

ARKADIUSZ BRUCHWALD, MAŁGORZATA DUDZIŃSKA,
MAREK WIROWSKI

Wzory empiryczne do określania miąższości drzewostanów dębowych

Empirical Formulae for Determination of Oak Stands Volume

Wstęp

Jednym z etapów budowy modeli wzrostu dla drzewostanów jest opracowanie wzorów empirycznych mogących stanowić podstawę określania różnych rodzajów miąższości. Dotychczas odpowiednie zestawy wzorów opracowano dla sosny (1,2,4,5,6), świerka (7,8,10) i jodły (3). Podstawową zaletą wzorów jest łatwość w posługiwaniu się nimi techniką komputerową. Zastępują one wówczas tradycyjne tablice miąższości, chociaż tablice miąższości można na podstawie takich wzorów zestawić.

Celem pracy jest przedstawienie wzorów empirycznych służących do określania miąższości drzewostanów dębowych. Uniwersalność wzorów będzie polegała na tym, że na ich podstawie można będzie określać różne rodzaje miąższości przy zastosowaniu różnych metod pomiaru lasu.

Materiał badawczy

Badania oparto na materiale empirycznym zebrany w 124 drzewostanach dębowych położonych w różnych częściach Polski. Drzewostany były na ogół jednowiekowe, a ich przeciętny wiek wahał się od 26 do 193 lat. Przeciętna pierśnica drzewostanu wahała się od 5,0 do 73,7 cm, a średnia wysokość od 6,9 do 32,2 m. Najpotężniejsze z pomierzonych drzew miało pierśnicę 87 cm, wysokość 32 m i miąższość około 10 m^3 . Drzewostany rosły na siedliskach lasu liściastego.

Metodyka zbierania materiałów była na poszczególnych powierzchniach bardzo różna. W jednym drzewostanie założono zrab badawczy i wówczas na drzewach leżących przeprowadzono pomiary grubości zarówno w korze jak i bez kory w środkach 1-metrowych sekcji. W pozostałych drzewostanach pomiary przeprowadzono na ściętych drzewach próbnych, średnio na 12 drzewach. Pomiary grubości drzew przeprowadzono na ogół w środkach

2-metrowych sekcji. Grubości były mierzone na każdym przekroju w dwóch kierunkach z zaokrągleniem do 1 mm. Długość strzał mierzone z zaokrągleniem do 1 dcm. W przypadku wystąpienia trudności z ustaleniem przebiegu strzały, przyjmowano najdłuższą gałąź jako jej przebieg. Materiał wzięty do badań liczył łącznie 1893 dęby.

Wyniki badań

We wstępnym etapie badań założono bazę danych zawierającą dla każdego drzewostanu, a w jego obrębie dla każdego drzewa, różne charakterystyki i cechy zbiorów. Danymi dla drzewa były następujące wyniki pomiarów: wiek, pierśnica, wysokość, grubość w korze i bez kory dla środków poszczególnych sekcji, z uwzględnieniem gałęzi stanowiących grubiznę. Dla drzewostanu wprowadzono do bazy danych wyniki pomiaru pierśnic i wysokości przeprowadzone na drzewach stojących, a także wyniki klasyfikacji Krafta, trzebieżowej i jakościowej. Odpowiednimi programami utworzono zbiory pomocnicze, w których zawarte są między innymi różnego rodzaju miąższości: strzały w korze i bez kory, grubizny pnia, grubizny gałęzi, drewna użytkowego (miąższość bez kory od podstawy do miejsca na pniu, w którym grubość bez kory wynosi 5 cm) i miąższości drewna tartacznego (miąższość bez kory od podstawy do miejsca na pniu, w którym grubość bez kory wynosi 18 cm). Inne zbiory zawierają informację dla drzewostanów: przeciętną pierśnicę przekrojową (D), średnią wysokość obliczoną wzorem Lorey'a (H), pierśnicową liczbę kształtu strzały w korze (F_1), pierśnicową liczbę kształtu strzały bez kory (F_3) obliczoną jako iloraz miąższości strzały bez kory i objętości walca opartego na pierśnicy w korze i wysokości, pierśnicową liczbę kształtu grubizny drzewa (F_q), średnie dla drzewostanów wartości ilorazów miąższości grubizny drzewa i miąższości strzały w korze, ilorazy miąższości drewna użytkowego i miąższości strzały w korze i bez kory oraz ilorazy miąższości i drewna tartacznego i miąższości strzały w korze i bez kory.

Wykorzystując technikę komputerową opracowano wzory empiryczne na pierśnicową liczbę kształtu drzewostanu F_1 , F_3 , F_q , F_u i F_t . Analiza siły związku między liczbami kształtu i średnią pierśnicą oraz wysokością drzewostanu wykazała większą przydatność tej pierwszej cechy. Poszukiwania odpowiedniej funkcji do aproksymacji związku między liczbami kształtu i przeciętną pierśnicą drzewostanu doprowadziły do uzyskania następujących równań empirycznych:

$$F_1 = 0,5441 D^{-0,0415} \quad (1)$$

$$F_3 = 0,4302 D^{-0,0334} \quad (2)$$

$$F_q = F_1 \left[\frac{D - 3}{0,9954 + 0,9439 (D - 3)} \right]^4 \quad (3)$$

$$F_u = F_3 [1 - 17,4431 (D - 5)^{-2,5168}] \quad (4)$$

$$F_t = F_3 \left[\frac{D - 14}{1,9717 + 0,9426 (D - 14)} \right]^4 \quad (5)$$

gdzie:

- F_1 — pierśnicowa liczba kształtu strzały w korze,
 F_3 — pierśnicowa liczba kształtu strzały bez kory,
 F_q — pierśnicowa liczba kształtu grubizny drzewa,
 F_u — pierśnicowa liczba kształtu części pnia bez kory od podstawy do miejsca, w którym grubość bez kory wynosi 5 cm,
 F_t — pierśnicowa liczba kształtu części pnia bez kory od podstawy do miejsca, w którym grubość bez kory wynosi 18 cm,
 D — przeciętna pierśnica drzewostanu.

Wzór na F_q można stosować dla drzewostanów o przeciętnej pierśnicy większej od 3 cm, wzory na F_u , F_t dla przeciętnej pierśnicy drzewostanu większej odpowiednio od 5 i 14 cm, a wzory na F_1 i F_3 dla dowolnej pierśnicy.

Współczynniki poszczególnych funkcji uzyskano stosując metodę najmniejszych kwadratów po odpowiednich transformacjach funkcji od postaci liniowej. Moc związku między liczbą kształtu drzewostanu i liczbą kształtu określoną odpowiednim wzorem, oceniono wskaźnikiem korelacji. Wynosi dla wzoru (1) 0,437, dla wzoru (2) 0,368, dla wzoru (3) 0,801, dla wzoru (4) 0,717 i dla wzoru (5) 0,975. Błąd określenia pierśnicowej liczby kształtu drzewostanu wzorem (1) wynosi 4,0%, wzorem (2) 3,7%, wzorem (3) 6,0%, wzorem (4) 4,3% i wzorem (5) 30,0%. Duży błąd uzyskany wzorem (5) wynika z uwzględnienia w obliczeniach drzewostanów młodych, w których udział drewna tartaczego jest bardzo mały. Dla drzewostanów o przeciętnej pierśnicy większej od 30 cm, uzyskano błąd liczby kształtu określonej wzorem (5) równy 5,8%.

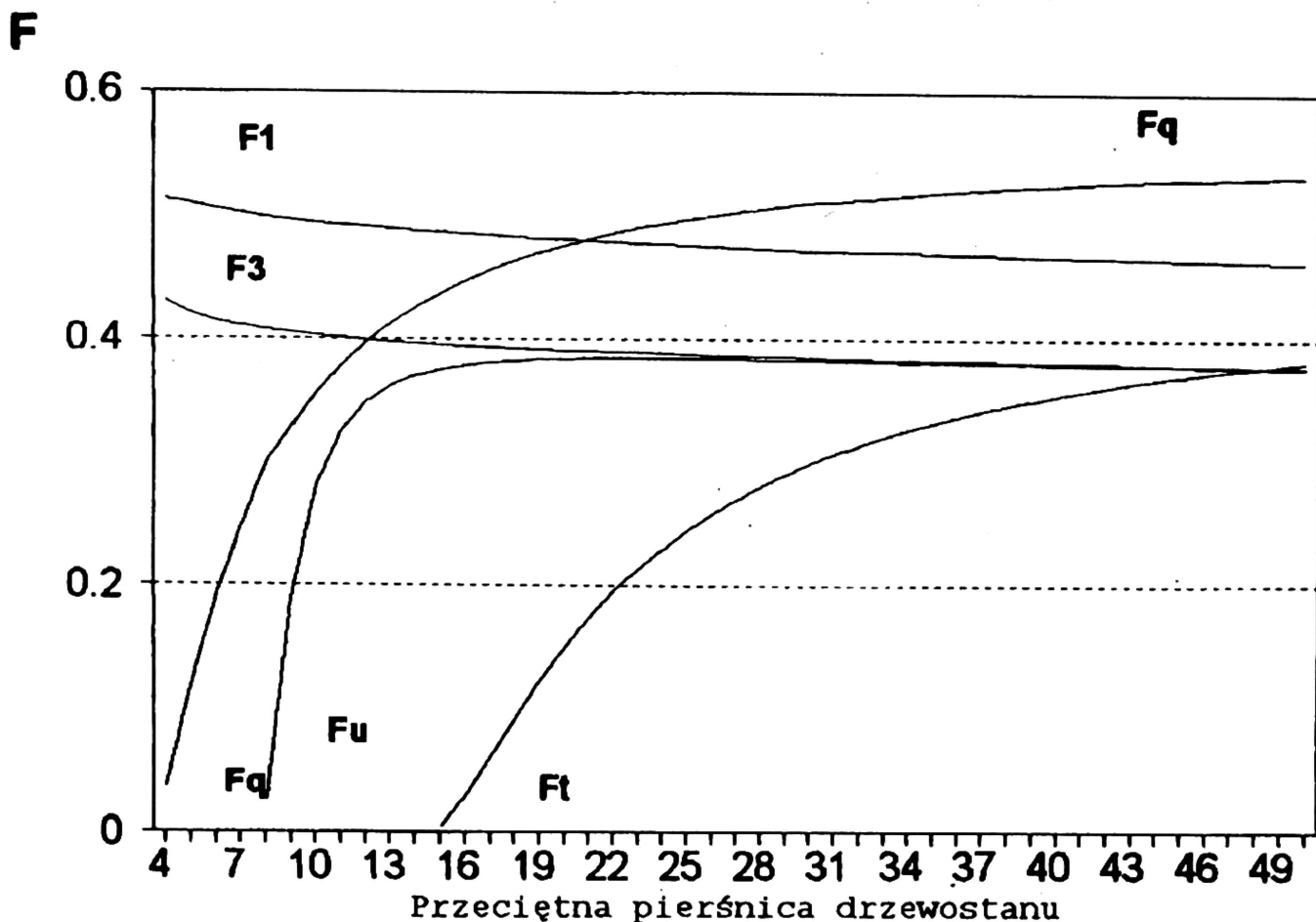
Opracowane wzory empiryczne mogą już w przedstawionej postaci służyć do określenia miąższości drzewostanów dębowych. W tym celu należy określić pierśnicowe pole przekroju (G), przeciętną pierśnicę (D) i średnią wysokość drzewostanu (H), po czym ze wzorów (1–5), wyliczyć odpowiednią pierśnicową liczbę kształtu (F). Miąższość drzewostanu określa się wzorem

$$V = GHF \quad (6)$$

W wypadku podstawienia do wzoru (4) liczby kształtu F_1 uzyskuje się miąższość strzał w korze, gdy posłużymy się liczbą kształtu F_3 — miąższość strzał bez kory, gdy liczbą kształtu F_q — miąższość grubizny drzewostanu i gdy liczbami kształtu F_u lub F_t — miąższość bez kory odpowiednich części pnia dla drzewostanu.

Związek pierśnicowej liczby kształtu z pierśnicą drzewa w obrębie drzewostanu ma na ogół inny charakter niż związek liczby kształtu drzewostanu z pierśnicą przeciętną. W celu określania miąższości drzewa lub miąższości stopnia pierśnicy nie możemy więc posługiwać się podanymi wzorami (1–5). Prowadziło by to bowiem często do otrzymywania błędów systematycznych. Zaszła więc potrzeba sprawdzenia możliwości posługiwania się opracowanymi wzorami w zastosowaniu do drzewa i ewentualnie opracowania nowych wzorów na pierśnicowe liczby kształtu.

Sprawdzanie opracowanych wzorów oraz poszukiwanie nowych funkcji i jej współczynników doprowadziło do uzyskania następujących wyników:



RYC. Pierśnicowe liczby kształtu

$$f_1 = 0,5441 d^{-0,0415} \quad (7)$$

$$f_3 = 0,4302 d^{-0,0334} \quad (8)$$

$$f_q = f_1 \left[\frac{d - 4}{0,9549 + 0,9439 (d - 4)} \right]^4 \quad (9)$$

$$f_u = f_3 [1 - 17,4431 (d - 4)^{-2,5168}] \quad (10)$$

$$f_t = f_3 \left[\frac{d - 20}{1,9717 + 0,9426 (d - 20)} \right] \quad (11)$$

gdzie:

f — odpowiednie pierśnicowe liczby kształtu drzewa,

d — pierśnica drzewa,

Wzór (9) można stosować dla drzew o pierśnicy wynoszącej 7 lub więcej cm, wzór (10) dla drzew o pierśnicy większej od 9 cm, a wzór (11) 20 cm.

Wzorem (1) określa się liczbę kształtu dla drzewa ze średnim błędem 7,7%, a wzorem (2) z błędem 7,5%. Duży błąd procentowy określania pierśnicowej liczby kształtu pozostałymi

wzorami uzyskuje się dla drzew cienkich. Uwzględniając wszystkie drzewa o pierśnicy większej od 7 cm, błąd standardowy liczby kształtu grubizny wyniesie 18,6%. Dla drzew o pierśnicy większej od 20 cm następuje spadek tego błędu do 9,0%. Jeszcze większym błędem określa się liczbę kształtu drzewa wzorem (10), bowiem dla drzew o pierśnicy większej od 10 cm błąd średni liczby kształtu wynosi 29,3%. Dla drzew o pierśnicy większej od 20 cm błąd ten maleje do 7,6%. Błąd wzoru (11) dla drzew o pierśnicy większej od 24 cm wynosi 19,8% i spada dla drzew o pierśnicy większej od 30 cm do 9,8%.

Ze wzorów (7–11) można określić przeciętną wartość odpowiedniej pierśnicowej liczby kształtu dla stopnia pierśnicy gdy podstawimy do tych wzorów wartość środkową stopnia (d). Informacja ta, oraz znajomość średniej wysokości stopnia pierśnicy pozwala na określenie miąższości danego stopnia.

Badania nad zmiennością wysokości drzew oraz zależnością tej cechy od pierśnicy w drzewostanach dębowych przeprowadzili autorzy (9). Syntezą tych badań było opracowanie wzoru empirycznego, po rozwinięciu którego uzyskuje się pęk stałych krzywych wysokości:

$$h = \frac{d^2 (H - 1,3)}{[D - 0,7895 H^{0,4696} \sqrt{H - 1,3} (D - d)]^2} + 1,3 \quad (12)$$

Ze wzoru tego, znając przeciętną pierśnicę (D) i średnią wysokość drzewostanu (H) można na podstawie wartości środkowej stopnia (d) określić średnią wysokość tego stopnia (h).

Wnioski

- W pracy przedstawiono zestaw wzorów empirycznych służących do określenia pierśnicowych liczb kształtu, a tym samym miąższości drzewostanów dębowych. Na ich podstawie można określić miąższość strzał w korze i bez kory oraz miąższość grubizny drzewostanu, miąższość drewna użytkowego i drewna tartacznego. Podstawą określenia wymienionych rodzajów miąższości jest znajomość pierśnicowego pola przekroju, średniej pierśnicy i przeciętnej wysokości drzewostanu.
- Zestaw wzorów empirycznych opracowano również dla drzew. Do określenia liczb kształtu tymi wzorami wystarczająca jest informacja o pierśnicy drzewa. W praktyce zastosowanie tych wzorów dotyczyć może tych metod, w których przeprowadza się pomiar pierśnic drzew.
- Ze wzorów empirycznych, po ich rozwinięciu, można uzyskać drzewostanowe tablice miąższości. W tablicach takich zawarte były stałe krzywe miąższości, a także stałe krzywe wysokości. Przedstawione wzory opracowano z myślą o ich obsłudze techniką komputerową.
- Opracowane wzory empiryczne dla dębu są pierwszym etapem budowy modelu wzrostu dla tego gatunku drzewa. Istnieje pilna potrzeba opracowania wzorów dla innych gatunków drzew.

- Posiadana baza danych dla drzewostanów dębowych pozwala na opracowanie innych problemów dotyczących drzewostanów dębowych. W przypadku np. zajścia zmian w wymiarach drewna użytkowego, wykorzystując bazę danych można będzie szybko opracować nowe zestawy wzorów empirycznych.

*Z Zakładu Urządzania Lasu Instytutu Badawczego Leśnictwa
i Katedry Produkcyjności Lasu SGGW w Warszawie*

Podziękowanie

Autorzy artykułu składają serdeczne podziękowanie

prof. dr hab. Janowi Meixnerowi i pozostałym pracownikom

*Katedry Dendrometrii AR w Poznaniu za udostępnienie materiałów
pochodzących ze zrębu badawczego.*

Literatura

1. **Bruchwald A.** 1973: Tablice liczb kształtu strzał bez kory dla drzewostanów sosnowych. Sylwan, nr 4.
2. **Bruchwald A.** 1978: Tablice liczb kształtu strzał w korze i bez kory dla sosny. Zesz. Naukowe SGGW-AR, Leś. 26.
3. **Bruchwald A.** 1992: Wzory empiryczne do określania miąższości drzewostanów jodłowych. Sylwan nr 7, 17–23.
4. **Bruchwald A., Dudek A.** 1978: Tablice miąższości drewna okrągłego grubego drzewostanów sosnowych na pniu. Zesz. Naukowe SGGW-AR, Leś. 26.
5. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.** 1978: Tablice miąższości strzał w korze dla drzewostanów sosnowych. Zesz. Naukowe SGGW-AR, Leś. 26.
6. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.** 1978: Tablice miąższości strzał bez kory dla drzewostanów sosnowych. Zesz. Naukowe SGGW-AR, Leś. 26.
7. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.** 1981: Wzory empiryczne do określania miąższości strzał w korze dla świerka. Sylwan, nr 4.
8. **Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T.** 1987: Równania empiryczne do określania miąższości grubizny strzały drzew stojących dla świerka. Sylwan, nr 5.
9. **Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M.** 1994: Stałe krzywe wysokości dla drzewostanów dębowych. Zeszyty Naukowe SGGW (w druku).
10. **Bruchwald A., Wróblewski L.** 1993: Wzory empiryczne do określania miąższości drzewostanów świerkowych. Sylwan nr 9, 15–20.

Summary

The paper presents results of a research project aiming at elaboration of empirical formulae for determination of oak stands volume. The empirical basis for the study was a material

collected in 124 stands situated in greater forest complexes of Poland. In these stands, volume of altogether 1893 oak trees was determined by means of sectional measurements.

Empirical formulae have been elaborated which allow to determine for a stand b.h. form factors outside bark (F_1) and inside bark (F_3), b.h. form factor of merchantable timber (F_q) and two form factors of stem parts inside bark from the base to the height at which diameter inside bark amounts to 5 cm (F_u) and 18 cm (F_t). The formulae are based on the stand average diameter (D). The b.h. form factor outside bark can be determined from the formula (1) with the error of 3.9%, the b.h. form factor inside bark — from the formula (2), error 3.7%, the form factor of merchantable timber — from the formula (3), error 6%, the other form factors — from formulae (4) and (5) with errors correspondingly 4.2% and 24.2%. The volume of a stand (V) can be calculated by means of the formula (6), after previous determination of the stand basal area (G), average diameter and height (H) of the stand and a b.h. form factor computed by means of one of the presented formulae.

A set of empirical formulae has been elaborated also for single trees (equations 7–11). Using these formulae requires knowledge of the tree diameter or the middle value of a diameter class.

A formula which allows determination of mean height for a diameter class (h), cited from another paper by the authors, is also presented in the article.

The presented complete set of formulae allows determination of volume of oak stands in various methods of forest measurements. It is also planned to apply them in a being developed growth model for oak stands.