $r = 0,597$ i $r = 0,398$.

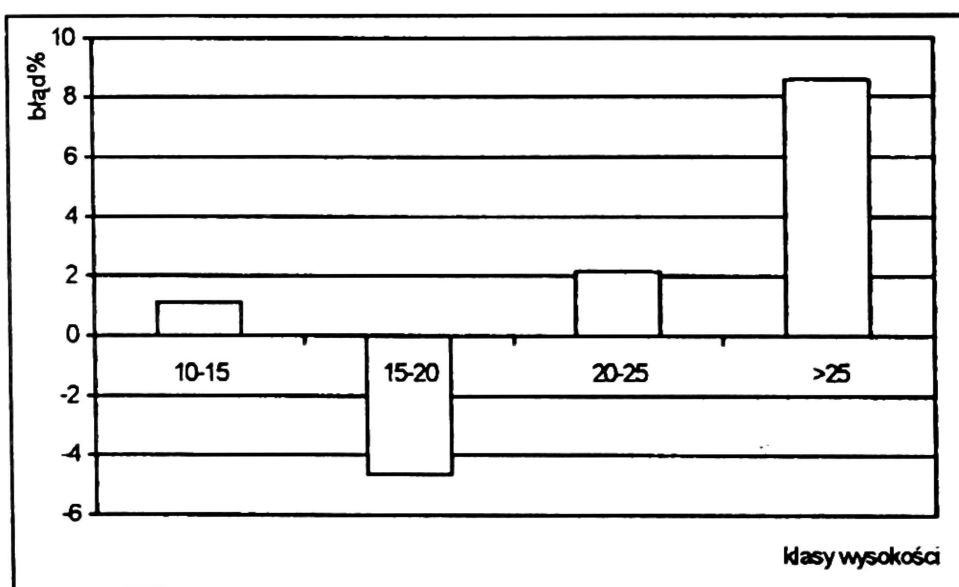
Badając wartości błędów w klasach wysokości stwierdzono przewagę występowania błędów dodatnich (ryc. 5). W klasie drzew najniższych średnie arytmetyczne błędów przekroczyły wartość 8%.

Rozpatrując badany materiał oddzielnie, z podziałem na buki nizinne i górskie, stwierdzono zgodność występowania błędów dodatnich i ujemnych, w poszczególnych klasach, dla obu pochodzeń i dla całego materiału (ryc. 6). Różnice występują dopiero w wielkościach średnich arytmetycznych błędów. Większe błędy otrzymano w drzewostanach buka nizinnego. Jedynie w klasie wysokości 15-20 m zanotowano większe błędy u buka górskiego.

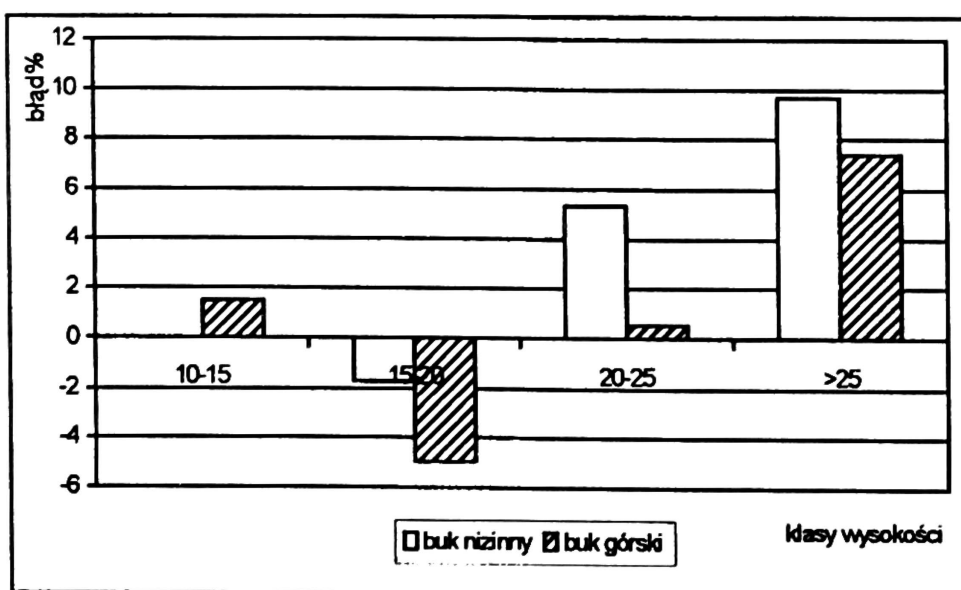
Otrzymano słabą korelację błędów miąższości od wysokości drzew. Współczynnik korelacji wyniósł $r = 0,371$ (buk nizinny), $r = 0,233$ (buk górski). Oba współczynniki korelacji istotnie różnią się od zera przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$.



RYC. 4. Średnie wartości błędów procentowych dla klas pierśnic – z uwzględnieniem pochodzenia drzew



RYC. 5. Średnie wartości błędów procentowych dla klas wysokości – cały materiał badawczy



RYC. 6. Średnie wartości błędów procentowych dla klas wysokości – z uwzględnieniem pochodzenia drzew

Dokładność wzoru dla buków o wieku powyżej 80 lat

Określając miąższość drzew ponad 80-letnich wzorem [4], otrzymano nieznaczną przewagę błędów ujemnych, bowiem ich udział wynosi 50,6% (tab. 2). Średnia arytmetyczna błędów procentowych wynosi +0,4%, a więc jej wartość jest mała i dodatnia. Odchylenie standardowe błędów procentowych wynosi $\pm 9,0\%$, a zakres wahań tych błędów od -26,5 do +38,2%. Największa liczba drzew (44,2%) wystąpiła w przedziale od -5 do +5%.

Ocenę dokładności wzoru [4] przeprowadzono również z podziałem drzew na buka nizinnego i górskiego. Dla buka nizinnego otrzymano w 58,8% przypadków dodatnie wartości błędów (tab. 2). Średnia arytmetyczna wynosi +2,6%, a odchylenie standardowe $\pm 8,7\%$. Zakres wahań błędów wynosi od -19,2 do +36,8%. Największy udział drzew wynoszący 46,6%, znajduje się w przedziale błędów od -5 do +5%.

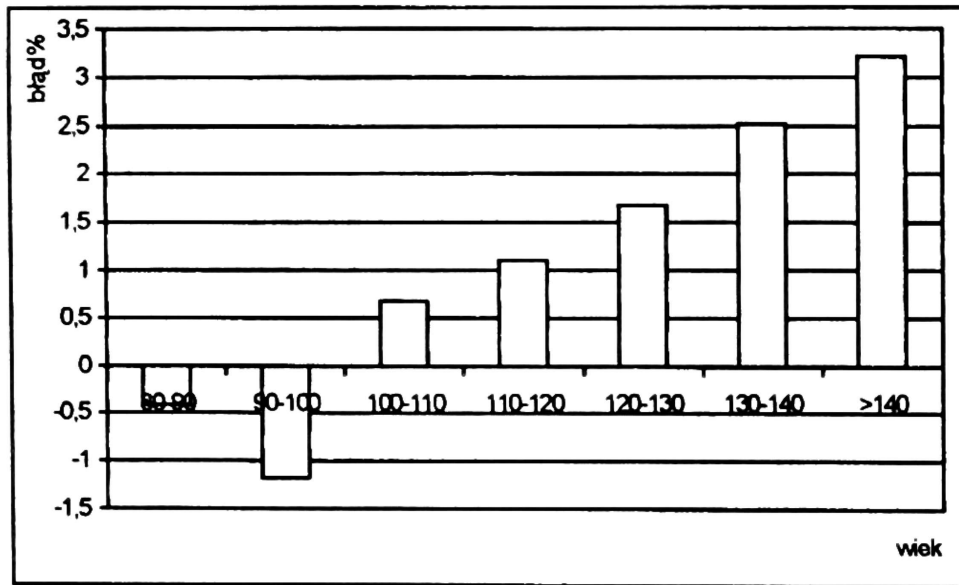
Dla buka górskiego stwierdzono przewagę błędów ujemnych wynoszącą 61,1% (tab. 2). Średnia arytmetyczna błędów określania miąższości jest ujemna i wynosi -2,0%, a odchylenie standardowe $\pm 8,8\%$. Otrzymana struktura błędów świadczy o wystąpieniu systematycznych błędów ujemnych. Zakres wahań błędów jest większy niż u buka nizinnego, bo wynosi od -26,5 do +38,2%. U 46,5% drzew stwierdzono błędy z przedziału od -10 do 0%.

Analizując związek średnich arytmetycznych błędów z wiekiem drzew, stwierdzono podobne powiązania jak u drzew młodszych. W najniższych klasach wieku występują błędy ujemne, a w klasach wyższych dodatnie (ryc. 7).

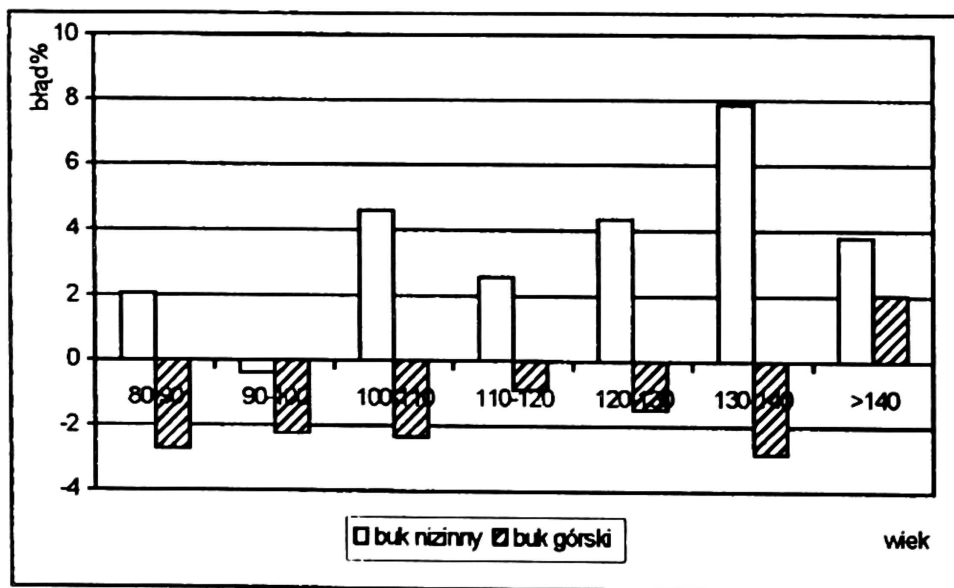
Zupełnie inaczej kształtują się wartości błędów procentowych dla klas wieku jeżeli przeanalizujemy je oddzielnie dla buka nizinnego i górskiego (ryc. 8). U buka nizinnego przeważają błędy dodatnie, a największa wartość średnia wynosi +8%. U buka górskiego

TABELA 2
Rozkład błędów procentowych dla buków w wieku ponad 80 lat

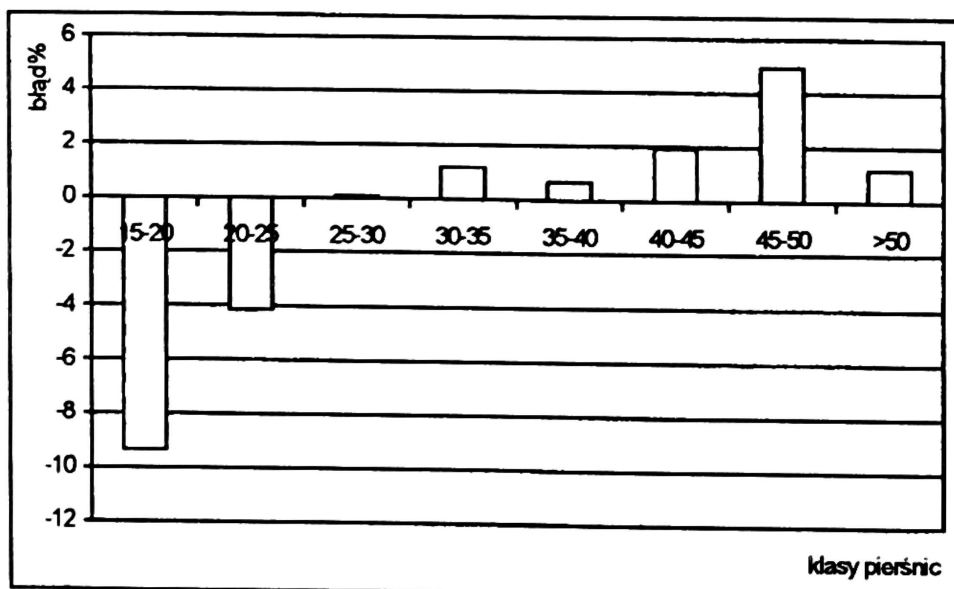
Przedział błędów	Cały materiał		Buk nizinny		Buk górski	
	liczba drzew	% drzew	liczba drzew	% drzew	liczba drzew	% drzew
>-20	1	0,2	-	-	1	0,4
-20 – -15	10	2,0	1	0,4	9	3,8
-15 – -10	38	7,7	14	5,3	24	10,3
-10 – -5	92	18,5	32	12,2	60	25,6
-5 – 0	110	22,2	61	23,3	49	20,9
0 – 5	109	22,0	61	23,3	48	20,5
5 – 10	67	13,5	43	16,4	24	10,3
10 – 15	39	7,9	28	10,7	11	4,7
15 – 20	18	3,6	14	5,3	4	1,7
20 – 25	7	1,4	5	1,9	2	0,9
>25	5	1,0	3	1,1	2	0,9



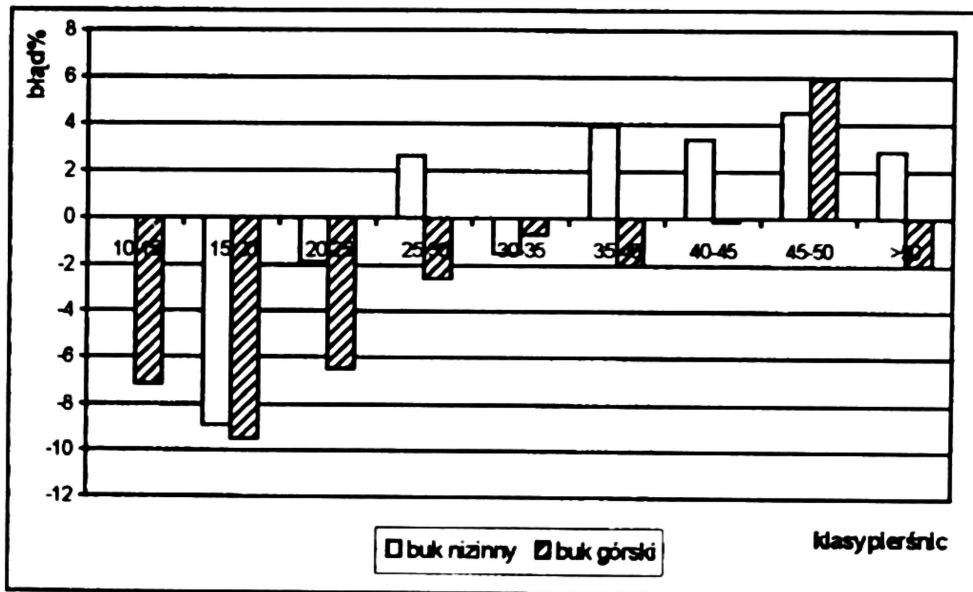
RYC. 7. Średnie wartości błędów procentowych dla klas wieku – cały materiał badawczy



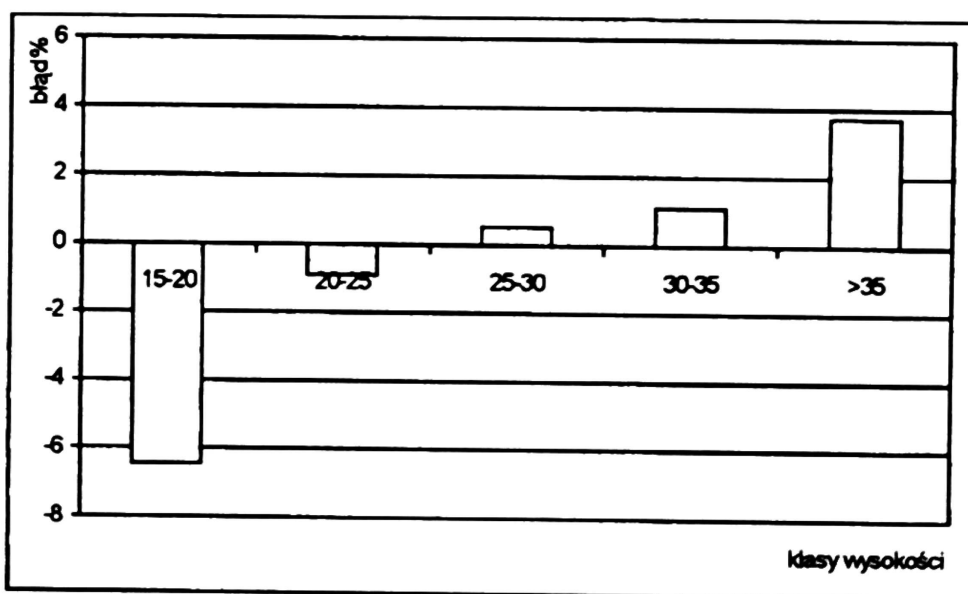
RYC. 8. Średnie wartości błędów procentowych dla klas wieku – z uwzględnieniem pochodzenia drzew



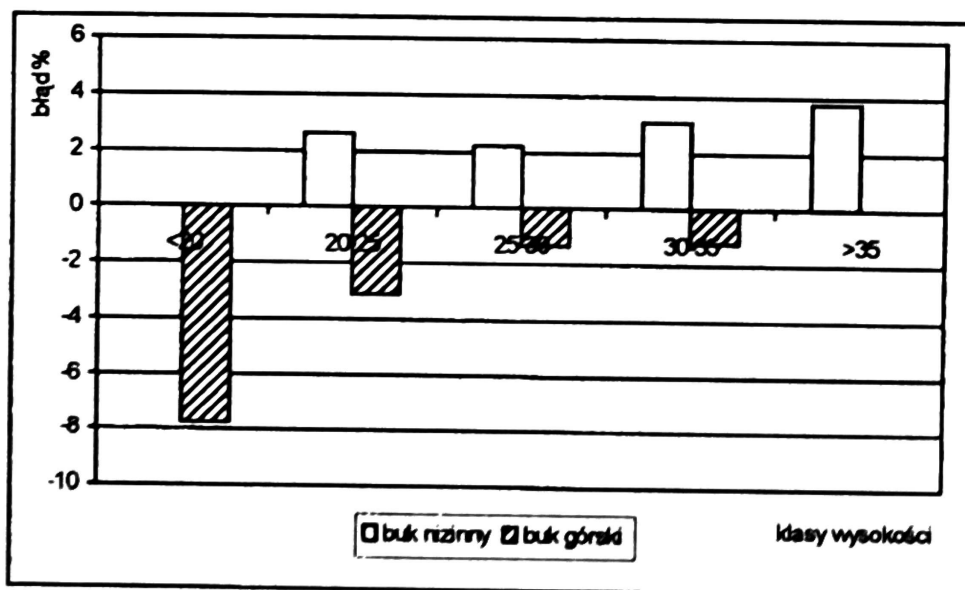
RYC. 9. Średnie wartości błędów procentowych dla klas pierśnic – cały materiał badawczy



RYC. 10. Średnie wartości błędów procentowych dla klas pierśnic – z uwzględnieniem pochodzenia drzew



RYC. 11. Średnie wartości błędów procentowych dla klas wysokości – cały materiał badawczy



RYC. 12. Średnie wartości błędów procentowych dla klas wysokości – z uwzględnieniem pochodzenia drzew

natomiast występują przeważnie błędy ujemne dochodzące do wartości -3%. Związek między wielkością błędu procentowego a wiekiem drzew, zbadany zarówno dla buka nizinnego jak i górskiego, okazał się nieistotny.

Analizę dokładności wzoru [4] wykonano również dla klas pierśnic (ryc. 9). Niskie klasy pierśnic charakteryzują się ujemnymi wartościami błędów, wyższe natomiast dodatnimi. Błędy wahają się od około -9 do +5%.

Osobne rozpatrzenie buka nizinnego i górskiego wykazało zauważoną już poprzednio tendencję do występowania błędów ujemnych u buka górskiego i dodatnich u buka nizinnego (ryc. 10). Największe błędy dochodzące do około -10% wystąpiły dla drzew cienkich.

Stwierdzono słaby związek między wielkością błędów i pierśnicą drzew. Zarówno w drzewostanach buka nizinnego ($r = 0,202$) jak i górskiego ($r = 0,262$) otrzymane współczynniki korelacji istotnie różnią się od zera przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$.

Badając układ błędów w zależności od wysokości drzew stwierdzono, że błędy przyjmują największe wartości w skrajnych klasach wysokości (ryc. 11). W klasie 15-20 m średnia arytmetyczna błędów osiąga wartość -6,5%, a w klasie >35 m +3,7%. W pozostałych klasach błędy kształtują się na poziomie $\pm 0,9\%$.

Po rozbiciu materiału na frakcję buków nizinnych i górskich okazało się, że u buka nizinnego występują jedynie błędy dodatnie (dochodzące do +4% w klasie >35 m), a u buka górskiego ujemne (ok. -8% w klasie <20 m) (ryc. 12).

Nie zaobserwowano wyraźnej zależności błędów określania miąższości od wysokości drzew. Współczynniki korelacji dla drzewostanów nizinnych i górskich wyniosły odpowiednio $r = 0,044$ (korelacja nieistotna przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$), i $r = 0,223$ (korelacja istotna przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$).

Jak wynika z pracy, określając miąższość buków wzorami opracowanymi przez Tramplerę, należy spodziewać się dla drzew pochodzących z drzewostanów nizinnych wystąpienia częściej błędów dodatnich, a dla drzew z drzewostanów górskich błędów ujemnych. Istnieje potrzeba opracowania nowych wzorów na miąższość drzew, które nie byłyby obarczone błędami systematycznymi.

Podsumowanie i wnioski

Dokładność wzoru dla buków o wieku równym lub mniejszym od 80 lat

- Błędy określania miąższości wzorem opracowanym przez Tramplerę dla drzew o wieku równym lub niższym od 80 lat, przyjmują wartości od -43 do +196%. W większości przypadków są to błędy dodatnie (55 %). Średnia arytmetyczna błędów wynosi +2,3%, a odchylenie standardowe $\pm 15,4\%$.
- W drzewostanach buka nizinnego błędy określania miąższości drzew wahają się od -32,0 do +39,9%. W 73,4% przypadków są to błędy dodatnie. Średnia arytmetyczna błędów wynosi +7,0%, a odchylenie standardowe błędów $\pm 11,7\%$.

- W drzewostanach buka górskiego zakres błędów określania miąższości drzew wynosi od -43,0 do +196%. Odwrotnie niż u buka nizinnego, w przeważającej liczbie przypadków są to błędy ujemne (53,6%). Średnia arytmetyczna błędów jest jednak dodatnia i wynosi +0,2%, a odchylenie standardowe $\pm 16,3\%$.
- Wyznaczając wzorem Tramplera miąższość buków nizinnych dla określonych klas wieku popełnia się systematyczne błędy dodatnie. Dla buka górskiego, do wieku 60 lat, otrzymano błędy ujemne, a powyżej tego wieku błędy dodatnie.
- Średnie wartości błędów określania miąższości w klasach pierśnic, zarówno dla buków nizinnych jak i górskich, przyjmują wartości ujemne w niskich klasach i dodatnie w klasach wysokich (>20 cm).
- Przy określaniu miąższości drzew wzorem Tramplera, u buka nizinnego i górskiego w większości klas wysokości można spodziewać się błędów dodatnich.

Dokładność wzoru dla buków o wieku powyżej 80 lat

- Dla drzew o wieku powyżej 80 lat błędy określania miąższości wzorem opracowanym przez Tramplera, wahają się od -26,5 do +38,2%. Średnia arytmetyczna błędów wynosi +0,4%, a odchylenie standardowe $\pm 9,0\%$.
- Wartości błędów oznaczania miąższości dla buka nizinnego przyjmują wielkości od -9,2 do +36,8%. W 58,8% przypadków są to błędy dodatnie. Średnia arytmetyczna błędów wynosi +2,6%, a odchylenie standardowe $\pm 8,7\%$.
- W drzewostanach buka górskiego zakres wahań błędów wyznaczania miąższości za pomocą wzoru Tramplera wynosi od -26,5 do +38,2%. W większości są to błędy ujemne (61,1% drzew). Wartość średniej arytmetycznej błędów wynosi -2,0%, a odchylenia standardowego $\pm 8,8\%$.
- W klasach wieku i wysokości utrzymuje się wyraźny podział na błędy dodatnie i ujemne w zależności od pochodzenia drzew. Średnie arytmetyczne błędów dla buka nizinnego prawie we wszystkich klasach są dodatnie, a dla buka górskiego ujemne.
- Średnie arytmetyczne błędów w klasach pierśnic dla buków pochodzenia nizinnego dla niskich klas (do 35 cm) są na ogół ujemne, a dla wyższych dodatnie. Dla drzew pochodzenia górskiego błędy prawie dla wszystkich klas przyjmują wartości ujemne – większe dla niskich klas pierśnic.
- Określając miąższość buków wzorami opracowanymi przez Tramplera, należy spodziewać się dla drzew pochodzących z drzewostanów nizinnych wystąpienia częściej błędów dodatnich, a dla drzew z drzewostanów górskich błędów ujemnych. Istnieje potrzeba opracowania nowych wzorów na miąższość drzew, które nie byłyby obciążone błędami systematycznymi.

Literatura

- Czuraj M., Radwański B., Strzemeski S.. Tablice miąższości drzew stojących. Warszawa: PWRiL 1960
- Trampler T., Stanecki M., Gil J.. Opracowanie drzewostanowych tablic miąższości dla sosny, świerka, jodły, dębu i buka. Warszawa: Dokumentacja IBL 1970.
- Trampler T. Drzewostanowe tablice miąższości dla sosny, świerka, jodły, buka, dębu, grabu, brzozy i olszy w układzie 2 cm stopni grubości. Warszawa: Dokumentacja IBL 1973a.
- Trampler T.: Drzewostanowe tablice miąższości dla sosny, świerka, jodły, buka i dębu. Warszawa: PWRiL 1973
- Trampler T. Drzewostanowe tablice miąższości dla sosny, świerka, jodły, buka, dębu, grabu, brzozy i olszy w układzie 2 cm stopni grubości. Warszawa.: PWRiL 1974.

*Zakład Urządzania i Monitoringu Lasu
Instytut Badawczy Leśnictwa
ul. Bitwy Warszawskiej 1920 r. nr 3, 00-973 Warszawa
e-mail: M.Dudzinska@ibles.waw.pl*

Summary

Accuracy assessment of Trampler tree volume equation for beech stands

The paper concentrated on the accuracy assessment of beech volume using Trampler equations, for:

- trees at the age of 80 years or younger

$$\log v = -4,8462 + 2.2759 \log d + 1.0356 \log h$$

- trees older than 80 years

$$\log v = -4.6894 + 2.1230 \log d + 1.0595 \log h$$

where:

- v – tree volume,
- d – dbh,
- h – height,
- $a, b, c,$ – equation coefficients.

These equations are currently used in forest planning to determine stand volume. They are used when dbh measurements are performed on sample plots.

The material for the study was collected from 133 sample plots located in northern, central and southern Poland.

Tree age and stand origin (lowland, mountain) was taken into consideration in the assessment of the equations. The obtained results indicated that:

- Big errors can be made in calculating volume of individual trees. For the equation for trees below 81 years in the beech stands under studies the errors oscillated between -43.0% and +196.0%, and for the equation for older trees – between -26.5% and +38.2%.

- ❑ The equation for trees older than 80 years was more accurate than the equation for younger trees. The mean arithmetic and standard deviation of errors for older trees equalled +0.4% and $\pm 9.0\%$ while for younger trees they equalled +2.3% and $\pm 15.4\%$.
- ❑ The accuracy of tree volume calculation using both equations was higher for the mountain stands than for the lowland stands. The mean arithmetic and standard deviation of errors for the mountain beech younger than 81 years equalled +0.2% and $\pm 16.3\%$ while for mountain beech older than 80 years they were -2.0% and $\pm 8.8\%$. The same measures for the lowland beech equalled +7.0% and $\pm 11.7\%$ for younger beeches and +2.6% and 8.7% for older beeches.
- ❑ The differences in the accuracy of Trampler tables for the lowland and mountain beech can indicate that the proposed empirical equations to determine the mean values of the dbh form factors for a stand, as well as the equations to determine the form factors of individual trees should be developed taking into consideration the two categories of mountain and lowland stands.