

MICHAŁ ZASADA

Empiryczny model wzrostu wysokości jodły

An Empirical Model of For Height Growth

Wstęp

Ważnym etapem budowy modeli wzrostu drzewostanów jest matematyczne ujęcie wzrostu wysokości drzew. Jednym ze sposobów określania wysokości w danym wieku jest przedstawienie jej jako iloczynu dwóch czynników: tempa wzrostu wysokości (B) i funkcji wieku (A) [1]:

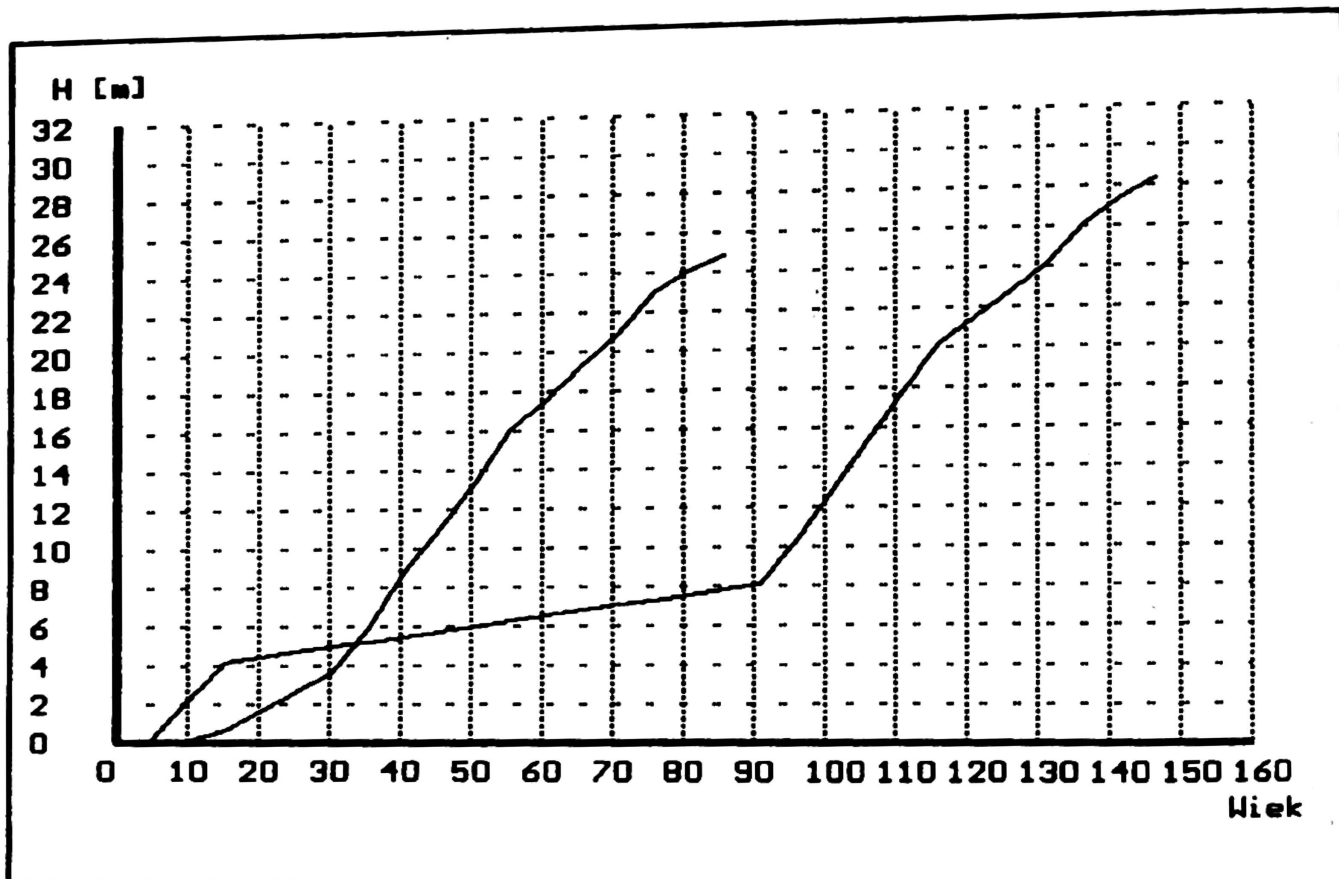
$$h = A \cdot B$$

Tempo wzrostu wysokości jest to wysokość, jaką drzewo uzyskuje w wieku 100 lat, zaś funkcja wieku (zestandaryzowana funkcja wzrostu wysokości) określa, jaką część tej wysokości osiągnęło drzewo w danym wieku. Dla wieku równego 0 wartość funkcji wieku wynosi 0, a dla wieku 100 lat wartość tej funkcji równa jest 1.

Dla rodzimych gatunków drzew leśnych opracowano funkcję wzrostu wysokości dla sosny (Bruchwald 1977, 1979), świerka rosnącego w drzewostanach świerkowo-sosnowych północno-zachodniej Polski (Zakrzewski 1982), świerka z litych drzewostanów świerkowych (Bruchwald 1994), odnowień świerkowych (Żybura 1981) i odnowień jodłowych (Jaworski 1979, Jednoralski 1983). Celem niniejszej pracy było opracowanie takiej funkcji dla jodły.

Materiał badawczy i metodyka badań

Materiał empiryczny do budowy modelu wzrostu wysokości zebrano na 72 powierzchniach założonych w litych drzewostanach jodłowych oraz mieszanych bukowo-jodłowych, zlokalizowanych w Bieszczadach, Górach Świętokrzyskich, na Roztoczu i w lasach doświadczalnych SGGW w Rogowie. Na powierzchniach badawczych ścinano od 1 do 10 drzew (razem 252 drzewa). Wiek drzew wahał się od 24 do 205 lat (średnio 81 lat), wysokość od 2,1 do 39 m (średnio 18,9 m). Na drzewach tych wykonano między innymi tę część analizy pniowej, która dotyczy wzrostu wysokości. Dane te zapisano w postaci plików tekstowych w celu umożliwienia ich dalszego opracowania za pomocą programów komputerowych.



RYC.1. Przykładowe krzywe wzrostu wysokości jodeł (pow. z Nadleśnictwa Stuposiany)

W pierwszej kolejności określono wysokość, jaką badane drzewa miały w poszczególnych latach życia. Uzyskane krzywe wzrostu wysokości miały bardzo zmienny przebieg, co zgodne jest z opisami zawartymi w literaturze (Jaworski, Zarzycki 1983). Jodła jest gatunkiem, którego wzrost jest szczególnie mocno uzależniony od warunków świetlnych. Zachowuje przez długi czas zdolność do szybkiego wzrostu na wysokość — podrost jodłowy może znosić przygłuszenie trwające kilkadziesiąt i więcej lat nie tracąc żywotności. Według Kowalskiego (1968) wzrost odnowienia jodłowego przebiega najlepiej pod pewną osłoną drzewostanu. Zdaniem Mayera (cyt. za Jaworskim i Zarzyckim 1983) i Jaworskiego (1979) do prawidłowego wzrostu w starszym wieku jodła wymaga wręcz ocienienia przez pewien czas w młodości. Cieniożność jodły oraz naturalne jej odnawianie powoduje, że w drzewostanach tego gatunku występuje bardzo duże zróżnicowanie wysokości i wieku drzew. Drzewa o tych samych rozmiarach mogą mieć zupełnie różny wiek i odwrotnie — drzewa o tym samym wieku będą znacznie różnić się wymiarami (ryc.1).

Ze względu na różną długość okresu powolnego wzrostu konieczne było wyodrębnienie spośród badanych drzew tych, które w młodości nie miały zahamowanego wzrostu wysokości. Przyjęto, że warunek ten spełniają drzewa, które osiągnęły wysokość 8 m nie później, jak w wieku 30 lat. Tę grupę drzew przyjęto za podstawę do poszukiwania funkcji wzrostu wysokości.

Budowa funkcji wzrostu wysokości

Funkcja wzrostu wysokości drzew powinna spełniać kilka kryteriów (Zakrzewski 1982):

- przechodzić przez początek układu współrzędnych,
- być stale rosnąca (bez założonej asymptoty) i mieć kształt zbliżony do wydłużonej litery S,
- przy określaniu współczynników funkcji należy zrezygnować z opierania się na punktach charakterystycznych przebiegu zależności (np. kulminacji przyrostu) ze względu na dużą zmienność ich położenia.

Spośród wielu opisywanych w literaturze (m.in. logistycznej, Backmanna, Mitscherlicha, Thomasiusa i Slobody (Wenk i inni 1990), Ostrowskiego i Zielińskiego (1969)) do dalszych analiz przyjęto funkcję postaci [2]:

$$A = \left(\frac{w}{a + b \cdot w^c} \right)^d$$

gdzie:

w — wiek drzewa,

a, b, c, d — współczynniki równania.

Korzystając z techniki komputerowej, metodą najmniejszych kwadratów określono współczynniki równania dla poszczególnych drzew oraz dla średniej krzywej wzrostu określonej dla drzew nie mających opóźnionego wzrostu. Uzyskano funkcję w postaci [3]:

$$A = \left(\frac{w}{29 + 0,447979 \cdot w^{1,1}} \right)^d$$

gdzie:

$$d = 3 - 0,012 \cdot w$$

dla wieku do 100 lat oraz

$$d = 1,8$$

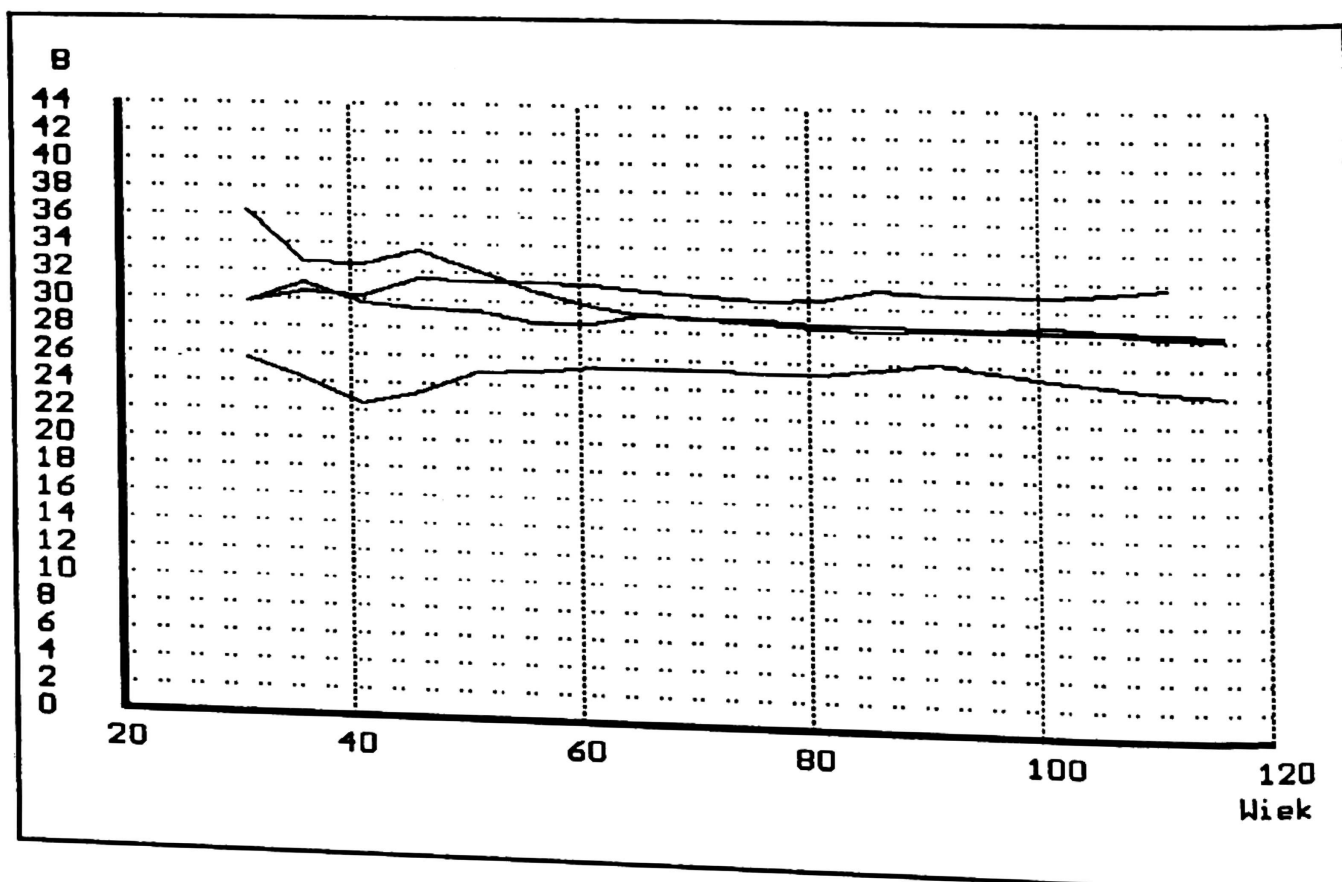
dla wieku powyżej 100 lat.

Oddzielnym problemem jest aproksymacja wzrostu wysokości drzew, których powolny wzrost w młodości trwał dość długo. Analiza przebiegu wzrostu wysokości drzew wykazała, że co prawda przebieg krzywych wzrostu wysokości jest bardzo zmienny, lecz ich kształty są podobne; okres powolnego wzrostu "przesuwa" je równoległe do osi wieku (ryc.1). Możliwe jest zatem wykorzystanie do określania wysokości tych drzew tej samej funkcji po odpowiednim zredukowaniu wieku. Ten zredukowany wiek możemy nazwać wiekiem gospodarczym; określa on, w jakim wieku drzewo osiągnęłoby obecną wysokość, gdyby jego wzrost odbywał się bez opóźnienia w młodości. Dokładne określenie wieku gospodarczego jest zadaniem trudnym. Można wykorzystać do tego celu przekształcone wzory [1] i [3], jednak w tym przypadku dysponować musimy przynajmniej przybliżoną wartością tempa wzrostu wysokości (B). Informacji tej może dostarczyć określenie tempa

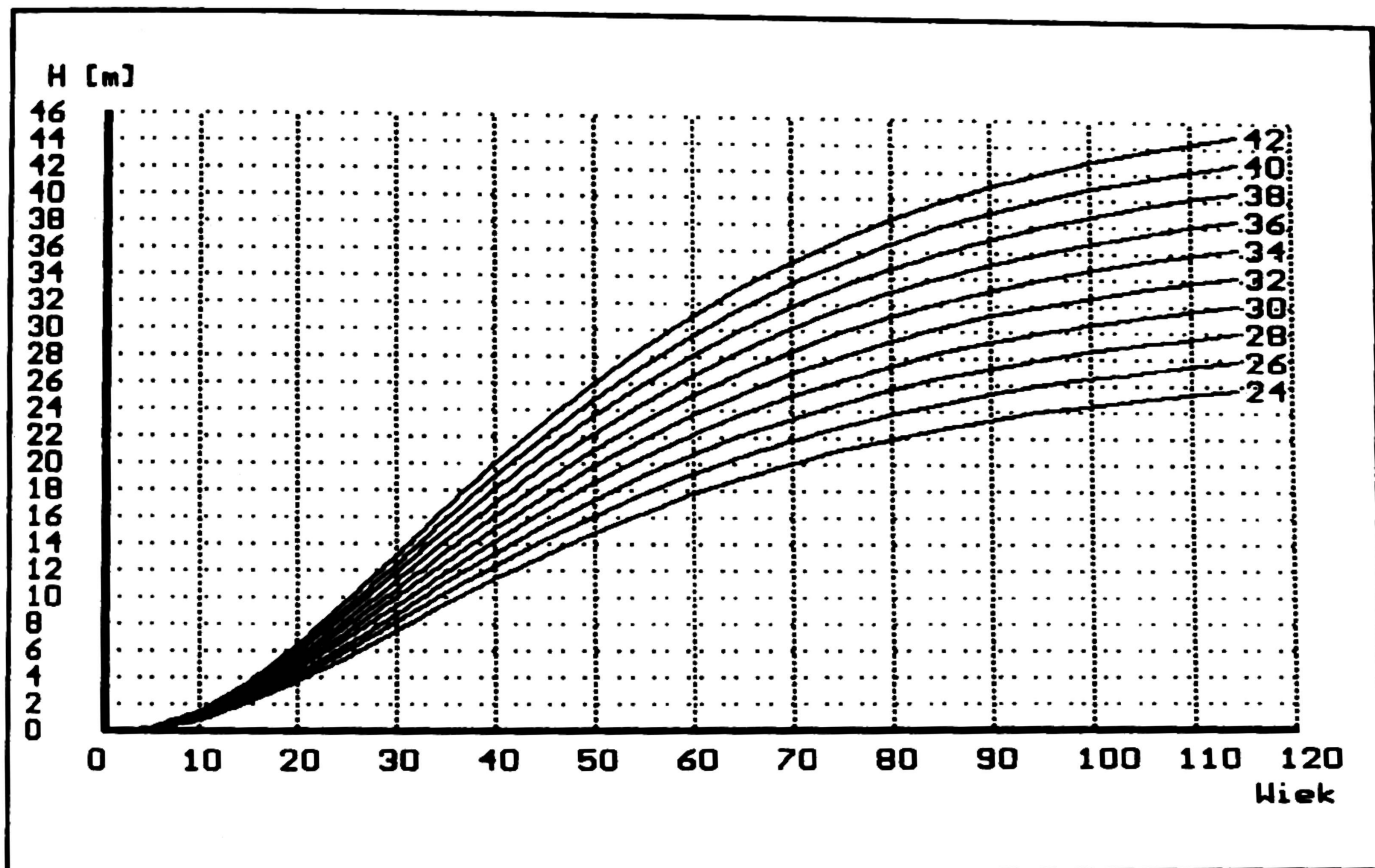
wzrostu wysokości dla pewnej liczby drzew w drzewostanie i przyjęcie najwyższej z otrzymanych wartości za tempo wzrostu dla wszystkich drzew. Ponadto na uwagę zasługuje wykorzystanie potencjalnego tempa wzrostu wysokości (Tomaszewski 1978), które uwzględnia różnicę pomiędzy wiekiem rzeczywistym a fizjologicznym (przyrostowym) drzew, a do określenia którego nie jest wymagane określenie wieku drzew. Inne sposoby określania wieku gospodarczego (wykorzystanie wieku pierścicowego określonego na podstawie analizy wywiertków) wymagają przeprowadzenia dodatkowych badań.

Porównanie wzrostu wysokości jodły z modelem

W celu sprawdzenia modelu porównano go ze wzrostem wysokości jodeł. W tym celu konieczne było określenie wieku gospodarczego poszczególnych drzew. Wykorzystano do tego oszacowaną wartość tempa wzrostu wysokości dla każdej powierzchni, z której pobierano drzewa do analizy wzrostu wysokości. Następnie dla kolejnych lat wieku gospodarczego (od wieku 25 lat) określano wartość tempa wzrostu wysokości z przekształconego wzoru [1]. Model można uznać za dobrze oddający wzrost wysokości, jeżeli dla poszczególnych drzew tempo wzrostu wysokości nie będzie ulegało z wiekiem systematycznym zmianom. Większość spośród badanych 252 drzew z 72 powierzchni miało przebieg zmian czynnika B z wiekiem zbliżony do linii prostej równoległej do osi wieku (ryc.2). Niewielkie zmiany tempa wzrostu wysokości są różnokierunkowe i wynikają ze zmian warunków wzrostu, nie dyskwalifikują zatem opracowanego modelu.



RYC.2. Przykład kształtowania się tempa wzrostu wysokości jodeł na jednej z powierzchni badawczych



RYC. 3. Siatka bonitacyjna dla jodły

Opracowana funkcja wzrostu wysokości, spełniająca postawione jej warunki, może posłużyć do utworzenia siatki bonitacyjnej dla jodły (ryc.3). Bonitacja jest w tym przypadku definiowana jako wysokość górna, którą drzewostan uzyska bądź uzyskał w wieku 100 lat. Jest to więc tempo wzrostu wysokości obliczone z przekształconego wzoru [1] po podstawieniu do niego wysokości górnej i wieku gospodarczego drzewostanu.

Wnioski

- Wzrost wysokości jodły można wyrazić za pomocą wzoru:

$$h = A \cdot B$$

gdzie wartość funkcji wieku A określa się za pomocą wzoru [3], zaś B jest to tempo wzrostu wysokości, czyli wysokość, jaką drzewo uzyskuje w wieku 100 lat.

- Wiek gospodarczy określa, w jakim wieku drzewo osiągnęłoby obecną wysokość, gdyby jego wzrost odbywał się bez opóźnienia w młodości. Do jego określenia można wykorzystać przekształcone wzory [1] i [3], wstawiając w miejsce B najwyższą wartość tempa wzrostu wysokości określoną dla pewnej liczby drzew w drzewostanie lub wykorzystując wartość potencjalnego tempa wzrostu wysokości.

- Opracowana funkcja wzrostu wysokości może służyć do utworzenia siatki bonitacyjnej dla jodły; bonitacja jest w tym przypadku definiowana jako wysokość górna, którą drzewostan uzyska bądź uzyskał w wieku 100 lat.
- Skromny materiał empiryczny nie pozwolił niestety na przeanalizowanie kilku ważnych zagadnień. Nie stwierdzono wyraźnego występowania opisywanego w literaturze słabszego wzrostu drzew, które w młodości krótko wzrastały w ocienieniu. Nie można było również na podstawie zgromadzonych danych określić wieku, w którym ustaje przyrost na wysokość i tworzy się charakterystyczne dla jodły "bocianie gniazdo". Nie poznano także dostatecznie dynamiki wzrostu wysokości odnowień oraz wpływu drzewostanu osłaniającego na ten proces. Zjawiska te muszą być uwzględnione w modelu wzrostu wysokości, aby prognoza zmian wysokości przeprowadzana z jego wykorzystaniem była precyzyjna. Jednocześnie model, który opisuje wzrost wysokości drzew rosnących w warunkach optymalnych i niezakłóconych, może służyć jako narzędzie do badania tych zjawisk.

Literatura

1. **Bruchwald, A.**, 1977: Change in top height of pine forest stands with age. Bull. Acad. pol. Sci. Cl. II Ser. Sci. biol. 25(5): 335–342
2. **Bruchwald, A.**, 1979: Zmiana z wiekiem wysokości górnej w drzewostanach sosnowych. Sylwan 123(2): 1–9
3. **Bruchwald, A.**, 1994: Model wzrostu dla świerka. Maszynopis w Katedrze Produkcyjności Lasu SGGW, Warszawa: 14–15
4. **Jaworski A.**, 1979: Wzrost i żywotność podrostów jodły (*Abies alba* Mill.) w drzewostanach o różnej strukturze na przykładzie wybranych powierzchni w Karpatach i Sudetach. Acta Agrar. et Silv. Ser. Silvestris 18: 81–102
5. **Jaworski A., Zarzycki K.**, 1983: Ekologia. W: Jodła Pospolita. PWN, Warszawa — Poznań: 317–430
6. **Jednoralski G.**, 1983: Wzrost wysokości jodły w gniazdach na terenie LZD Rogów. Praca magisterska. Maszynopis w Katedrze Produkcyjności Lasu SGGW, Warszawa
7. **Kowalski M.**, 1968: Wpływ różnego stopnia zwarcia drzewostanu na wzrost sadzonek kilku gatunków drzew i krzewów leśnych. Zeszyty Naukowe SGGW, 11: 17–49
8. **Ostrowski S., Zieliński R.**, 1969: Matematyczne ujęcie przebiegu wzrostu wysokości sosny pospolitej w warunkach siedliskowych boru świeżego Puszczy Augustowskiej. Folia For. Pol. ser. A. 15: 239–260
9. **Tomaszewski K.**, 1978: Kształtowanie się wzrostu wysokości drzewostanów sosnowych na zmeliorowanych glebach torfowych Lasów Janowskich. Rozprawa doktorska. Maszynopis w Katedrze Produkcyjności Lasu SGGW, Warszawa

10. **Wenk G., Antanaitis V., Šmelko Š.**, 1990: Wald-ertragslehre. Deutscher Landwirtschaftsverlag, Berlin
11. **Zakrzewski W.**, 1982: Wzrost wysokości świerka w drzewostanach świerkowo-sosnowych północno-wschodniej Polski. Rozprawa doktorska. Maszynopis w Katedrze Produkcji Lasu SGGW, Warszawa
12. **Żybura H.**, 1980: Dynamika wzrostu wysokości podrostów świerkowych w drzewostanach świerkowo-sosnowych północno-wschodniej części Polski. Rozprawa doktorska. Maszynopis w Katedrze Produkcji Lasu SGGW, Warszawa

Summary

Mathematical approach to tree height growth is an important stage to construct tree stand growth models. A presentation of the height at a given age as a product of height growth rate (B) and age function (A) is one of the ways for defining that height [1]. To elaborate the age function for fir was the aim of the report presented here.

The empirical material for construction of the height growth model was collected on 72 plots established in single species fir stands and in mixed beech-fir stands, located in the Bieszczady mountains, Holy Cross mountains, Roztocze Hills, and Warsaw Agricultural University experiment forests at Rogów. Sample trees were felled on experimental plots, and the stump analysis was made on them. Then the height of trees under study was measured for individual life years. The height growth curve equation coefficients were defined for individual non-delayed-growth trees, using the least squares method [3].

A comparison of the model with the real fir height growth was made for verifying the model. To this end, economic age of individual trees was identified using estimated value of height growth rate on each sample plot for this purpose. Then the value of height growth rate was identified by successive years of the economic age, using the transformed formula [1].

The model can be acknowledged as that well presenting the height growth, if the height growth rate in individual trees height growth, if the height growth rate in individual trees would not undergo to systematic changes along to the lapsing time. Most of trees under study had in their life a course of the factor B alterations close to the straight line, being parallel to the age axis (Fig. 2). Slight changes in the height growth rates went to various directions, that resulted from the changes of growth conditions; this does not disqualify then the elaborated model.