CHRIS J. CIESZEWSKI[1], MICHAŁ ZASADA[2]

Dynamiczna forma anamorficznego modelu bonitacyjnego dla sosny pospolitej w Polsce

A dynamic form of the anamorphic site index model for Scots pine in Poland

Abstract: Using an example of a currently used site index model for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in Poland we present here a simple method for derivation of dynamic site index equations from existing static site index equations. The method does not change shape of curves defined by the existing models but it produces an improved forms of site equations that can be used directly with any height-age information instead of a fixed base age site index. While the direct use of the site equations is more consistent with the reality and operational model implementation, the dynamic equations have also additional advantages over the static equations. They are more parsimonious, flexible and operationally useful than the static equation. The presented method may be broadly applicable also to models other than the example presented in this article.

Keywords: site index class, site index, site index model, base-age invariance, dynamic models, initial conditions, Scots pine

Wstęp

Ze względu na ograniczone możliwości nawożenia i nawadniania, leśnictwo jeszcze bardziej niż rolnictwo posługuje się pojęciem bonitacji, czyli ilościowo-jakościową klasyfikacją wydajności siedliska. Bonitacja jest elementem, który włączany jest w różnej formie do większości modeli stosowanych w gospodarce leśnej. W przeszłości modele takie – w postaci wykreślanych odręcznie krzywych czy równań – budowane były jako zależności dwuwymiarowe (np. wysokości od wieku) dla różnych siedlisk czy nawet pojedyńczych drzewostanów. Drzewostany o różnej wydajności, produkcyjności, intensywności wzrostu, czy bonitacji, dzielone były na odróżniane za pomocą symboli, np. Ia, I, II, itp., dyskretne klasy, nazywane klasami bonitacji (np., Schwappach 1908, Szymkiewicz 1971) czy szeregami rozwojowymi (Bruchwald 1977, Bruchwald 1979). Oczywiście klasy te były i są wyróżniane nie ze względu na istniejące w rzeczywistości obiektywne klasy produkcyjności, a raczej ze względu na łatwość posługiwania się taką klasyfikacją. Poźniej, obok symboli określających klasę bonitacji, jako miarę wydajności próbowano zastosować też wartości różnych cech drzewostanu. Jednak ze względu na możliwość wykonania pomiarów, cechą najczęściej używaną do określania bonitacji jest wysokość osiągana przez drzewostan w danym wieku, odniesiona do wysokości w arbitralnie ustalonym wieku porównawczym, nazywanym wiekiem bazowym (np. USDA 1929, Szymkiewicz 1971).

W literaturze wysokość osiągana przez drzewostan w danym wieku, zastosowana do wyrażenia bonitacji, nazywana bywa bonitacją wzrostową (Bruchwald 1977), tempem wzrostu wysokości (Bruchwald 1985), czy wreszcie – chyba najczęściej – indeksem bonitacyjnym lub indeksem siedliskowym – site index (np. Schumacher 1939). Z kolei równania umożliwiające określenie indeksu bonitacyjnego na podstawie wysokości i wieku drzewa lub drzewostanu oraz wysokości w danym wieku na podstawie indeksu bonitacyjnego, noszą nazwę równań (modeli) bonitacyjnych lub siedliskowych.

Wiele modeli bonitacyjnych budowanych było (i jest nadal) jako równania ze stałym wiekiem bazowym. W niniejszym artykule opisany został prosty sposób wyprowadzania dynamicznych równań siedliskowych, wprowadzonych przez Schumachera (1939), których przewidywania są niezmienne dla dowolnych wartości wieku bazowego. Przedstawiony został również przykład przekształcenia istniejącego modelu wzrostu wysokości dla sosny (Bruchwald i in. 2000) w formę dynamiczną zgodnie z metodologią proponowaną przez Cieszewskiego (Cieszewski 2001). Praca zawiera również porównanie powstałego modelu dynamicznego z modelem oryginalnym oraz dyskusję jego zalet.

Równania dynamiczne

Już Stage (1963), Heger (1973) oraz Bailey i Clutter (1974) zauważyli, że kiedy indeks bonitacyjny zostaje wprowadzony do równania siedliskowego po estymacji jego parametrów, uzyskany model może być stosowany tylko dla jednego, arbitralnie określonego wieku bazowego. Wiek ten może również w znaczący sposób wpływać na kształt krzywych bonitacyjnych lub krzywych wzrostowych. Wprowadzili koncepcję niezmienności przewidywań przy zmianach wieku bazowego ("base-age invariance"), w której równanie dynamiczne może dawać wyniki bezpośrednio z jakiejkolwiek pary danych wiek-wysokość bez utraty dokładności przewidywań (Bailey i Clutter 1974). Do wyprowadzenia równań dynamicznych Bailey i Clutter (1974) zastosowali technikę, którą zaczęto nazywać "metodą różnic algebraicznych" (Borders i in. 1984) – MRA ("algebraic difference approach" – ADA). Polega ona na tym, że jeden z parametrów równania bonitacyjnego jest definiowany jako zależny od siedliska, a następnie zastępowany jego rozwiązaniem dla arbitralnych warunków początkowych. Dzięki temu możliwe jest prognozowanie np. wysokości drzewostanu bezpośrednio za pomocą wieku i dowolnej pary obserwacji wieku i wysokości. Eliminuje się w ten sposób konieczność uprzedniego określania indeksu bonitacyjnego, zaś samo jego określanie staje się tylko jednym ze szczególnych przypadków równania, w którym wiek dla którego, prognozuje się wysokość równy jest wiekowi bazowemu.

Metoda różnic algebraicznych, nazwana w ten sposób przez Baileya i Cluttera (1974) składa sie z następujących kroków:

- identyfikacja odpowiedniego modelu:

$$Y(w) = f(w, p_1, \dots p_{n-1}, p_n) \qquad [1]$$

gdzie:

$Y(w)$ – wartość cechy (np. wysokości) w wieku " w",

w – wiek,

$p_1 ... p_n$ – parametry równania.

❑ wybór parametru związanego z siedliskiem i rozwiązanie równania [1] ze względu na ten parametr dla warunków początkowych w_0 i Y_0:

$$p_n = u\,(w,\ Y,\ p_1 ... p_{n-1}) = u\,(w_0,\ Y_0,\ p_1 ... p_{n-1}) \qquad [2]$$

gdzie:

p_n – parametr związany z siedliskiem ("site-specific parametr"),

$w_0,\ Y_0$ – warunki początkowe, czyli dowolna para obserwacji, np. wiek-wysokość.

❑ podstawienie prawej strony rozwiązania [2] do równania wyjściowego [1]:

$$Y\,(w,\ w_0,\ Y_0) = v\,(w,\ w_0,\ Y_0,\ p_1 ... p_{n-1}) \qquad [3]$$

To równanie dynamiczne umożliwia obliczenie wartości zmiennej zależnej, np. wysokości drzewa lub drzewostanu, bezpośrednio z pary pomiarów w_0, Y_0 bez konieczności wprowadzania pośredniego obliczania lub pomiaru wartości Y_0 dla arbitralnie ustalonej wartości w_0 (wieku bazowego). Daje ono jednakowe rezultaty bez względu na wybór w_0, czyli jego wyniki sa niezmienne dla różnych wartości wieku bazowego (base-age invariant). Ponadto model wynikowy [3] charakteryzuje się równą lub mniejszą ilością parametrów, niż model wyjściowy [1].

Opisana metoda ma jednak pewne ograniczenie: w zależności od tego, który z parametrów równania siedliskowego wybrany (zdefiniowany) zostanie jako zależny od siedliska (site-specific), daje ona tylko możliwość wyprowadzania równań anamorficznych lub polimorficznych z pojedynczą asymptotą. Żeby uniknąć tych ograniczeń można stosować uogólnioną metodą różnic algebraicznych opisaną przez Cieszewskiego (1994), Cieszewskiego i Baileya (2000), i Cieszewskiego (2001).

Statyczny model bonitacyjny dla sosny w Polsce

W 1977 roku Bruchwald opublikował pierwszy polski model bonitacyjny dla sosny, który przedstawiał zmianę z wiekiem wysokości górnej drzewostanów w klasach bonitacji nazywanych szeregami rozwojowymi (Bruchwald 1977). Numer szeregu rozwojowego był tu w istocie niczym innym, jak indeksem bonitacyjnym zdefiniowanym jako wysokość górna osiągana przez drzewostan w wieku bazowym równym w tym przypadku 100 lat. Kilka lat później zestaw oddzielnych krzywych bonitacyjnych dla poszczególnych szeregów rozwojowych został przetworzony w jeden model o postaci (Bruchwald 1988):

$$H = B \cdot \left(\frac{w}{30 + 0{,}278675 \cdot w^{1,2}} \right)^{0{,}00007 \cdot w^2 - 0{,}0005 \cdot w + 1{,}8} \qquad [4]$$

gdzie:
H – wysokość górna drzewostanu dowolnym wieku w,
B – tempo wzrostu wysokości (indeks bonitacyjny) – średnia wysokość 250 najgrubszych drzew na powierzchni 1 ha w wieku bazowym równym 100 lat,
w – wiek drzewostanu

Równanie to stało się między innymi elementem modelu wzrostu drzewostanu dla sosny (Bruchwald 1985, 1986) oraz narzędziem służącym do badania różnych zagadnień z zakresu produkcyjności lasu (np., Rymer-Dudzińska 1990, Rymer-Dudzińska i in. 1997). Dzięki dostępowi do aktualnych analiz pniowych wykonanych w drzewostanach sosnowych w drugiej połowie lat 90-tych, oryginalny model został nieco skorygowany (Bruchwald i in. 2000), jednak jego zasadnicza forma nie uległa zmianie. Ostatecznie równanie bonitacyjne dla sosny w Polsce ma następującą postać:

$$H = B \cdot \left\{ \frac{w}{22{,}222222 + 0{,}777778 \cdot w} \right)^2 \qquad [5]$$

Jest to model anamorficzny (proporcjonalny), w którym kształt krzywych bonitacyjnych jest identyczny dla każdej wartości indeksu bonitacyjnego (dla każdej klasy bonitacji). Określenie wysokości drzewa bądź drzewostanu w wieku w wymaga znajomości (lub wcześniejszego obliczenia) wartości B. Równanie to jest prawdziwe tylko dla wieku bazowego 100 lat.

Wyprowadzenie modelu dynamicznego

Zgodnie z koncepcją Baileya i Cluttera (1974), model dynamiczny, którego przewidywania są niezmienne dla dowolnego wieku bazowego ("base-age-invariant"), można uzyskać przez wprowadzenie zamiast jednego z **parametrów** modelu – jego rozwiązania dla warunków początkowych. Model ten można też uzyskać przez wprowadzenie zamiast jednej ze **zmiennych** modelu jej rozwiązania dla warunków początkowych (Cieszewski i Bailey 2000, Cieszewski 2001). Zmienną tą może być wartość B z równania [5]:

$$B = \frac{H_0}{\left(\frac{w_0}{22{,}222222 + 0{,}777778 \cdot w_0} \right)^2} \qquad [6]$$

gdzie:
H_0 – wysokość w wieku w_0,
w_0 – dowolny wiek, w którym dokonano pomiaru wysokości H_0.

Wartość B z równania [6], określoną na podstawie warunków początkowych, czyli dowolnej pary obserwacji wiek-wysokość (w_0-H_0), podstawiamy do równania [5] i po prostych przekształceniach uzyskujemy równanie dynamiczne:

$$H = H_0 \cdot \left(\frac{w \cdot (22{,}222222 + 0{,}777778 \cdot w_0)}{w_0 \cdot (22{,}222222 + 0{,}777778 \cdot w)} \right)^2 = H_0 \cdot \left(\frac{w \cdot (28{,}57142 + w_0)}{w_0 \cdot (28{,}57142 + w)} \right)^2 \qquad [7]$$

Porównanie modeli

W pierwszej kolejności zauważmy, że wyprowadzone równanie [7] dynamiczne przy zwiększonej funkcjonalności ma mniej parametrów, niż równanie oryginalne [5]. Następnie rozważmy funkcjonalność obu równań. Załóżmy, że w dwóch drzewostanach określiliśmy wiek (25 i 35 lat) i pomierzyliśmy wysokość górną (odpowiednio 10 i 9 metrów). Chcemy określić wysokość, jaką będą miały pomierzone drzewostany w wieku 50 i 70 lat. Aby wykonać to zadanie przy użyciu oryginalnego modelu o stałym wieku bazowym [5], musimy dysponować wartością *B* (indeksem bonitacyjnym) dla każdego drzewostanu. Ponieważ wartość ta praktycznie nigdy nie jest mierzona bezpośrednio, musimy ją najpierw obliczyć, korzystając ze wzoru [6] i podstawiając za w_0 i H_0 - wiek i wysokość drzewostanu. Dla przykładowych drzewostanów uzyskujemy odpowiednio wartości indeksu bonitacyjnego 27,78 i 17,96 metra. Są to, zgodnie z definicją, wartości wysokości górnej, jaką analizowane drzewostany uzyskają w wieku bazowym 100 lat. Kolejnym krokiem jest określenie wysokości w interesującym nas wieku z równania [5] na podstawie obliczonego indeksu bonitacyjnego oraz pomierzonego wieku i wysokości. Uzyskujemy odpowiednio 18,6 i 12,02 metra w wieku 50 lat oraz 23,16 i 14,97 metra w wieku 70 lat.

Rozwiązanie podobnego zadania za pomocą modelu dynamicznego jest prostsze, gdyż daje on wyniki bezpośrednio z pomiarów wykonanych w drzewostanie. Wstawiając do wzoru [7] dane w_0 i H_0, czyli dane z pomiarów, oraz w, czyli żądany wiek, uzyskujemy wysokości odpowiednio 18,6 i 12,02 metra w wieku 50 lat oraz 23,16 i 14,97 metra w wieku 70 lat. Są to wartości identyczne, jak pochodzące z modelu oryginalnego. Za pomocą modelu dynamicznego możemy również określić indeks bonitacyjny dla dowolnego wieku bazowego. W tym celu do wzoru [7] należy wprowadzić dane: w_0 *i* H_0, czyli dane z pomiarów, oraz w, czyli wiek bazowy (w tym przypadku 100 lat). Dla omawianego przykładu uzyskujemy odpowiednio wysokości 27,78 i 17,96 metra, które są niczym innym, jak indeksami bonitacyjnymi uzyskanymi dla danego wieku bazowego z równania [6].

Przewaga form dynamicznych

Przedstawiona dynamiczna forma równania bonitacyjnego charakteryzuje się kilkoma zaletami. Po pierwsze – pozwala ona na uproszczenie obliczeń wykonywanych przy pomocy modelu, zwalnia bowiem z konieczności uprzedniego określania wartości *B*. Nie jest to jednak jedyna i najważniejsza cecha – szczególnie, że przy powszechnej dostępności komputerów nie ma to większego znaczenia. Podstawową zaletą modelu dynamicznego jest niezależność prognoz od wyboru wieku bazowego. Określenie indeksu bonitacyjnego (związanego zawsze z jakimś wiekiem bazowym) jest tylko jednym z przypadków szczególnych modelu. Dynamiczna forma modelu daje oczywiście identyczne przewidywania, jak model oryginalny. Opisany schemat może mieć zastosowanie nie tylko do tworzenia równań siedliskowych, lecz również do rozwiązywania innych zagadnień, jak np. szacowanie produkcyjności drzewostanu (Bégin i Schütz 1994, Clutter i in. 1984), określanie pierśnicowego pola przekroju drzewostanu (Pienaar i Shiver 1986) i jego zmian (Harrison i Borders 1996), określanie pierśnicy (Clutter i in. 1983), miąższości (Coile i Schumacher 1964), zagęszczenia drzewostanu (Bailey i in. 1985), czy pochłaniania węgla (Cieszewski i in. 1996).

Kolejną zaletą równań dynamicznych jest ich parsymonia*, którą uzyskać można stosując uogólnioną metodę różnic algebraicznych. Dla lepszego zilustrowania tej zalety, rozważmy następujący hipotetyczny ogólny przypadek modelu bonitacyjnego z pięcioma parametrami (a, c, d, e, f):

$$H = a \cdot B \cdot \left(\frac{c \cdot w}{d + e \cdot w} \right)^{f} \qquad [8]$$

i przekształćmy go do postaci dynamicznej używając sposobu opisanego powyżej, czyli najpierw obliczając *B* z równania [8] na podstawie warunków początkowych w_0 i H_0:

$$B = \frac{H_0}{a \cdot \left(\frac{c \cdot w_0}{d + e \cdot w_0} \right)^{f}} \qquad [9]$$

i podstawiając otrzymaną wartość *B* z powrotem do równania [8]:

$$H = \frac{a \cdot H_0}{a} \cdot \left(\frac{c \cdot w \cdot (d + e \cdot w_0)}{c \cdot w_0 \cdot (d + e \cdot w)} \right)^{f} \qquad [10]$$

Po uproszczeniu równania [10] zamiast równania z pięcioma parametrami, uzyskujemy równanie z dwoma parametrami (gdzie $d'=d/e$):

$$H = H_0 \cdot \left(\frac{w \cdot (d' + w_0)}{w_0 \cdot (d' + w)} \right)^{f} \qquad [11]$$

Zastosowanie metody różnic algebraicznych oraz jej rozwinięć pozwala więc na uproszczenie modelu przez wyeliminowanie nadmiarowych parametrów bez zmiany właściwości równań.

Podsumowanie i wnioski

W pracy przedstawiono prosty sposób, za pomocą którego można zmienić istniejące równanie bonitacyjne o stałym wieku bazowym w równanie dynamiczne. Dzięki tej transformacji możliwe jest prognozowanie wysokości drzewa lub drzewostanu w dowolnym wieku bezpośrednio za pomocą dowolnej pary pomiarów wieku i wysokości. Eliminuje to konieczność uprzedniego określania indeksu bonitacyjnego oraz uwalnia analizy prowadzone za pomocą modelu od konieczności posługiwania się arbitralnie ustalonym wiekiem bazowym. Zastosowanie opisanej metody na etapie tworzenia modelu pozwala w wielu przypadkach na znaczne jego uproszczenie bez utraty dokładności przewidywań.

---

* Parsymonia – termin użyty przez Cieszewskiego i Baileya (2001), pochodzący od łacińskiego słowa *parsimonia*, oznaczającego oszczędność. Słowo to, przejęte z łaciny przez wiele języków europejskich, nie występuje w słownikach języka polskiego. Było ono jednak stosowane niezależnie przez profesora Krzysztofa Kaniastego (obecnie Indiana University of Pensylweania) w wykładach z metodologii nauk na Uniwersytecie Opolskim w znaczeniu "piękny w swojej prostocie" (źródło: Internet i kontakty osobiste z prof. Kaniastym)

Istniejąca forma modelu bonitacyjnego dla sosny w Polsce i jego przekształcenia do formy dynamicznej zachowują jego pierwotny anamorfizm. W celu osiągnięcia modelu polimorficznego konieczna jest zmiana postaci istniejącego równania, jego ponowne wyprowadzenie i dopasowanie do danych empirycznych.

[1] *Warnell School of Forest Resources*
University of Georgia, Athens, GA, 30602, USA
biomat@uga.edu

[2] *Samodzielny Zakład Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu,*
Wydział Leśny, SGGW
ul. Rakowiecka 26/30, Warszawa
les_kpl@delta.sggw.waw.pl

Literatura

Bailey R.L., Clutter J.L., 1974. Base-age invariant polymorphic site curves. For. Sci. 20: 155-159.

Bailey R.L., Borders B.E., Ware K.D., Jones E.P., 1985. A compatible model relating slash pine plantation survival to density, age, site index, and type and intensity of thinning. For. Sci. 31: 180-189.

Bégin J., Schütz J.P., 1994. Estimation of total yield of Douglas-fir by means of incomplete growth series. Ann. Sci. For. 51: 345-355.

Borders B.E., Bailey R.L., Ware K.D., 1984. Slash pine site-index from a polymorphic model by joining (splining) nonpolynomial segments with an algebraic difference method. For. Sci. 30: 411-423.

Bruchwald A., 1977. Change in Top Height of Pine Forest Stands with Age. Bull. Acad. Pol. Sc., Ser. Biol., 5: 335-342.

Bruchwald A., 1979. Zmiana z wiekiem wysokości górnej w drzewostanach sosnowych. Sylwan, 2: 1-11.

Bruchwald A., 1985, Model wzrostowy MDI-1 dla sosny. Las Pol. 9: 10, 15.

Bruchwald A., 1988. Introductory program of the MDI-1 growth model for Scots pine. Ann. Warsaw Agric. Univ. - SGGW-AR, For. and Wood Technol., 36: 3-9.

Bruchwald A., Rymer-Dudzińska T., Dudek A., Michalak K., Wróblewski L., 1985. Wstępne wyniki badań nad produkcyjnością drzewostanów świerkowo-sosnowych północno-wschodniej Polski. Sylwan, 9: 1-12.

Bruchwald A., Michalak K., Wróblewski L., Zasada M., 2000. Analiza funkcji wzrostu wysokości dla różnych regionów Polski. W: Przestrzenne zróżnicowanie wzrostu sosny. Fundacja Rozwój SGGW: 84-91.

Cieszewski C.J., 1994. Development of a variable density height-growth-model through defining multidimensional height growth spaces. Praca doktorska. University of Alberta, Edmonton, Kanada.

Cieszewski C.J., 2001. Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. Can. J. For. Res. 31 (1): 165-173.

Cieszewski C.J., 2002. Comparing Fixed- and Variable-Base-Age Site Equations Having Single Versus Multiple Asymptotes. For. Sci. 48 (1): 7-23.

Cieszewski C.J., Bailey R.L., 2000. Generalized Algebraic Difference Approach: Theory Based Derivation of Dynamic Site Equations with Polymorphism and Variable Asymptotes. For. Sci. 46 (1): 116-126.

Cieszewski C.J., Turner D.P., Phillips D.L., 1996. Statistical analysis of error propagation in national level carbon budgets. W: Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciances: Second International Symposium, 21-23 maja 1996, Fort Collins, Colorado. Ed: Mowrer H.T., Czaplewski R.L. USDA Forest Service. Rocky Mountain Research Station, Ford Collins, Colorado, i Smith J.L., Champion International, Jackson, Ploryda: 649-658.

Clutter J.L., Fortson J.C., Pienaar L.V., Brister G.H., Bailey R.L., 1983. Timber management: a quantitative approach. John Wiley and Sons, Inc. New York.

Clutter J.L., Harms W.R., Brister G.H., Rheney J.W., 1984. Stand structure and yields of site-prepared loblolly pine plantations in the Lower Coastal Plain of the Carolinas, Georgia, and North Florida. USDA For. Sev. Gen. Tech. Rep. SE-27. 173p.

Coile T.S., Schumacher F.X., 1964. Soil-site relations, stand structure, and yields of slash and loblolly pine plantations in the southern U.S. T.S. Coile, Inc., Forest Land Consultants, Durham, N.C.

Harrison M.W, Borders B.E, 1996. Yield Prediction and Growth Projection For Site-prepared Loblolly Pine Plantations in the Carolinas, Georgia, Alabama and Florida. PMRC Tech. Rep. 1996-1. Plantation Management Research Cooperative. Daniel B. Warnell School of Forest Resources. University of Georgia. Athens, GA. 64p.

Heger L., 1973. Effect of index age on the precision of site index. Can. J. For. Res. 3: 1-6.

Pienaar L.V., Shiver B.D., 1986. Basal area prediction and projection equations for pine plantations. For. Sci. 32 (3): 626-633.

Rymer-Dudzińska T., 1990. Change of the height growth rate in pine stands growing under the influence of industrial emissions. Ann. Warsaw Agricult. Univ. - SGGW-AR, For. and Wood. Technol., 40: 19-25,

Rymer-Dudzińska T., Dudek A., Michalak K., Wroblewski L., Siekierski K., Bosiak P., Zasada M., 1997. Wzrost wysokosci i grubosci drzew roznych klas Krafta w drzewostanach sosnowych sasiadujacych z elektrownia Kozienice. Sylwan, 1: 5-23

Schumacher F.X., 1939. A new growth curve and its application to timber yield studies. J. For. 37: 819-820.

Schwappach A., 1908. Die Kiefer. Wirtschaftliche und statische Untersuchungen der Forstlichen Abteilung der Hauptstation des forstlichen Versuchswechungens in Eberswalde. Verlag J. Neumann. Neudamm 1908

Stage A.R., 1963. A mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir. For. Sci. 9: 167-180.

Szymkiewicz, B., 1971. Tablice zasobności i przyrostu drzewostanów ważniejszych gatunków drzew leśnych zestawione na podstawie tablic niemieckich, radzieckich i polskich. Wydanie IV. PWRiL, Warszawa.

USDA, 1929. Miscellaneous publication No. 50. Washington, D.C.

Summary

A dynamic form of the anamorphic site index model for Scots pine in Poland

Site quality in forestry is usually described by site index, which is a height at an arbitrarily assumed fixed base age. Accordingly, site dependent height models, and site index prediction models, are frequently developed as two separate equations (e.g., [5] and [6]) depending on this arbitrary base age. However, a more effective method of modeling these variables is through use of base-age invariant (Bailey and Clutter 1974) dynamic equations that predict heights for any prediction age directly from heights at any observation age (Schumacher 1939). Following the approach proposed by Cieszewski and Bailey (2000) we describe here a derivation of a base-age invariant dynamic site index equation from an existing fixed base age equation that is currently used operationally for predicting growth of Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) stands in Poland. The proposed new dynamic equation generates identical predictions as the original equations, while it is more parsimonious, flexible, and convenient in use. The applied here method of derivation consisted essentially of substituting the site index in the original equation with its initial condition solution.