

MIECZYŚLAW TURSKI

## Przydatność niektórych wzorów dendrometrycznych do określania miąższości bez kory strzał sosny V klasy wieku

Usefulness of Some Dendrometric Formulas to Defining the In-Bark Pine Stem Volume in the V Age Class

### Wstęp

**D**o określania miąższości strzał i ich części służą wzory dendrometryczne. W praktyce zastosowanie znajdują te z nich, które cechuje prostota budowy i dokładność uzyskiwanych wyników. Dlatego przeprowadzono wiele badań, które miały na celu ustalenie teoretycznej i empirycznej dokładności tych wzorów.

Różnica między teoretycznym a empirycznym sposobem oceny dokładności wzorów tkwi w obiekcie badań. Teoretyczną ocenę przeprowadza się na bryłach regularnych o równaniu tworzącej  $y = p x^r$ . Poznanie teoretycznej dokładności wzorów dendrometrycznych zawdzięczamy w dużej mierze wynikom badań Wielgosza [13].

Dokładność empiryczną stanowi różnica między miąższością oznaczoną stosowanym wzorem a miąższością rzeczywistą (bezbłądną). Za wartość rzeczywistą powinno się przyjmować miąższość ustaloną na podstawie pomiaru ksylometrycznego. Jednak przy rozpatrywaniu dokładności empirycznej wzorów dendrometrycznych porównujemy zwykle miąższość określoną tymi wzorami z miąższością oznaczoną sposobami sekcyjnymi.

Wzór Hubera, jako jeden z najprostszych sposobów oznaczania miąższości drewna, znalazł powszechne zastosowanie w praktyce. Wobec tego najwięcej prac poświęcono badaniom dokładności tego wzoru. Oceną jego dokładności zajmowali się w Polsce m.in.: Grochowski [3], Gieruszyński [2], Radwański [8], Rosa [9], Grodzki [4, 5], Bruchwald i Grochowski [1], Meixner [6, 7] oraz Lemke [10].

W mniejszym stopniu oceniano dokładność innych wzorów dendrometrycznych. Tą problematyką zajmowali się Grochowski [3], Radwański [8], Meixner [6] i Lemke [10].

Niniejsze opracowanie jest kontynuacją dwóch wcześniejszych prac autora [11, 12] i dotyczy oceny dokładności określania miąższości strzał sosnowych bez kory za pomocą mniej znanych i rzadziej stosowanych wzorów dendrometrycznych.

## Materiał badawczy

Materiał pomiarowy został zebrany w 1961 roku przez Katedrę Dendrometrii AR w Poznaniu na terenie LZD w Murowanej Goślinie. Pochodził on z jednego hektara zrębu zupełnego, założonego w litym drzewostanie sosnowym, rosnącego na siedlisku boru świeżego. Wiek drzewostanu wynosił 88 lat, przeciętna pierśnica 28,4 cm, przeciętna wysokość 21,82 m, bonitacja II<sub>2</sub>, czynnik zadrzewienia 0,94.

Na 432 ściętych drzewach pomierzono długość strzał z zaokrągleniem do 1 cm oraz grubość bez kory w środku jednometrowych sekcji. Grubość pomierzono w kierunkach NS i EW z zaokrągleniem do jednego mm. Z taką samą dokładnością określono średnie grubości, a odpowiadające im pola przekroju ustalono z zaokrągleniem do 0,0001 m<sup>2</sup>. Miąższość strzał bez kory obliczono sekcyjnym wzorem środkowego przekroju (Hubera) z zaokrągleniem do 0,0001 m<sup>3</sup>.

Korzystając z sekcyjnego pomiaru grubości, określono drogą interpolacji grubości niezbędne do obliczenia miąższości strzał za pomocą rozpatrywanych w tej pracy wzorów.

## Cel, zakres i metodyka badań

Celem niniejszej pracy było określenie empirycznej dokładności ustalania miąższości strzał całkowitych bez kory za pomocą niżej podanych wzorów dendrometrycznych:

### Wzory jednoczłonowe, oparte na pomiarze jednej grubości

Höjera	$V = 0,73 g_{0,34} L$
Lönnrotha 1	$V = 0,7 g_{1/4} L$
Lönnrotha 2	$V = 2/3 g_{1/5} L$
Lönnrotha 3	$V = 2/3 d_{0,4}^2 L$
Lönnrotha 4	$V = 0,6 d_{0,3}^2 L$
Meixnera	$V = (5 g_{1/5} + 3gL) \frac{L}{8}$
Petriniego	$V = 25/32 g_{0,36} L$
Sirakoffa 1	$V = 0,57 g_{1/10} L$
Sirakoffa 2	$V = 0,97 g_{1/2} L$
Tor Jonsona	$V = 0,71 g_{0,33} L$

## Wzory dwuczłonowe, oparte na pomiarze dwóch grubości

$$\text{dwupołówkowy} \quad V = (g^{1/4} + g^{3/4}) \frac{L}{2}$$

$$\text{Gausa} \quad V = (g^{1/5} + g^{4/5}) \frac{L}{2}$$

$$\text{Gieruszyńskiego} \quad V = (0,23 g^{1/10} + 0,58 g^{1/2} + 0,19 gL) L$$

$$\text{Kozicyna} \quad V = \Pi/4 (d_{0,21} + d_{0,79}) \cdot L$$

$$\text{Oetzla} \quad V = (5 g^{1/4} + 3 g^{3/4} + gL) \frac{L}{9}$$

$$\text{Schiffa} \quad V = (0,61 g^{1/4} + 0,62 g^{3/4} - 0,23 \left( \frac{d^{3/4}}{d^{1/4}} \right) g^{1/4}) L$$

$$\text{Szustowa} \quad V = 0,57 d^{1/3} d^{1/2} L$$

$$\text{Tretiakowa} \quad V = 0,5795 d^{1/4} \sqrt{d^{1/4} d^{1/2}} L$$

$$\text{Van der Vlieta} \quad 2 V = 0,64 d^{1/4} d^{1/2} L$$

## Wzory wieloczłonowe

$$\text{Iwaskiewicz} \quad V = (3 g^{1/4} + 2 g^{1/2} + 3 g^{3/4}) \frac{L}{8}$$

$$\text{Orłowa} \quad V = (g^{1/6} + g^{1/2} + g^{5/6}) \frac{L}{3}$$

$$\text{Simonyego 1} \quad V = (2 g^{1/4} + 2 g^{3/4} - g^{1/2}) \frac{L}{3}$$

$$\text{Simonyego 2} \quad V = (g^{1/7} + g^{1/2} + g^{6/7}) \frac{L}{3}$$

$$\text{Van der Vlieta 1} \quad V = (3 g^{1/6} + 2 g^{1/2} + 3 g^{5/6}) \frac{L}{8}$$

Symbole w tych wzorach oznaczają:  $V$  — miąższość,  $L$  — długość strzały,  $g$  — pole przekroju poprzecznego i  $d$  — grubość. Indeksy przy  $g$  i  $d$  oznaczają względną ich odległość od podstawy strzały. We wzorach Meixnera, Oetzla i Gieruszyńskiego, w których występuje pole przekroju górnego ( $gL$ ) dla strzały całkowitej ma ono wartość równą 0.

Posługując się wymienionymi wzorami obliczono miąższość wszystkich 432 strzał bez kory. Za wielkość bezbłędną przyjęto wyniki sekcyjnego pomiaru ich miąższości. Na podstawie tych danych określono dla poszczególnych wzorów wtórne błędy procentowe.

Za miarę dokładności przyjęto średnią arytmetyczną wtórnych błędów procentowych ( $\bar{p}$ ) i odchylenie standardowe tych błędów ( $S_p$ ). Obie te charakterystyki stanowią podstawę oceny dokładności rozpatrywanych wzorów. Średnią arytmetyczną błędów procentowych

( $\bar{p}$ ) można interpretować jako błąd systematyczny analizowanego wzoru, odchylenie standardowe ( $S_p$ ) stanowi zaś miarę rozsiewu błędów wokół średniej arytmetycznej. W związku z tym przy pomiarze pojedynczej losowo wybranej strzały bez kory należy się liczyć z możliwością popełnienia błędu procentowego ( $p$ ) zawartego w granicach wyznaczonych przez:

$$p = \bar{p} \pm S_p$$

Określono ponadto dokładność analizowanych wzorów przy łącznym pomiarze wszystkich strzał drzewostanu ( $p_w$ ). Uzyskane wyniki zestawiono w tabeli.

## Wyniki

Z porównania odchyłeń standardowych ( $S_p$ ) wyliczonych dla poszczególnych wzorów (tabela) wynika, że największe wielkości tej charakterystyki wykazują z reguły wzory jednoczłonowe, mniejsze dwuczłonowe, a najmniejsze wieloczłonowe. Prawidłowości takiej nie stwierdzono w odniesieniu do średnich arytmetycznych błędów procentowych i błędów charakteryzujących łączny pomiar miąższości.

W grupie wzorów jednoczłonowych miąższość bez kory strzał określono najdokładniej przy użyciu wzoru Sirakoffa 2. Dla tego wzoru liczba błędów dodatnich i ujemnych jest prawie taka sama. Miąższość ustalona tym wzorem jest obarczona błędem wynoszącym  $-0,17\% \pm 5,18\%$ .

Wzory pozostałe w tej grupie, tj. Sirakoffa 1, Petriniego, Lönnrotha 3, Lönnrotha 1, Lönnrotha 2 i Lönnrotha 4 wykazują przewagę błędów dodatnich od 59,0% do 98,1% wypadków, a wzory Meixnera, Höjera i Tor Jonsona przewagę błędów ujemnych od 71,8% do 85,2%. Odnośne błędy w tej grupie wzorów wynoszą od  $-3,85\% \pm 3,88\%$  do  $7,38\% \pm 3,99\%$ .

Wśród wzorów dwuczłonowych najdokładniejsze okazały się wzory Tretiakowa i Gieruszyńskiego odznaczające się błędami  $0,13\% \pm 2,84\%$  i  $0,64\% \pm 5,05\%$ . Wzory Oetzla, dwupółkowy i Gaussa wykazują przewagę błędów ujemnych od 68,9% do 90,3% a wzory Van der Vlieta 2, Schiffila i Szustowa przewagę błędów dodatnich od 60,4% do 71,3%. We wszystkich przypadkach błędami ujemnymi charakteryzuje się wzór Kozicyna.

Spośród wzorów wieloczłonowych najdokładniej miąższość strzał bez kory można określić wzorem Iwaszkiewicza. Miąższość ustalona tym wzorem jest obarczona błędem  $-0,46\% + 2,76\%$ , a liczba błędów dodatnich wynosi 43,7%. Pozostałe wzory, tj. Simonyego 1, Orłowa, Van der Vlieta 1 i Simonyego 2 charakteryzują się zdecydowaną przewagą błędów ujemnych od 72,2% do 94,4%. Badania Lemke [10] odnoszące się do tego samego drzewostanu wykazały, że najdokładniejszymi wzorami, spośród rozpatrywanych przez niego, okazały się wzory Tjurina i Hossfelda, dające błędy  $-0,6\% \pm 4,2\%$  i  $1,3\% \pm 4,6\%$ .

Dotychczasowe rozważania oceniały przydatność wzorów do określania miąższości pojedynczych strzał. Ich dokładność przy łącznym pomiarze miąższości całego drzewostanu charakteryzują wtórne błędy procentowe zestawione w tabeli. Z jej danych wynika, że w grupie wzorów jednoczłonowych najlepsze rezultaty uzyskać można stosując wzór Sirakoffa 2 i Sirakoffa 1. Wtórne błędy procentowe dla tych wzorów wynoszą 0,48% i 0,66%.

TABELA  
Dokładność określania miąższości bez kory strzał sosnowych przy użyciu wybranych wzorów dendrometrycznych

Wzór dendrometryczny	Określono z błędami		Średnia arytm. wtórnych błędów procentowych $\bar{p}$	Odchylenie standardowe wtórnych błędów procentowych $S_p$	Łączny pomiar miąższości $p_w$
	ujemnymi	dodatnymi			
	%	%			
----- Wzopry jednoczłonowe -----					
Höjera	75,9	24,1	-2,46	3,90	-1,98
Lönnrotha 1	11,3	88,7	4,22	3,69	4,39
Lönnrotha 2	10,4	89,6	4,65	4,00	4,78
Lönnrotha 3	17,8	82,2	3,89	4,47	4,58
Lönnrotha 4	1,9	98,1	7,38	3,99	7,77
Meixnera	71,8	28,2	-1,87	3,75	-1,75
Petriniego	35,2	64,8	1,53	4,04	2,07
Sirakoffa 1	41,0	59,0	1,01	4,78	0,66
Sirakoffa 2	48,1	51,9	-0,17	5,18	0,48
Tor Jonsona	85,2	14,8	-3,85	3,88	-3,43
----- Wzory dwuczłonowe -----					
dwupołówkowy	69,7	30,3	-1,59	-3,35	-1,88
Gaussa	90,3	9,7	-4,44	3,47	-4,85
Gieruszyńskiego	44,9	55,1	0,64	5,05	0,77
Kozicyna	100,0	0,0	-14,27	5,01	-14,98
Oetzla	68,9	31,1	-1,29	2,81	-1,41
Schiffa	34,9	65,1	1,17	3,02	0,97
Szustowa	28,7	71,3	1,75	3,41	2,07
Tretiakowa	50,5	49,5	0,13	2,84	0,42
Van der Vlieta 2	39,6	60,4	0,81	3,02	1,22
----- Wzory wieloczłonowe -----					
Iwaskiewiczza	56,3	43,7	-0,46	2,76	-0,51
Orłowa	90,3	9,7	-3,14	2,35	-3,25
Simonyego 1	72,2	27,8	-3,07	4,95	-3,65
Simonyego 2	94,4	5,6	-3,49	2,93	-3,68
Van der Vlieta 1	93,8	6,2	-3,89	2,48	-4,11
----- Wzory z pracy J. Lemke -----					
Hossfelda	39,3	60,3	1,3	4,6	1,2
Hubera	31,1	68,7	2,8	6,5	3,5
Simonyego	72,3	27,7	-3,4	-6,2	-4,0
Tjurina	59,2	40,0	-0,6	4,2	-0,4

Z wzorów dwuczłonowych pierwsze miejsce zajmuje wzór Tretiakowa dający błąd 0,42%. Natomiast spośród wzorów wieloczłonowych najdokładniejszy jest wzór Iwaszkiewicza o błędzie  $-0,51\%$ . Pozostałe z rozpatrywanych wzorów we wszystkich grupach cechują się mniejszymi dokładnościami.

Porównując wyniki uzyskane w tej pracy oraz przez Lemke [10] należy stwierdzić, że spośród porównywanych 28 wzorów najdokładniejsze wyniki, przy łącznym pomiarze strzał bez kory, otrzymano posługując się wzorami Tjurina (wtórny błąd procentowy  $-0,4\%$ ), Tretiakowa  $0,42\%$ , Sirakoffa-2 —  $0,48\%$ , Iwaszkiewicza  $-0,51\%$ , Sirakoffa 1 —  $0,66\%$ , Gieruszyńskiego  $0,77\%$  i Schiffla  $0,97\%$ . W interwale od  $1\%$  do  $2\%$  zawarte są wartości bezwzględne błędów wykazane przez wzory Hossfelda, Van der Vlieta 2, Oetzla, Meixnera, dwupołówkowy i Höjera.

W granicach od  $\pm 2\%$  do  $\pm 4\%$  znajdują się błędy wzorów: Szustowa, Orłowa, Tor Jonsona, Hubera, Simonyego 1, Simonyego 2 i Simonyego. Pozostałe wzory odznaczają się błędami powyżej  $\pm 4\%$ .

## Wnioski

Podsumowując uzyskane wyniki można sformułować następujące wnioski:

- Biorąc pod uwagę bezwzględne wartości średnich arytmetycznych błędów można analizowane wzory podzielić na trzy grupy:

grupa I — wzory o  $|\bar{p}| < 2\%$

grupa II — wzory o  $4\% > |\bar{p}| \geq 2\%$

grupa III — wzory o  $|\bar{p}| \geq 4\%$

Do grupy I zalicza się wzory (według malejącej dokładności): Tretiakowa ( $0,13\%$ ), Sirakoffa 2 ( $-0,17\%$ ), Iwaszkiewicza ( $-0,46\%$ ), Tjurina ( $-0,6\%$ ), Gieruszyńskiego ( $0,64\%$ ), Van der Vlieta 2 ( $0,81\%$ ), Sirakoffa 1 ( $1,01\%$ ), Schiffla ( $1,17\%$ ), Oetzla ( $-1,29\%$ ), Hossfelda ( $1,3\%$ ), Petriniego ( $1,53\%$ ), dwupołówkowy ( $-1,59\%$ ), Szustowa ( $1,75\%$ ) i Meixnera ( $-1,87\%$ ).

Drugą grupę tworzą wzory: Höjera ( $-2,46\%$ ), Hubera ( $2,8\%$ ), Simonyego 1 ( $-3,07\%$ ), Simonyego ( $-3,4\%$ ), Simonyego 2 ( $-3,49\%$ ), Tor Jonsona ( $-3,85\%$ ), Van der Vlieta 1 ( $-3,89\%$ ) i Lönnrotha 3 ( $3,89\%$ ).

Do grupy III należą wzory Lönnrotha 1 ( $4,22\%$ ), Gaussa ( $-4,44\%$ ), Lönnrotha 2 ( $4,65\%$ ), Lönnrotha 4 ( $7,38\%$ ) i Kozicyna ( $-14,27\%$ ). Wzory zaliczone do tej grupy można ocenić jako mało przydatne do określania miąższości strzał sosny bez kory.

- Najbardziej przydatny do określania miąższości bez kory pojedynczych strzał, jak również całego drzewostanu (z grupy wzorów jednoczłonowych), jest wzór Sirakoffa 2 ( $p = -0,17\% \pm 5,18\%$ ;  $p_w = 0,48\%$ ). Według badań Lemke [10], przeprowadzonych na tym samym materiale empirycznym, najdokładniejszy wynik osiągnięto stosując wzór Tjurina ( $p = 0,6\% \pm 4,2\%$ ;  $p_w = -0,4\%$ ). Wynika z tego, że wzorem Sirakoffa 2 (podobnie jak wzór Tjurina należący do najmniej pracochłon-

nych) w odniesieniu do 88-letniego drzewostanu sosnowego, osiąga się największą dokładność.

- Biorąc pod uwagę to, że nakład pracy przy ustalaniu miąższości wzorem Sirakoffa 2 jest taki sam jak wzorem Hubera (powszechnie stosowanym w praktyce), celowym byłoby ocenić jego dokładność na znacznie większym materiale empirycznym. Wzór Sirakoffa 2 charakteryzował się dużą dokładnością także w dwóch wcześniej analizowanych przez autora [11, 12] drzewostanach.
- Miąższość bez kory tak pojedynczych strzał, jak i łącznie całego drzewostanu w grupie wzorów dwuczłonowych określa się z dużą dokładnością wzorem Tretiakowa ( $p = 0,13\% \pm 2,84\%$ ;  $p_w = -0,93\%$ ).
- W grupie wzorów wieloczłonowych na wyróżnienie zasługuje przede wszystkim wzór Iwaszkiewicza ( $p = -0,46\% \pm 2,76\%$ ;  $p_w = -0,51\%$ ).
- Przy łącznym ustalaniu miąższości strzał bez kory, spośród analizowanych 28 wzorów, za najdokładniejsze należy uznać wzory Tjurina, Sirakoffa 2 oraz Iwaszkiewicza.
- Podane w tej pracy rezultaty badań odnoszą się do jednego 88-letniego drzewostanu sosnowego. Oczywiście jest, że w innych drzewostanach może wystąpić różniaca się pod względem dokładności kolejność wzorów, niż w tej pracy. Dotyczy to przede wszystkim wzorów, co do których nie prowadzono dotychczas szerszych badań nad ich dokładnością. Wobec tego celowe jest dokonanie analogicznych badań na znacznie bogatszym materiale empirycznym, obejmującym drzewostany różnych klas wieku, zmienne warunki siedliskowe, a przede wszystkim inne gatunki drzew.

## Literatura

1. **Bruchwald A., Grochowski J.**, 1977. Właściwa liczba kształtu strzały  $f_{1/2}$  w drzewostanach sosnowych jako miara pełności strzały i podstawa oceny dokładności wzoru środkowego przekroju. Sylwan 12.
2. **Gieruszyński T.**, 1953. O dokładności wzoru Hubera. Sylwan 4.
3. **Grochowski J.**, 1933. Wykładnik kształtu strzały. Jego rola w dendrometrii i w doświadczałnictwie leśnym. RNRiL, t. XXIX.
4. **Grodzki M.**, 1968. Ocena dokładności wzoru Hubera przy pomiarze dłuźyc kopalniakowych. Prace IBL 359.
5. **Grodzki M.**, 1975. Badania dokładności wzoru Hubera przy pomiarze dłuźyc kopalniakowych. Praca doktorska. Maszynopis w Katedrze Dendrometrii AR w Poznaniu.
6. **Meixner J.**, 1994. Praktyczna dokładność wzoru Gieruszyńskiego w porównaniu z innymi wzorami dendrometrycznymi. Sylwan 4.
7. **Meixner J.**, 1995: Dokładność ustalania miąższości strzał sosen w korze za pomocą wzorów opartych na polu przekroju poprzecznego  $g_{L/n}$ . PTPN, t. LXXX.

8. **Radwański B.**, 1962. Ocena dokładności i przydatności w praktyce prostszych sposobów oznaczania przyrostu miąższości na drzewach leżących. Prace IBL 243.
9. **Rosa W.**, 1968. Analiza zmiany dokładności wzoru pięciu równych sekcji dla sosny po okorowaniu. Fol. For. Pol. Ser. A.
10. **Lemke J.**, 1981. Dokładność określania miąższości strzał sosnowych przy użyciu zwykłych wzorów dendrometrycznych. PTPN, t. LII.
11. **Turski M.**, 1994. Przydatność niektórych wzorów dendrometrycznych do określania miąższości bez kory strzał sosny II klasy wieku. PTPN t. LXXVIII.
12. **Turski M.**, 1996. Przydatność niektórych wzorów dendrometrycznych do określania miąższości bez kory strzał sosny III klasy wieku. Roczniki AR.
13. **Wielgosz T.**, 1923. Teoria dokładności wzorów ksylogometrycznych. RNRiL, t. XV.

*Z Katedry Dendrometrii  
Akademii Rolniczej w Poznaniu*

## **Summary**

### **Usefulness of Some Dendrometric Formulas to Defining the In-Bark Pine Stem Volume in the V Age Class**

An attempt was undertaken to define empirical precision for determining the volume of whole stems in-bark in the 88-year-old pine stand, using 24 dendrometric formulas. The arithmetic mean of secondary percentage errors and the standard deviation of those errors were adopted as the measure of precision. Those both features were a basis for determining the precision of the formulas under discussion. Moreover, the precision of the formulas was determined at joint measuring of all stems in the stand. The results were set up in the Table. The Sirakoff 2 formula from the one-term group, the Tretiakow formula from the two-term group, and the Iwaszkiewicz formula from the multi-term group proved to be the most useful.