

LECH WRÓBLEWSKI, MICHAŁ ZASADA

## Wzory do określania miąższości grubizny dla modrzewia, osiki, grabu, topoli i lipy

Volume equations for larch, aspen, hornbeam, poplar and lime

**Abstract.** The paper contains the equations for estimating the merchantable timber of a tree developed on the basis of volume tables of different authors used in Poland. They should be considered as temporary equations that refer to less common species lacking detailed tree dimensional data. These equations well express the volume tables on the basis of which they were developed and facilitate their broad use in computing techniques.

**Key words:** larch, aspen, hornbeam, poplar, lime, merchantable timber, volume

### Wstęp

**W** Zakładzie Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu SGGW przy współpracy z Zakładem Urządzania Lasu IBL opracowano wzory empiryczne służące do określania wysokości i pierśnicowej liczby kształtu grubizny dla ważniejszych gatunków drzew. Wzory te oparto na obszernym materiale empirycznym zebrany w różnych regionach Polski (Bruchwald i inni 2000). W planach tych jednostek jest dalsze zbieranie materiałów i opracowywanie wzorów dla innych gatunków oraz doskonalenie istniejących. Zbieranie materiałów empirycznych jest niezwykle pracochłonne i kosztowne. Ze względu na niedostateczne środki przeznaczane na badania nad mniej rozpowszechnionymi w Polsce gatunkami potrwają one zapewne jeszcze wiele lat. Uzasadnione jest zatem, dla bieżących celów praktycznych, opracowywanie wzorów tymczasowych, np. przy wykorzystaniu istniejących tablic miąższości. Takie tymczasowe wzory przedstawiane w formie wzorów do określania grubizny drzewa dla olszy, brzozy, osiki i grabu opracował Siekierski. Zostały one zastosowane w praktyce w programie ACER, wspomagającym planowanie w szacunkach brakarskich. (Siekierski 1992). Są to wzory o ogólnej postaci:

$$V = e^{a+b+c}$$

gdzie:

- $V$  – miąższość grubizny drzewa,
- $e$  – podstawa logarytmów naturalnych,
- $a, b, c$  – współczynniki równania.

Współczynniki te wyznaczone są z równań na podstawie pierśnicy i wysokości.

## Wyniki badań

Do opracowania tymczasowych wzorów empirycznych dla poszczególnych gatunków drzew wykorzystano tablice miąższości opracowane przez różnych autorów. Wymagało to zakodowania danych tablicowych oraz poszukiwania funkcji aproksymujących. Do tego celu wykorzystano program komputerowy STATGRAPHICS Plus wersja 4.0. Zastosowano inny niż u Siekierskiego sposób wyrównania danych tablicowych. Dla określonych tablic miąższości istnieje praktycznie funkcyjny związek miąższości grubizny ( $V$ ) z wysokością drzewa przy stałej pierśnicy. Współczynniki korelacji są bardzo bliskie jedności a ich nieznaczne odbieganie od jedności spowodowane jest zaokrągleniami wyników w tablicach. Współczynniki określonego typu równania wyrównywano następnie zależnie od pierśnicy. Tym sposobem zbudowano wzory dla pięciu wymienionych w tytule gatunków w tym dwóch: grabu i osiki zawartych w opracowaniu Siekierskiego (Siekierski 1992).

Do opracowania tymczasowego wzoru pozwalającego określać miąższość grubizny mdrzewia wykorzystano tablice Schiffla w opracowaniu Czuraja (1991).

Związek miąższości grubizny drzewa z wysokością przy stałej pierśnicy dla tych tablic dobrze przedstawia równanie potęgowe o ogólnej postaci:

$$V = a \cdot h^b$$

gdzie:

$V$  – miąższość grubizny drzewa w  $m^3$ ,

$a$  i  $b$  – współczynniki równania,

$h$  – wysokość drzewa w m.

Wartości współczynników korelacji tego związku dla pierśnic większych od 14 cm są bardzo bliskie jedności. Dla mniejszych pierśnic obniżają się tylko do około 0,96. Współczynniki  $a$  i  $b$  tego równania są silnie związane z pierśnicą. Współczynnik  $a$  wyrównano do prostej:

$$a = -0,00202663 + 0,000351243 \cdot d$$

gdzie:

$d$  – pierśnica drzewa w korze w cm.

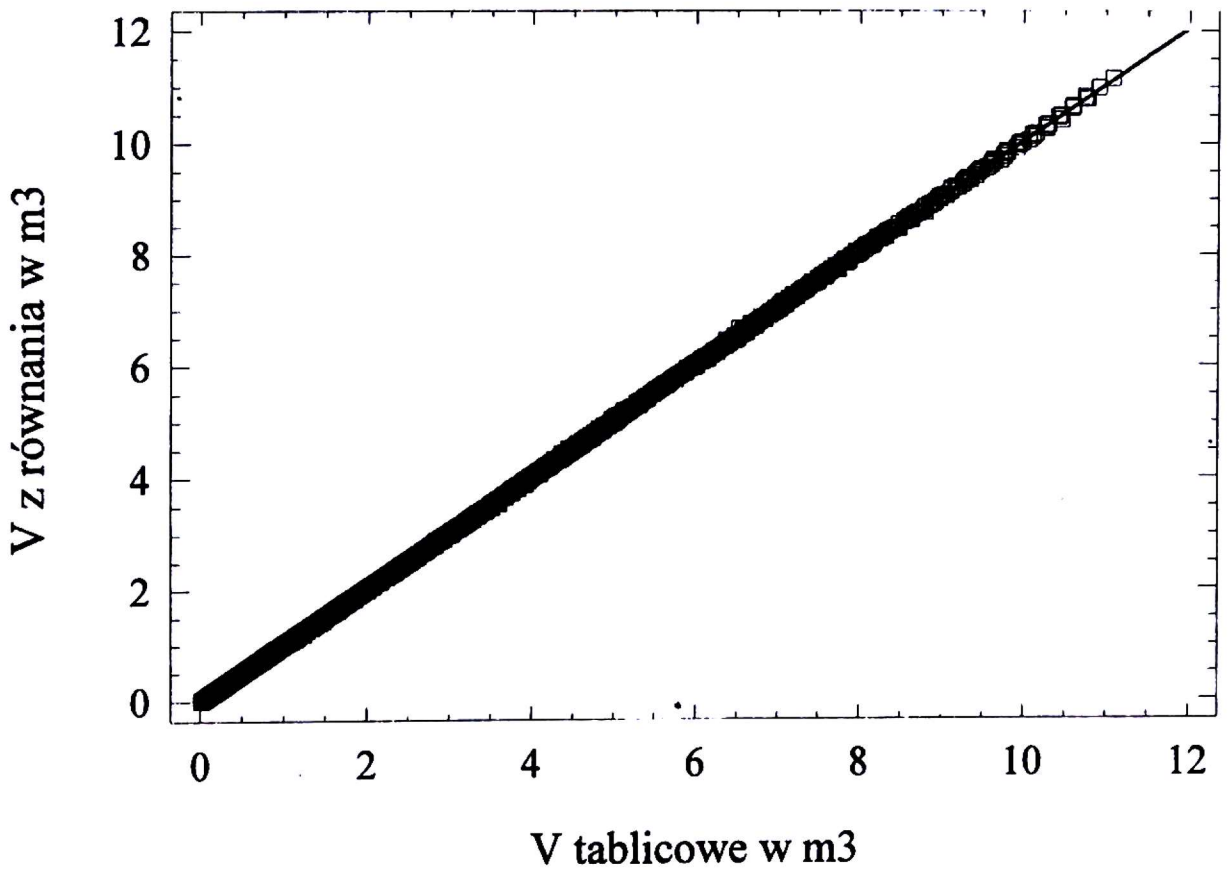
Współczynnik korelacji dla tego równania uzyskuje wartość 0,995.

Najlepsze wyrównanie współczynnika  $b$  uzyskano budując równanie logarytmiczne:

$$b = 1,10305 + 0,0938913 \cdot \ln(d)$$

Wartość współczynnika korelacji dla tego związku wynosi 0,947.

Miąższości grubizny uzyskiwane z powyższego wzoru dobrze odtwarzają wartości tablicowe. Porównanie parami wartości ( $V$ ) uzyskiwanych z równania z wartościami tablicowymi dla tych samych pierśnic i wysokości przedstawiono w formie równania regresji liniowej (ryc. 1).



RYC. 1. Porównanie  $V$  tablicowych i uzyskanych z równania dla modrzewia

Do opracowania odpowiedniego równania dla osiki wykorzystano tablice Orłowa w opracowaniu Czuraja (1991).

Związek miąższości grubizny z wysokością przy stałej pierśnicy jest dla tych tablic liniowy o ogólnej postaci równania:

$$Vg = a + b \cdot h$$

Współczynniki  $a$  i  $b$  wyrównano w zależności od pierśnicy. Współczynnik  $b$  bardzo dobrze wyrównuje funkcja potęgowa:

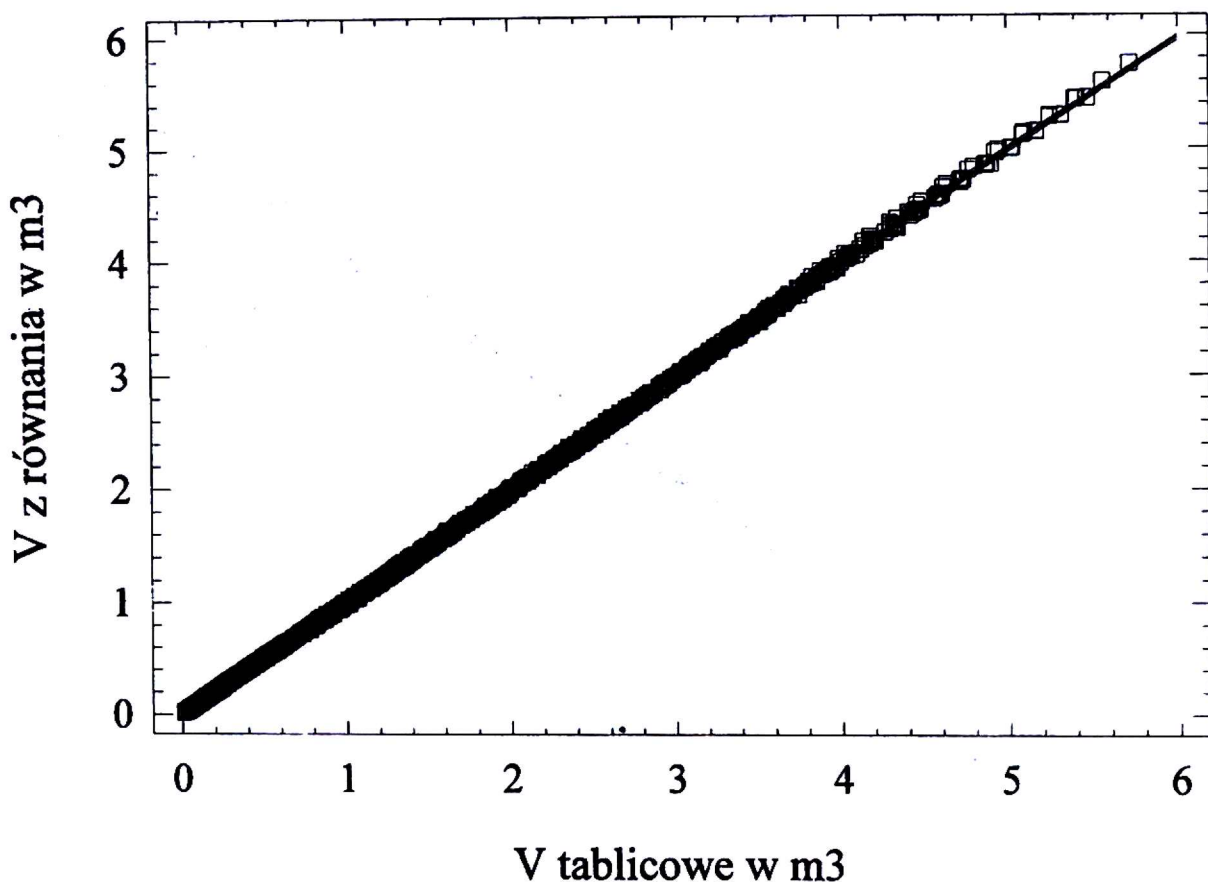
$$b = 0,0000529644 \cdot d^{1,88236}$$

Wartość współczynnika korelacji dla tego związku wynosi 0,9998.

Ze względu na charakter związku współczynnika  $a$  z pierśnicą podzielono zakres pierśnicy na dwie części – do 40 i ponad 40 cm. Dla pierśnic do 40 cm wartości współczynnika  $a$  są bardzo małe i wahają się wokół zera. Dla pierśnic ponad 40 cm następuje wyraźny wzrost wartości współczynnika  $a$  wraz ze wzrostem pierśnicy. Przyjęto wobec tego następujące rozwiązanie:

dla pierśnicy do 40 cm:

$$a = 0$$



RYC. 2. Porównanie  $V$  tablicowych i uzyskanych z równania dla osiki

dla pierśnicy ponad 40 cm:

$$a = -0,729897 + 0,115514 \cdot d^{0,5}$$

Dla pierśnic ponad 40 cm wartość współczynnika korelacji jest wysoka i wynosi 0,981.

Miąższości grubizny uzyskiwane z tego wzoru dobrze odtwarzają wartości tablicowe (ryc. 2).

Do opracowania tymczasowego równania dla grabu wykorzystano tablice Orłowa w opracowaniu Czuraja (1991). Związek miąższości grubizny z wysokością przy stałej pierśnicy dla tych tablic jest liniowy. Ogólna postać równania jest więc następująca:

$$V = a + b \cdot h$$

Współczynniki  $a$  i  $b$  wyrównano w zależności od pierśnicy.

Ze względu na charakter związku współczynnika  $a$  z pierśnicą podzielono zakres pierśnicy na trzy części. Ten sam podział okazał się również odpowiedni dla współczynnika  $b$ . Uzyskano następujące równania:

Dla pierśnicy do 45 cm

$$a = 0, \quad b = (-0,016008 + 0,006824 \cdot d)^2$$

Wartości współczynnika  $a$  w tym przedziale są bardzo małe dodatnie i ujemne. Współczynnik  $b$  jest bardzo silnie związany z pierśnicą. Wartość współczynnika korelacji dla tego związku wynosi 0,999.

Dla pierśnicy z zakresu od 45 cm i do 51 cm

$$a = -1,47263 + 0,030648 \cdot d, \quad b = -0,033182 + 0,002765 \cdot d$$

Współczynniki korelacji wynoszą odpowiednio: dla współczynnika  $a$   $r = 0,995$ , dla współczynnika  $b$   $r = 0,999$ .

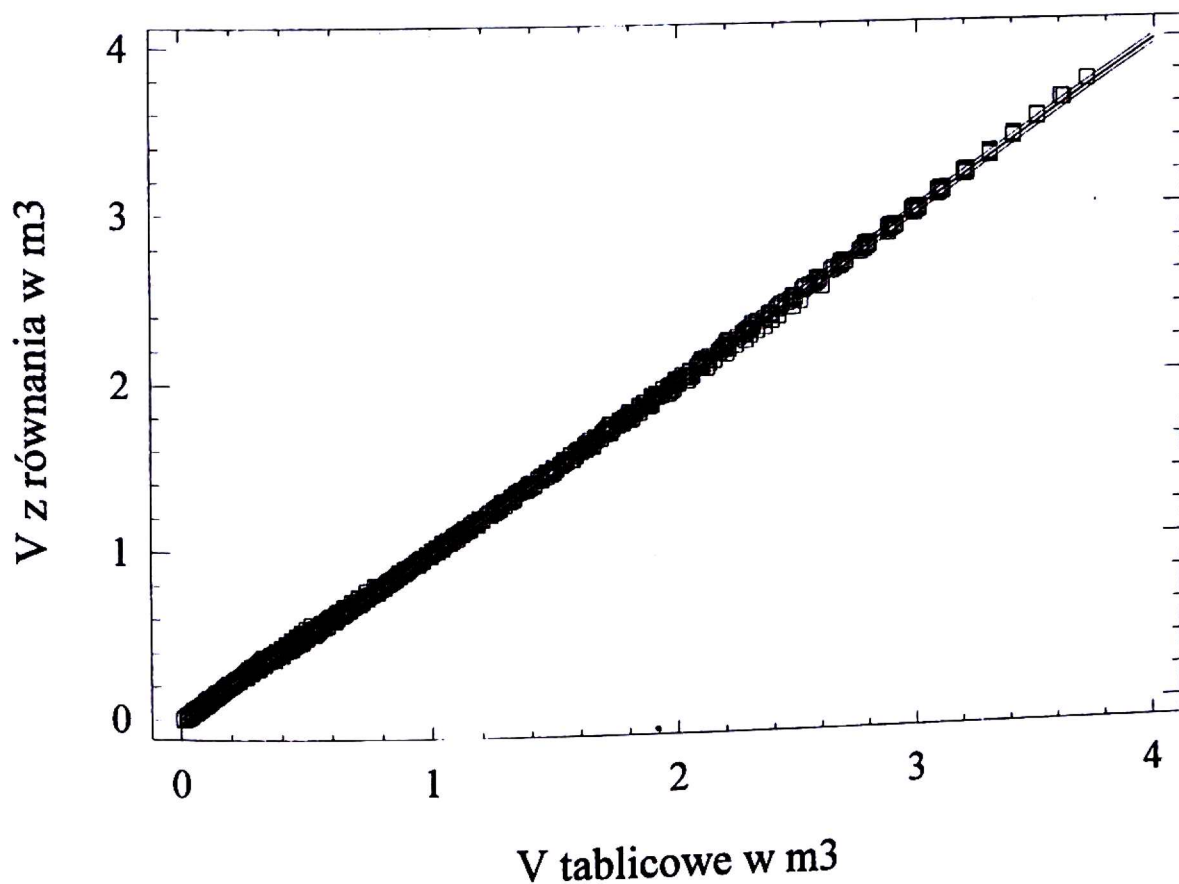
Dla pierśnicy ponad 51 cm

$$a = -4,10794 + 0,082111 \cdot d \quad b = 0,068102 + 0,000784 \cdot d$$

Odpowiednie współczynniki korelacji: dla współczynnika  $a$   $r = 0,996$ , dla współczynnika  $b$   $r = 0,987$ .

Miąższości grubizny uzyskiwane z przytoczonego wzoru dobrze odtwarzają wartości tablicowe (ryc. 3).

Do opracowania tymczasowego wzoru pozwalającego określać miąższość grubizny topoli wykorzystano tablice miąższości Decela, Aracanescu i Dorina w opracowaniu Czuraja (1991). Związek miąższości grubizny drzewa z wysokością przy stałej pierśnicy dla tych tablic jest liniowy. Ogólna postać równania jest następująca:



RYC. 3. Porównanie  $V$  tablicowych i uzyskanych z równania dla grabu

$$V = a + b \cdot h$$

Współczynniki  $a$  i  $b$  wyrównano w zależności od pierśnicy. Najlepsze wyrównanie współczynnika  $a$  ma postać:

$$a = (-0,123182 + 0,00917243 \cdot d)^2$$

Współczynnik korelacji dla tego związku wynosi 0,990.

Najlepsze wyrównanie współczynnika  $b$  uzyskano dla wzoru:

$$b = 0,0000439076 \cdot d^{1,8962}$$

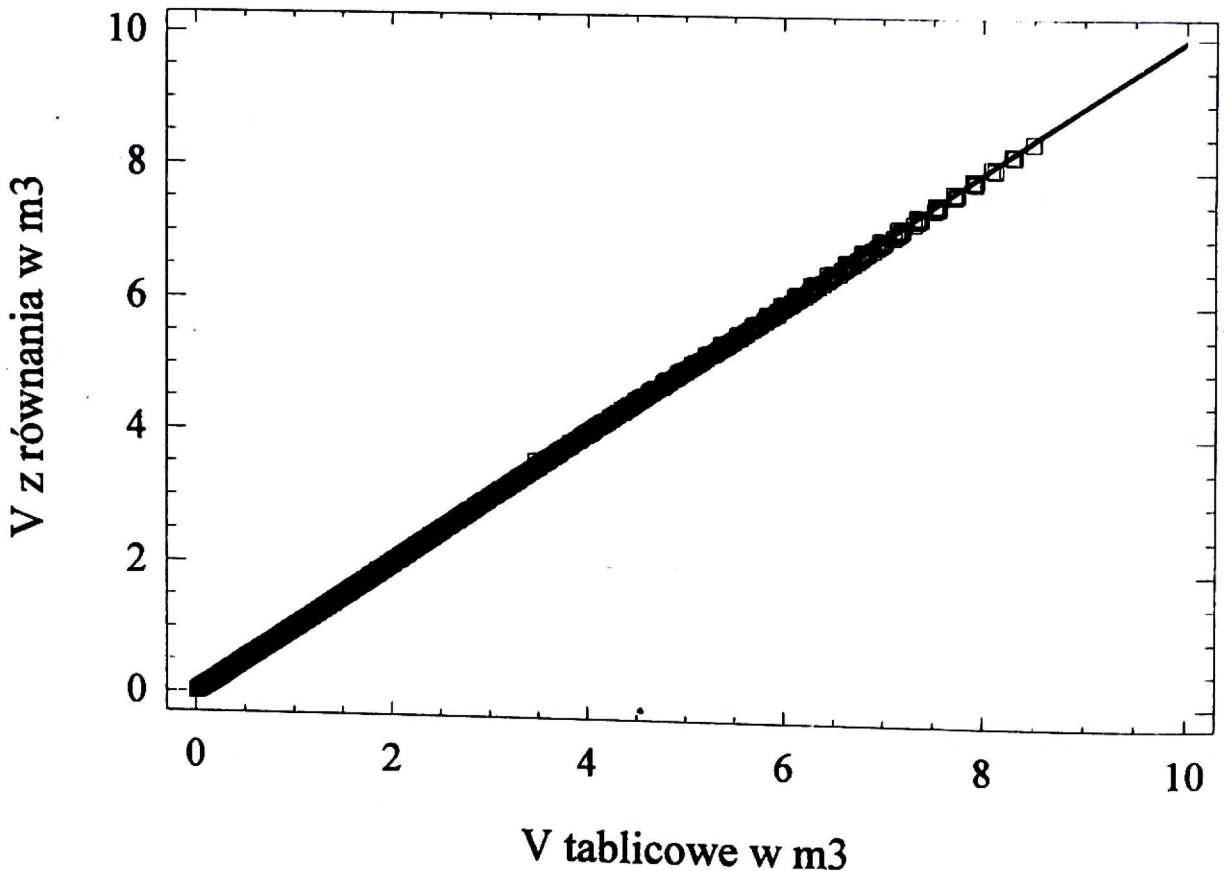
Wartość współczynnika korelacji dla tego związku wynosi 0,9999.

Uzyskiwane wartości miąższości grubizny z powyższego równania dobrze odtwarzają wartości tablicowe (ryc. 4).

Do opracowania tymczasowego równania dla lipy wykorzystano tablice Orłowa w opracowaniu Czuraja (1991). Związek miąższości grubizny z wysokością przy stałej pierśnicy dla tych tablic jest liniowy. Ogólna postać równania jest więc następująca:

$$V = a + b \cdot h$$

Współczynniki  $a$  i  $b$  wyrównano w zależności od pierśnicy.



RYC. 4. Porównanie  $V$  tablicowych i uzyskanych z równania dla topoli

Współczynnik  $b$  wykazuje bardzo silny związek z pierśnicą opisany równaniem potęgowym:

$$b = 0,0000545466 \cdot d^{1,85815}$$

przy bardzo wysokim współczynniku korelacji  $r = 0,9997$ .

Wartości współczynnika  $a$  dla pierśnic do 35 cm są bardzo małe dodatnie i ujemne. Dla pierśnic ponad 35 cm wykazują wyraźny wzrost ze wzrostem pierśnicy. Przyjęto tu podobne rozwiązanie jak w przypadku osiki.

Dla pierśnic do 35 cm:

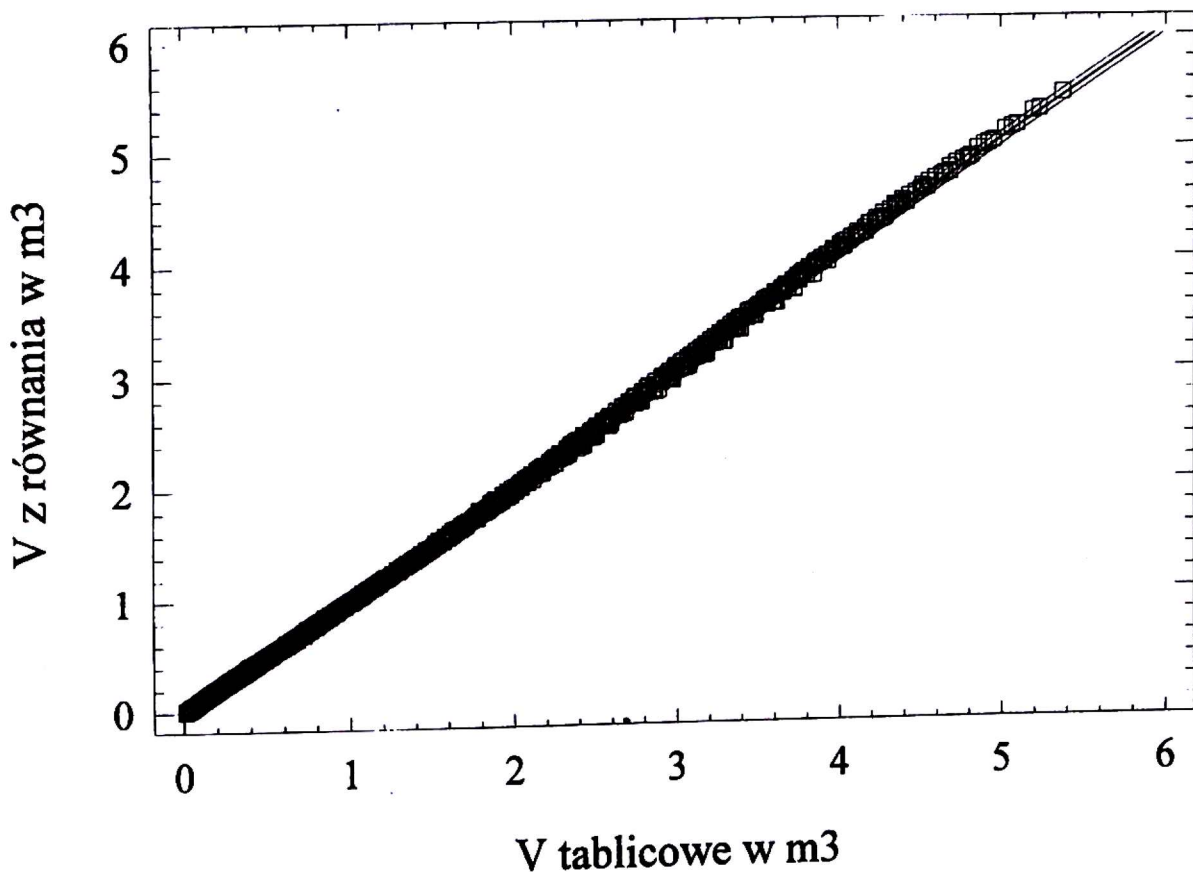
$$a = 0$$

dla pierśnic ponad 35 cm:

$$a = (-0,532622 + 0,0163865 \cdot d)^2$$

Wartość współczynnika korelacji dla ostatniego równania wynosi 0,994.

Uzyskiwane z tych wzorów wartości grubizny dla lipy dobrze odtwarzają wartości tablicowe (ryc. 5).



RYC. 5. Porównanie  $V$  tablicowych i uzyskanych z równania dla lipy

## Wnioski

- Miąższości grubizny drzewa uzyskiwane z przedstawionych tu wzorów są prawie identyczne jak wartości tablicowe, które posłużyły do ich opracowania. Współczynniki korelacji związku między wartościami tablicowymi a otrzymywanymi ze wzorów są bardzo bliskie jedności.
- Opracowane wzory pozwalają na szerokie zastosowanie techniki komputerowej do obliczeń miąższości grubizny drzewa. Wzory te można między innymi wprowadzić do systemu ACER wspomagającego planowanie w ramach szacunków brakarskich.
- Przedstawione wzory należy traktować jako tymczasowe. W miarę zdobywania materiałów empirycznych budowane będą równania oryginalne.

*Zakład Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu  
SGGW, ul. Rakowiecka 26/30, 02-528 Warszawa*

## Literatura

1. **Bruchwald A.** i in., 2000. Wzory empiryczne do określania wysokości i pierśnicowej liczby kształtu grubizny drzewa. *Sylwan* 10: 5-13.
2. **Czuraj M.**, 1991. Tablice miąższości kłód odziomkowych i drzew stojących. PWRiL Warszawa.
3. **Siekierski K.**, 1992. Metoda określania miąższości drzew i udziału klas jakościowo-wymiarowych w szacunkach brakarskich. W: *Metodyka sporządzania i optymalizacji planu pozyskania drewna w nadleśnictwie. Dokumentacja II etapu: 22 – 114.* Maszynopis w Zakładzie Ekonomiki i Organizacji Przedsiębiorstw Leśnych SGGW.

## Summary

### **Volume equations for larch, aspen, hornbeam, poplar and lime**

Empirical equations for estimating the height and dbh form factor of the main tree species were developed in the Department of Dendrometry and Forest Productivity Science and Forest Management Planning Department, Forest Research Institute in Warsaw. The equations were based on the large empirical material collected from different regions of Poland (Bruchwald et al. 2000). The Departments plan to continue the study in order to develop equations for other tree species and to improve the existing ones. The collection of the material is time consuming and expensive. Due to insufficient funds appropriated for the studies on less common species in Poland it will take many years to complete these studies. It is therefore justified to develop temporary equations for practical purposes for instance using the existing volume tables. This is the objective of the study.

The volume tables constructed by different authors were used to develop temporary equations for individual main tree species. It required encoding the table data and finding



approximation functions. Computer software STATGRAPHICS Plus v. 4.0 was used for this purpose.

The functional correlation was found between tree volume and height at the constant diameter at breast height. Correlation coefficients were close to one, and rounding of the table values caused slight deviation from one. The coefficients of a given type of the equation were aligned then according to the dbh. The potential equation relationship between the volume and height at the constant dbh for the larch has the following formula;

$$V = a \cdot h^b$$

where:

- $V$  – merchantable volume of a tree in  $m^3$ ,
- $a$  and  $b$  – equation coefficients,
- $h$  – tree height in m.

The relationship between these parameters for the remaining species (aspen, hornbeam, poplar and lime) was linear. The general formula was as follows:

$$V' = a + b \cdot h$$

The coefficients  $a$  and  $b$  of these equations for individual species were rounded to the most adequate functions according to the dbh. The equations for determining the coefficients for the larch and poplar refer to the whole dbh range. Two dbh ranges for the aspen and the lime and three dbh ranges for the sycamore were distinguished.

The pair comparison of the values ( $V$ ) obtained from the equation with the table values for the same diameters at breast height and the heights are presented in Fig. 1-5 in the form of linear regression. The merchantable volumes of a tree obtained from the equations were almost identical with those in the tables. Coefficients of the correlation between the table values and the values calculated from the equations were close to one. The equations should be considered as temporary. After the collection of the material original equations will also be developed.