

RACHUNEK BŁĘDÓW W BADANIACH PROCESÓW SUSZENIA Cz. II. ANALIZA BŁĘDÓW W POMIARACH KINETYKI SUSZENIA

Małgorzata Jaros

Katedra Inżynierii Procesów Rolniczych
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego

Synopsis: Scharakteryzowano błędy systematyczne i przypadkowe związane z badaniami konwekcyjnego suszenia ciała stałego. Przedstawiono przykład obliczania i minimalizowania tych błędów w procesie pomiarów zmian zawartości wody podczas laboratoryjnego suszenia buraków ćwikłowych.

Słowa kluczowe: błąd systematyczny, błąd przypadkowy, minimalizacja błędów, przykład analizy błędów

Wykaz oznaczeń:

M	-	masa próbki	g
M_0	-	początkowa masa próbki	g
M_1	-	sucha masa próbki	g
u	-	zawartość wody	kg H ₂ O/kg s.m
u_0	-	początkowa zawartość wody	kg H ₂ O/kg s.m.
w	-	wilgotność materiału	%
w_0	-	początkowa wilgotność materiału	%
ΔM	-	błąd bezwzględny pomiaru masy	g
δ	-	błąd względny	%
δ_z	-	założony dopuszczalny błąd względny	%
τ	-	czas	min

Wprowadzenie

Eksperymenty naturalne, mające na celu wyznaczenie wartości lub charakterystyki jakiejś wielkości empirycznej, powinny zawierać, oprócz zasadniczej części pomiarowej analizę błędów pomiarowych. Jakość przeprowadzonych pomiarów (i obliczeń) zależy bowiem od ich dokładności. Miarą dokładności pomiarów jest wartość błędów pomiarowych, obliczanych w postaci bezwzględnych lub względnych odchyłeń od wartości faktycznej mierzonej wielkości.

Istnieją dwie zasadnicze przyczyny otrzymywania wartości mierzonej różnej od faktycznej. Pierwsza, na którą nie ma wpływu eksperymentator, związana jest z losowością procesów, w których pomiary są prowadzone i jest przyczyną błędów przypadkowych. Druga wynika z niedoskonałości technik pomiarowych i aparatury pomiarowej, wpływ jej może być świadomie minimalizowany przez prowadzącego eksperyment. W przypadku pomiarów bezpośrednich, gdy wartość wielkości mierzonej wyznaczana jest przez porównanie ze wzorcem, można uznać, że błędy przypadkowe i systematyczne są od siebie niezależne. Jeśli jednak nie można użyć do pomiarów wzorca, lecz korzystamy z aparatury o określonej dokładności, wówczas każdy pomiar obarczony jest błędem systematycznym (wynikającym choćby z dokładności aparatury). A zatem szacowane metodami statystyki, błędy przypadkowe zawierają w sobie jednocześnie błędy systematyczne.

Minimalizowanie błędów przypadkowych poprzez odpowiedni wybór próbek pomiarowych lub odpowiednią liczbę powtórzeń, jak to określa statystyka, nie zmienia wartości błędów systematycznych, bo inna jest przyczyna ich powstawania. Błędy systematyczne mogą być wynikiem indywidualnych predyspozycji prowadzącego pomiary, warunków zakłócających o stałym - systematycznym charakterze oraz, co ważniejsze, znanej dokładności aparatury pomiarowej. Literatura z zakresu teorii pomiarów oraz zastosowania statystyki w badaniach empirycznych jest bogata i w zasadzie łatwo dostępna, jednak wykorzystanie tej wiedzy w praktyce, nie zawsze jest wystarczające.

Analiza błędów systematycznych w pomiarach zawartości wody w czasie suszenia ciała stałego

Poznanie kinetyki suszenia ciał stałych, wymaga wyznaczenia zmian zawartości wody w czasie suszenia tych ciał. Zawartość wody jako wielkość charakteryzująca stan materiału w czasie trwania procesu, jest wyznaczana na podstawie wyników pomiarów zmian masy tego ciała (lub odpowiednio pobranej próbki) i obliczana ze wzoru:

$$u(\tau) = \frac{M(\tau) - M_s}{M_s} \quad (1)$$

Warunkiem uzyskania dostatecznej dokładności wyznaczania zawartości wody, jest prowadzenie pomiarów masy z zaplanowaną i zabezpieczoną przed ich rozpoczęciem dokładnością. Zatem, jeszcze przed rozpoczęciem pomiarów należy przeprowadzić analizę błędów systematycznych. Analiza taka umożliwia otrzymanie wyników obarczonych możliwie najmniejszymi błędami, wynikającymi z dokładności przyrządów pomiarowych będących w naszej dyspozycji. Ponieważ przed wykonaniem pomiarów zmian masy produktu w czasie jego suszenia, nie jest znana masa absolutnie suchej jego substancji, więc przeprowadzana w tym momencie analiza ma charakter szacunkowy, może być oparta co najwyżej na wynikach podobnych pomiarów własnych lub danych literaturowych.

Błąd względny wyznaczania zawartości wody $u(\tau)$ w próbce, powinien być obliczany metodą różniczki zupełnej ze wzoru:

$$\delta u \leq \frac{100}{M(\tau) - M_s} [|\Delta M(\tau)| + \frac{M(\tau)}{M_s} \cdot |\Delta M_s|] \quad (2)$$

Ze względu na brak danych o wartościach $M(\tau)$ i M_s , zależność powyższą wygodniej jest przedstawić, w celu wstępnego oszacowania, w funkcji wilgotności względnej w i szacowanej w_0 , to znaczy:

$$\delta u \leq \frac{100 \cdot (100 - w)}{M_0 \cdot w(100 - w_0)} [|\Delta M(\tau)| + \frac{100}{100 - w} \cdot |\Delta M_s|] \quad (3)$$

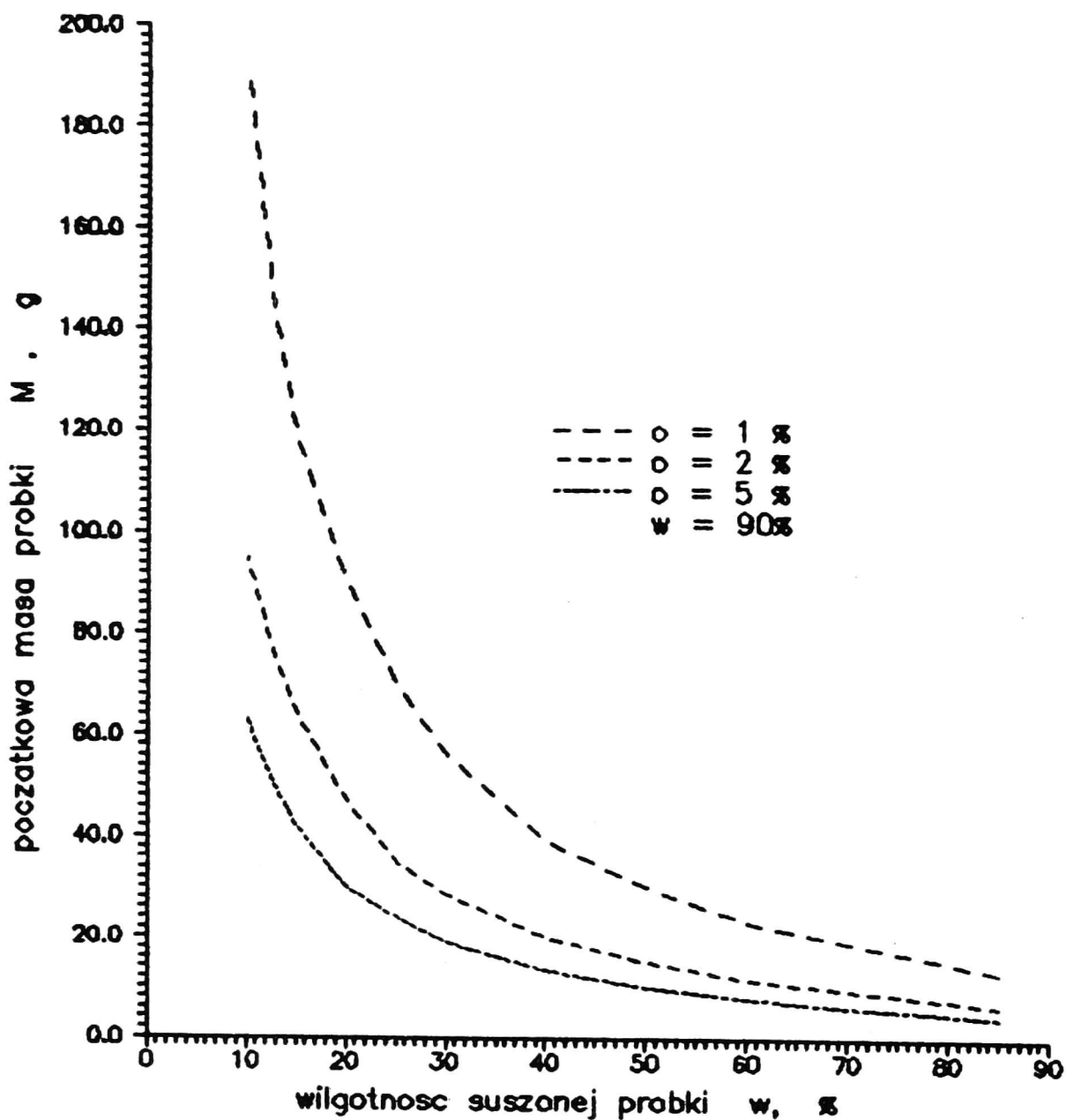
Wzór (3) wskazuje, że dokładność pomiarów zależy od wielkości próbki poddanej suszeniu, a dokładniej od jej początkowej masy M_0 oraz jej początkowej wilgotności w_0 . Można więc wnioskować, że nie tylko dokładność przyrządów pomiarowych, lecz również masa próbki poddanej pomiarom, musi być jeszcze przed eksperymentem świadomie określona tak, by uzyskać zadowalającą dokładność wyników pomiarów.

Jeżeli założoną wartość maksymalnego błędu oznaczymy δ_z , czyli $\delta u \leq \delta_z$, to początkową masę próbki można oszacować z zależności:

$$M_0 > \frac{100 \cdot (100 - w)}{\delta_z \cdot w(100 - w_0)} [|\Delta M(\tau)| + \frac{100}{100 - w} \cdot |\Delta M_s|] \quad (4)$$

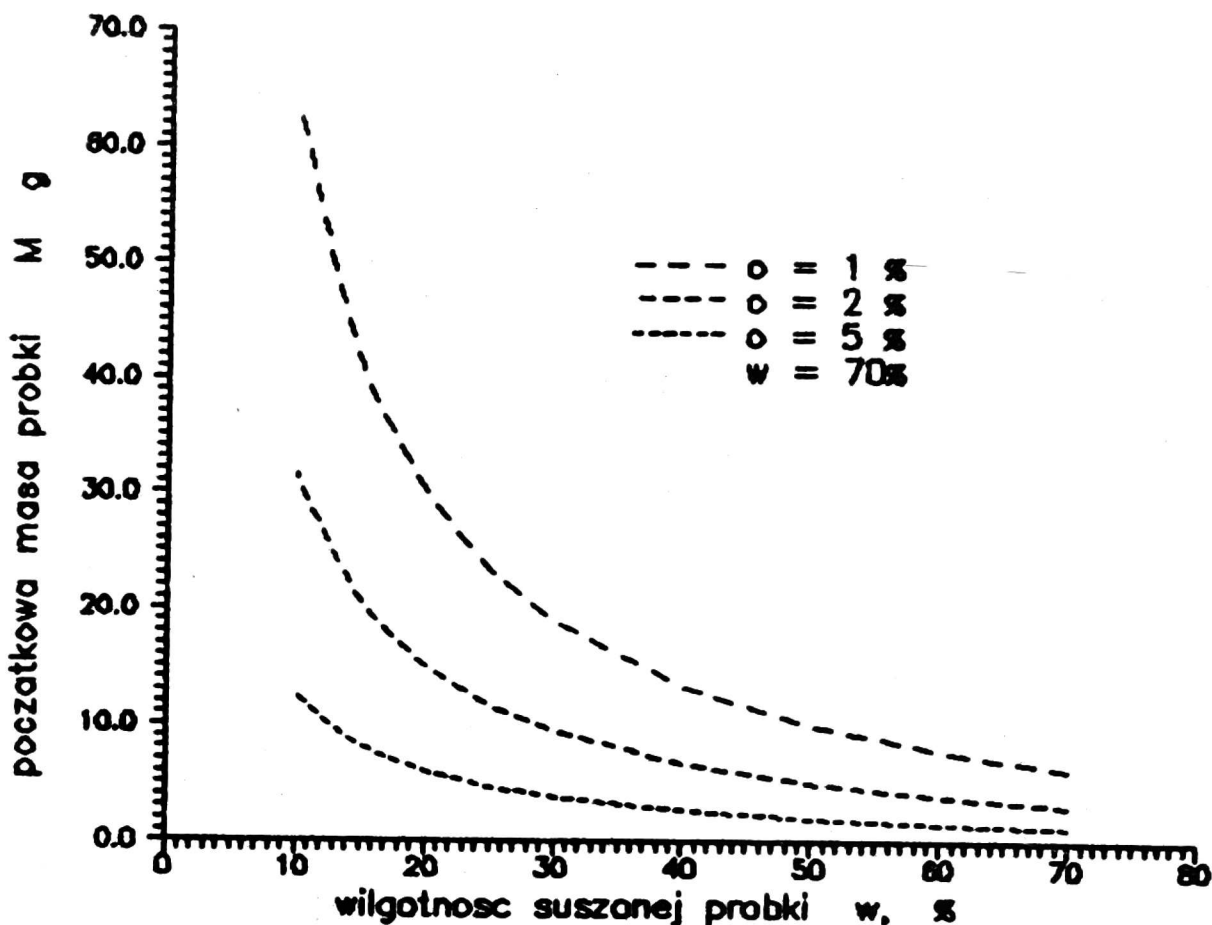
Rys. 1 i 2 ilustrują jak początkowa wilgotność w produkcie oraz założony

dopuszczalny błąd δ_z wpływają na zależność $M_0 = f(u)$ początkowej masy próbki od zawartości wody. Z tych przykładowych rysunków można odczytać jaka powinna być początkowa masa próbki pomiarowej, gdy założony, dopuszczalny błąd $\delta_z = 1,2$ lub 5% , a dokładność ważenia wynosi $|\Delta M| = |\Delta M_s| = 0,01$ g.



Rys. 1. Wykres zależności $M_0 = f(w, \delta_z, w_0 = 90\%)$

Fig. 1. A graphic illustration of the relationship $M_0 = f(w, \delta_z, w_0 = 90\%)$



Rys. 2. Wykres zależności $M_0 = f(w, \delta_z, w_0 = 70\%)$

Fig. 2. A graphic illustration of the relationship $M_0 = f(w, \delta_z, w_0 = 70\%)$

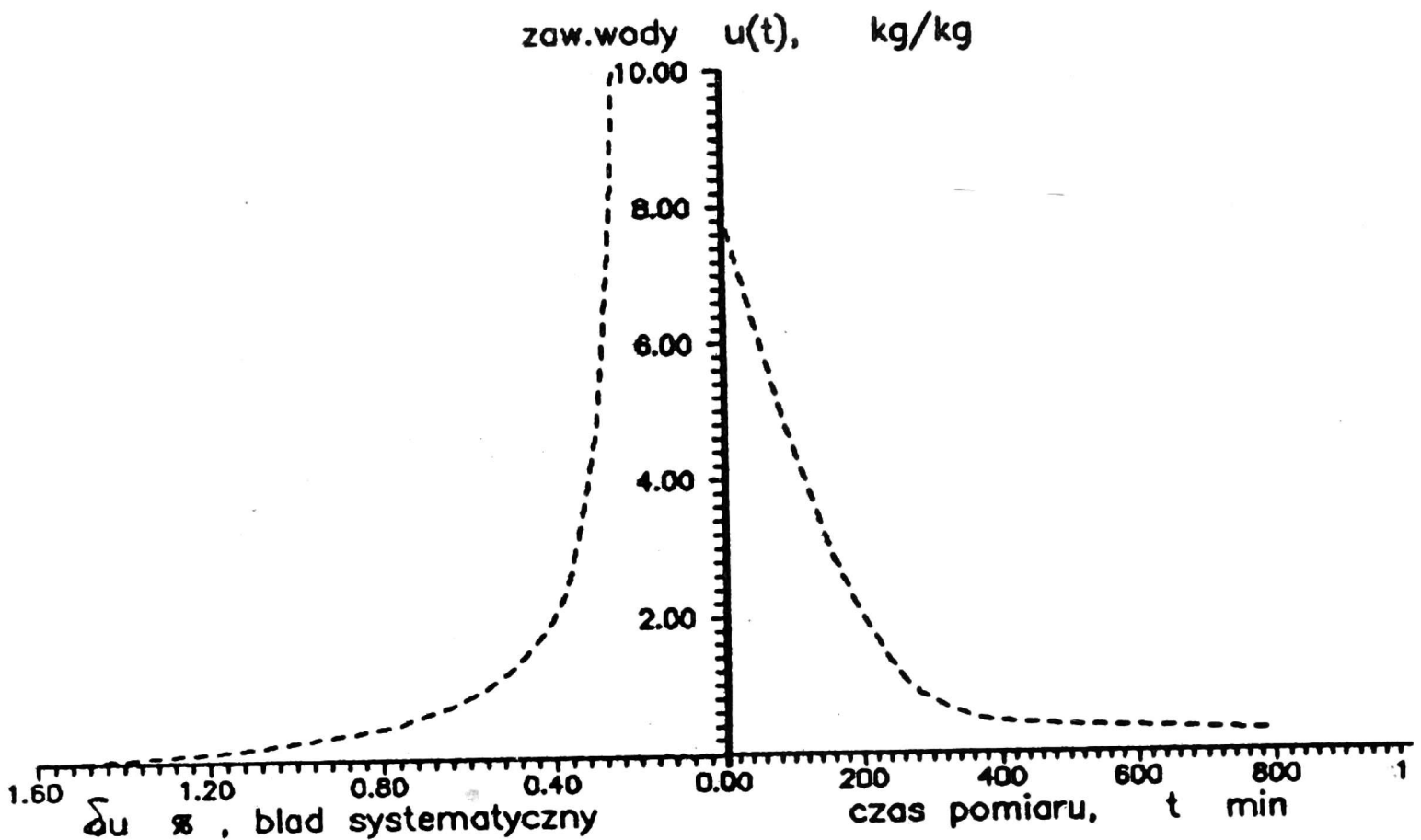
Przykład obliczania błędów systematycznych w pomiarach kinetyki suszenia buraków ćwikłowych

Dokładniej analizę błędów przedstawię na przykładzie obliczania błędów, którymi mogą być obarczone pomiary zmian zawartości wody w burakach ćwikłowych, podczas ich konwekcyjnego suszenia. Ponieważ przed rozpoczęciem pomiarów nie znane były zmiany zawartości wody w czasie suszenia, charakterystyczne dla buraków ćwikłowych, więc nie można było wykorzystać wzoru (2) do określenia początkowej masy próbek, przygotowanych do suszenia i pomiarów. Jednakże w publikowanych materiałach istnieją informacje o charakterystycznych wilgotnościach warzyw. Dla buraków ćwikłowych podawana jest względna wilgotność początkowa w_0 wynosząca około 90%. Ponieważ dokładność wagi przewidzianej do pomiarów wynosiła 0,01 g, a dopuszczalny maksymalny błąd, którego w eksperymencie postanowiono nie przekroczyć 2%, więc do wyznaczenia początkowej masy próbki można było wykorzystać wykres przedstawiony na rys. 1.

Z rysunku tego można odczytać, że powyższe założenia spełnia próbka o masie początkowej nie mniejszej niż 52 g. Gdyby założona dokładność wynosiła 5%, wówczas masa początkowa mogłaby być równa 22 g, natomiast jeśli przyjęta dokładność wynosiłaby 1%, to próbka pomiarowa musiałaby mieć masę początkową przynajmniej 100 g. Do pomiarów przygotowano próbki, w postaci plastrów, o jednakowej grubości i masie początkowej 55-60 g. Następnie rejestrowano zmiany masy próbek buraków w zależności od czasu ich suszenia oraz wyznaczono masę absolutnie suchej substancji każdej próbki. Metodykę i wyniki pomiarów przedstawiono w pracy [Kaleta i in., 1994]. Teraz można było wyznaczyć zależność zawartości wody od czasu, w próbkach buraków ćwikłowych, wg wzoru (1). Również dopiero teraz można było dokładnie obliczyć maksymalną wartość systematycznego błędu względnego, wg wzoru (2), którym mogły być obciążone pomiary, w dowolnym momencie procesu suszenia. Na rys. 3 przedstawiono wykresy zmian zawartości wody od czasu i zmian wartości systematycznego błędu względnego, obliczone dla pomiarów zawartości wody w plastrach buraków, suszonych w temperaturze 60°C.

Minimalizowanie błędów przypadkowych

Z pomiarami wielkości fizycznych związana jest jeszcze druga kategoria błędów, to znaczy błędy przypadkowe. Błąd przypadkowy oblicza się dla każdego, pojedynczego odczytu wartości wielkości mierzonej, względem jej wartości faktycznej. Dobrym i najczęściej stosowanym w obliczeniach estymatorem faktycznej wartości mierzonej zmiennej jest wartość średnia. Aby można było wyznaczyć wartość średnią należy kilkakrotnie powtórzyć pomiar, w warunkach możliwie jednakowych. Teoretyczne wzory pozwalające obliczać wartość średnią dla zmiennych dyskretnych jako sumę szeregu, lub zmiennych ciągłych jako całka funkcji gęstości zmiennej, w przypadku wyznaczania zawartości wody w produktach rolniczych, w szczególności w burakach ćwikłowych, w procesie ich suszenia, są mało przydatne. Zawartość wody w suszonych burakach jest zmienną ciągłą, lecz nie znamy jej funkcji gęstości, natomiast pomiar zawartości wody w tych samych momentach czasu, w kilku powtórzeniach eksperymentu, tak jak dla zmiennej dyskretnej, byłby trudny. Na szczęście, poszukiwanie wartości średniej wymienionymi metodami nie jest obecnie konieczne. Istnieją bowiem matematyczne metody, pozwalające wyznaczać formuły, aproksymujące wyniki skończonej liczby pomiarów zmiennej ciągłej. Metody te opierają się na założeniu, że suma odchyłeń (błędów bezwzględnych) lub ich kwadratów, wartości pomierzonych względem wartości obliczonych z formuły, jest minimalna. Można zatem uznać, że tak wyznaczone formuły empiryczne pozwalają obliczać zależność zawartości wody, jako wartości średniej z pomiarów, w funkcji czasu suszenia.

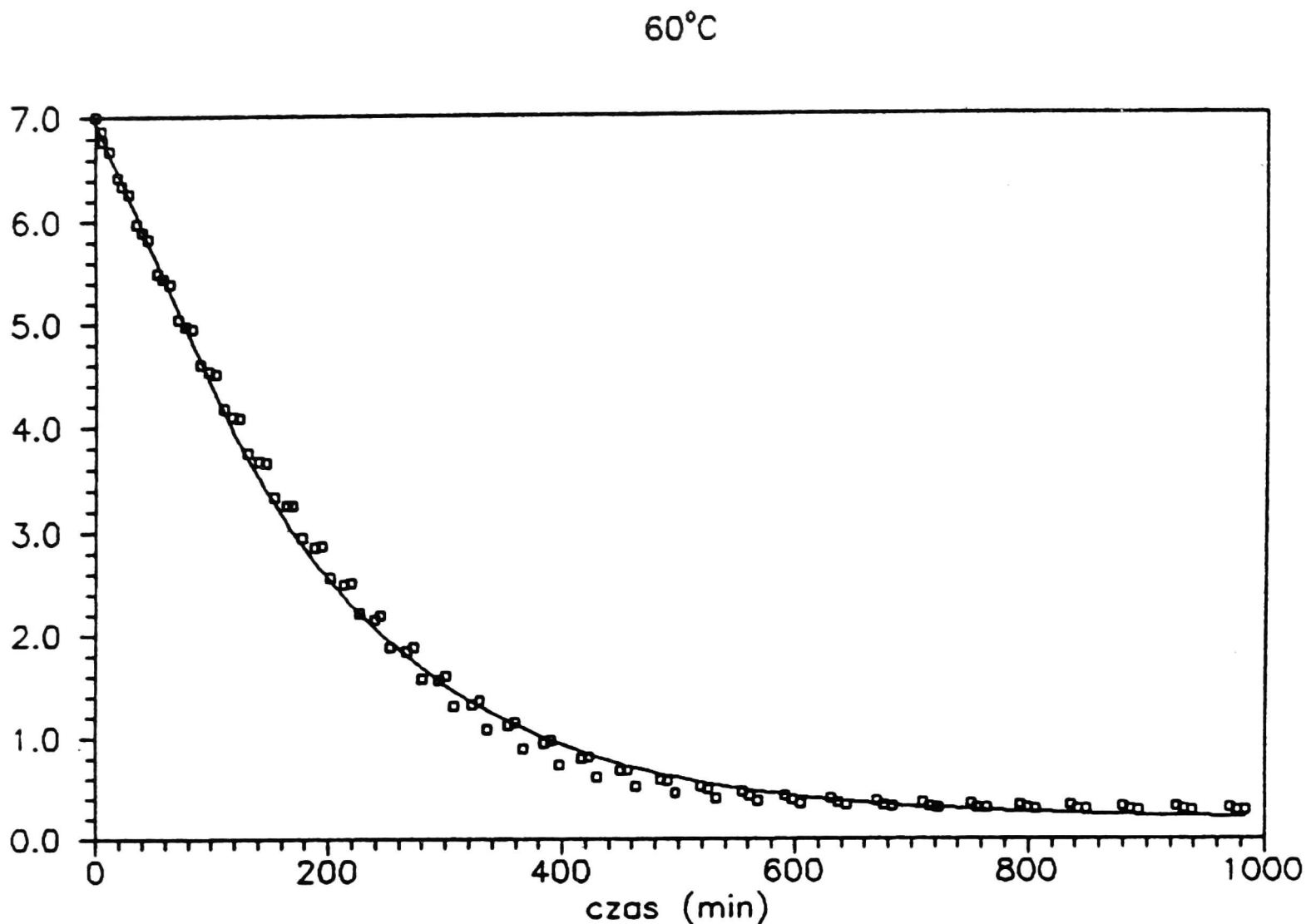


Rys. 3. Wykresy $u(\tau)$ oraz $\delta(\tau)$ otrzymane dla buraków ćwikłowych suszonych w temperaturze 60°C , gdy początkowa masa próbki wynosiła 55 g

Fig. 3. The graphs $u(\tau)$ and $\delta(\tau)$ for red beet dried in 60°C . The initial mass at the red beet sample was 55 g

Na rys. 4 przedstawiono wykres formuły empirycznej, wyznaczonej dla czterech powtórzeń procesu suszenia plastrów buraków cukrowych, aproksymującej wyniki pomiarów zawartości wody w tej samej temperaturze suszenia. Formuła empiryczna stanowi dobrą podstawę obliczania błędów systematycznych przeprowadzonych pomiarów, wykres jej pojawił się już wcześniej na rys. 3. Oznacza to, że dokładność wyznaczania formuły empirycznej określona jest również przez systematyczny błąd wynikający z dokładności przyrządów pomiarowych.

Istnieje wiele gotowych programów komputerowych wyznaczających wzory funkcji aproksymujących wyniki pomiarów, na przykład zawarte w pakietach STATGRAPHICS, ASYSTANT. Wyznaczanie formuł empirycznych, z wykorzystaniem komputera, wymaga pewnego doświadczenia, nie zawsze bowiem



Rys. 4. Wykres formuły empirycznej aproksymującej wyniki pomiarów zawartości wody w plastrach buraków ćwikłowych

Fig. 4. The average moisture content of red beet slices approximated by an empirical formula

formuła, dla której błąd aproksymacji jest bardzo mały jest właściwa. Teoretycznie, można przecież dla n -punktów pomiarowych znaleźć wzór wielomianu $(n-1)$ -go stopnia, dla którego błąd aproksymacji będzie równy zero.

Podsumowanie

Najważniejszym elementem analizy błędów pomiarowych jest obliczanie błędów systematycznych. Możliwość ich obliczania, jeszcze przed rozpoczęciem eksperymentu, umożliwia odpowiednie zaplanowanie stanowiska pomiarowego oraz świadomy wybór aparatury pomiarowej, tak by otrzymana dokładność pomiarów była możliwie największa. Wobec obecnej dostępności w nauce i badaniach

empirycznych komputerów, należy wyniki pomiarów, będące podstawą do dalszej ewentualnie również naukowej analizy procesu, przedstawić w postaci formuł empirycznych, gdyż te minimalizują błędy przypadkowe pomiarów.

Literatura

1. Kaleta A., Jaros M., Markowski M. (1994): Matematyczne modelowanie procesu suszenia buraków ćwikłowych. Cz. I. Pomiary średniej zawartości wody w burakach ćwikłowych, Roczn. Nauk Roln., C-8Q (1).
2. Pabis S. (1985): Metodologia i metody nauk empirycznych. PWN, Warszawa.

M. Jaros

CALCULATION OF ERRORS IN THE DRYING PROCESS RESEARCH PART II. ERRORS ANALYSIS OF THE EVALUATION OF THE KINETICS OF DRYING

S u m m a r y

The systematic and random errors of the measurements carried out while drying solids and an example of evaluation and minimizing of some errors of the kinetics of red beet drying are presented.