

Sylwester SMOLIK

Katedra Zastosowań Matematyki SGGW

Statystyczny opis usłonecznienia wybranej miejscowości

Wprowadzenie

Ogromna różnorodność zjawisk klimatycznych ma wspólną przyczynę w tym, że ilość energii słonecznej otrzymanej przez poszczególne części Ziemi jest niejednakowa i zmienna. Wynika to z jej ruchu postępowego i obrotowego względem Słońca oraz trudnych do przewidzenia stanów otulającej Ziemi atmosfery – na którą oddziałują strumienie różnych energii kosmicznych, a których pomiary nie są wykonywane systematycznie.

Jestem zwolennikiem opisu tego typu zjawisk na gruncie praw fizyki. Uwzględniając jednak doświadczenia bardziej zaawansowanych w modelowaniu matematycznym problemów meteorologii pamiętam o niestabilności tych procesów. Bowiem to, co kształtuje pogodę (atmosfera, temperatura oceanów, promieniowanie słoneczne, itp.), okazuje się zarazem i deterministyczne i nieprzewidywalne. Dlatego z powodu braku dobrej teorii na gruncie fizyki matematycznej i wystarczająco dokładnych danych

granicznych, przy rozwiązywaniu tych zagadnień stosujemy metody statystyczne. Nie opisują one dobrze stanów ekstremalnych, ponieważ udział ich w nagromadzonym materiale statystycznym jest zwykle mały. W wielu jednak zagadnieniach interesuje mnie typowa realizacja badanych zmiennych losowych. Do takich zjawisk należy (między innymi) zmienność średniego miesięcznego usłonecznienia wybranej miejscowości. Dane o promieniowaniu słonecznym, głównym źródle energii dla wszystkich procesów zachodzących na powierzchni Ziemi i w jej atmosferze, są obecnie nieodzowne dla różnych dziedzin gospodarki narodowej i nauki. Jeszcze lepiej będzie, gdy zdołamy je opisać modelem statystycznym. Będzie jednak w nim tkwił element fizycznego podejścia. Przyczyny astronomiczne procesu (ruchy Ziemi względem Słońca) będą odzwierciedlały wyznaczone trendy (składowa deterministyczna procesu), natomiast składową losową powodują zakłócenia badanego procesu stanami przypadkowymi atmosfery.

Wprowadzenie modelu statystycznego opisu usłonecznienia

Składowa zdeterminowana (astronomiczna) badanego procesu powinna mieć okres roczny, czyli charakteryzować się sezonowością. W publikacjach podawane są sumaryczne wielkości usłonecznienia w poszczególnych miesiącach roku. Wiemy o tym, że intensywność promieniowania w ciągu roku i w ciągu doby jest zmienna (godziny usłonecznienia nie są równoważne energetycznie). Rozwiązanie tego bardzo ważnego problemu zmienności natężenia promieniowania odkładamy. Dlatego do opisu badanego zjawiska proponujemy następujący model regresji krzywoliniowej:

$$y_i = s + A \sin(\omega t_i + \Theta) \varepsilon_i,$$

$$\text{gdzie } \omega = 2\pi/T \quad (1)$$

W którym t_i – są miesiącami kolejnych lat, y_i – liczbami godzin usłonecznienia w miesiącu t_i – tym, ε_i jest błędem losowym obserwacji, natomiast stałe s , A , T , Θ , w odpowiednio nazywamy: położeniem równowagi, amplitudą, okresem, fazą i pulsacją (prędkością kątową lub częstością kołową).

Oszacowanie parametrów modelu (1) metodą najmniejszych kwadratów znajduje się w pracy Smolika (1995). Jest to bardzo skomplikowany układ równań normalnych, który może służyć do znajdowania niewiadomego okresu T badanego zjawiska na podstawie jego obserwacji. Jednak, przy dodatkowych restry-

kcjach, obecnie w praktyce nie tak bardzo uciążliwych, układ wspomniany doprowadzono do bardzo prostego układu równań. Przytoczymy zamieszczone tam ostateczne wnioski. Jeżeli dysponujemy kolejnymi punktami empirycznymi (t, y_t) , gdzie $t = 1, 2, \dots, n$; oraz liczebność punktów empirycznych jest wielokrotnością okresu badanego procesu, tzn. $n = k\hat{T}$, wtedy oszacowanie parametrów modelu (1) kształtuje się następująco:

$$\hat{s} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t$$

$$\hat{\Theta} = \arctg \left[\frac{\sum_{t=1}^n y_t \cos \hat{\omega} t}{\sum_{t=1}^n y_t \sin \hat{\omega} t} \right]$$

$$\hat{A} = \frac{2}{n} \left[\cos \hat{\Theta} \cdot \sum_{t=1}^n y_t \sin \hat{\omega} t + \sin \hat{\Theta} \cdot \sum_{t=1}^n y_t \cos \hat{\omega} t \right]$$

(2)

W przypadku zmienności sezonowej, dysponując danymi comiesięcznymi, $\hat{T} = 12$ oraz $\hat{\omega} = \pi/6$. Omawiana dynamika zmian jest uwarunkowana głównie przyczynami astronomicznymi. W poszczególnych latach jest ona zaburzana mniej lub bardziej wpływami cyrkulacji atmosferycznej. Te wpływy nakładają się na siebie i średni wieloletni przebieg elementów meteorologicznych jest wypadkową różnych czynników klimatotwórczych. Należy podkreślić, że metoda średnich miesięcznych pomijała dynamikę zmian zachodzących w poszczególnych miesiącach i bardzo różni-

ła się od średnich dobowych wartości w pierwszym i ostatnim dniu każdego miesiąca. Obecnie proces ten wyrównano i uciąglono zgodnie ze sztuką zalecaną w statystyce.

Opis usłonecznienia Warszawy

W załączonej tabeli podano miesięczne czasy bezpośredniego promieniowania Słońca w godzinach (rejestrowane za pomocą heliografu typu Campbella-Stokesa) dla Warszawy (zwykle posterunek nr 75 Warszawa-Bielany, ale może też występować posterunek nr 80 Warszawa-Okęcie). Pochodzą one z trzech czasopism wymienionych w spisie literatury i obejmują lata 1973–1987. Jak wiadać, badana zmienna losowa charakteryzuje się pokaźnym rozrzutem. Dlatego nie jest celowe znajdowanie bardzo precyzyjnych ocen parametrów funkcji regresji (1). Zasadniczego mankamentu badanego zjawiska – pokaźnego jego rozrzutu, zabieg ten nie poprawi. Należy traktować, że jest to schematyczne ujęcie tego zagadnienia, ma ono przede wszystkim znaczenie informacyjne dla zainteresowanych przebiegiem tego procesu w dłuższym okresie, np. specjalistów od rolnictwa i budownictwa. Problem ten będzie szerzej rozwinięty w zakończeniu. Z tego powodu oszacuje się parametry modelu (1) nie na podstawie wszystkich liczb podanych w tabeli, ale wykorzystując średnie miesięcznych usłonecznienia z 15 lat, zamieszczone na dole

wymienionej tabeli. Po obliczeniach, otrzymujemy:

$$\sum_{t=1}^{12} y_t = 1548,2;$$

$$\sum_{t=1}^{12} y_t \cos \frac{\pi}{6} t = -606,9321;$$

$$\sum_{t=1}^{12} y_t \sin \frac{\pi}{6} t = -109,2322$$

(3)

Na podstawie przytoczonych wzorów (2), po zaokrągleniu przyjmujemy:

$$\hat{y}_t = 129 - 102,55 \sin \left(\frac{\pi}{6} t + 1,393 \right) \quad (4)$$

w godzinach, t – kolejne miesiące roku. Dopasowanie wyznaczonego modelu (4) do danych empirycznych jest następujące: $\bar{y} = 129$, współczynnik determinacji

$$\hat{R}^2 = 1 - \varphi^2 =$$

$$= 1 - \sum_{t=1}^{12} (y_t - \hat{y}_t)^2 / \sum_{t=1}^{12} (y_t - \bar{y})^2 =$$

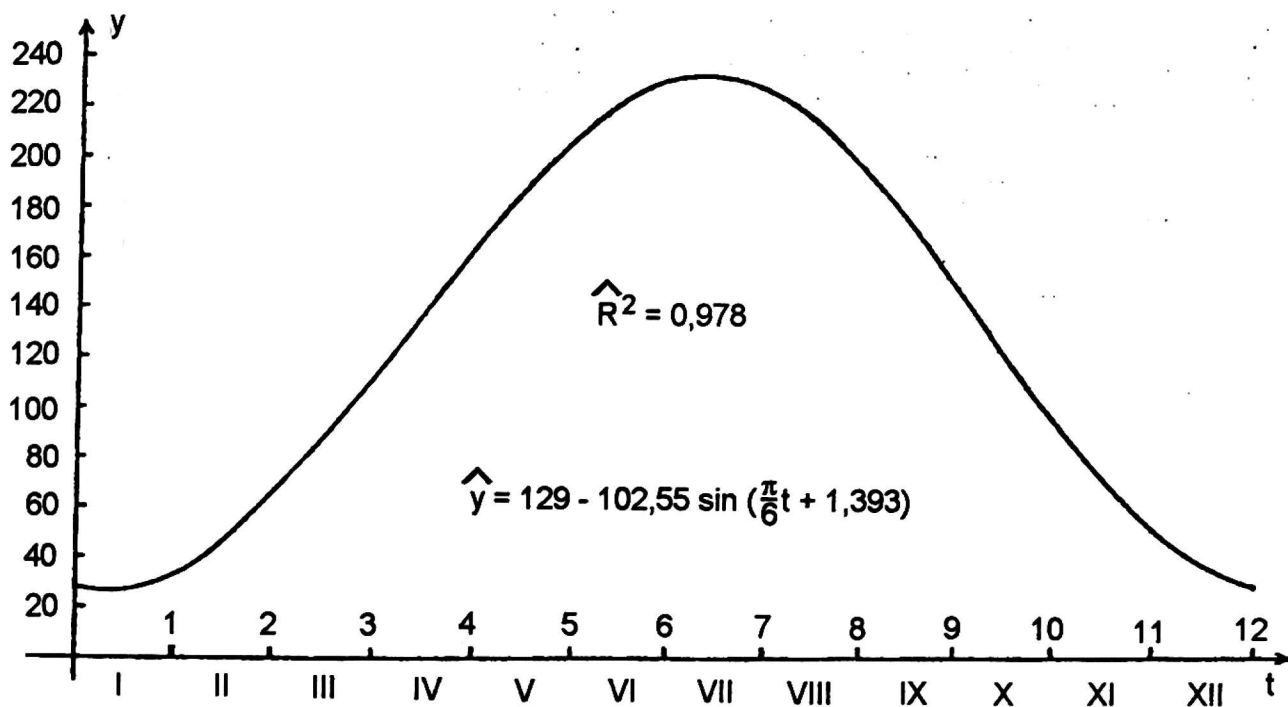
$= 1 - 1395,312/64777,72 \approx 0,978$. Współczynnik ten interpretuje się, że wyznaczony model tłumaczy ponad 97 procent zmienności badanej zmiennej losowej.

Po prostych zabiegach matematycznych znajdujemy ekstremum wyznaczonej funkcji (przybliżone wartości): min.(0,34; 26,45) zachodzi 10 stycznia,

TABELA. Usłonecznienie Warszawy (czas trwania bezpośredniego promieniowania Słońca w godzinach)

Rok	Miesiąc												Suma
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
1973	64	24	149	159	210	260	226	318	134	102	70	25	1741
1974	56	99	169	185	179	176	152	244	159	46	56	24	1545
1975	50	89	98	130	234	207	247	307	221	56	56	40	1735
1976	35	115	90	190	246	274	216	246	137	72	31	17	1669
1977	28	39	114	145	185	251	204	147	143	99	46	32	1433
1978	53	47	93	146	240	251	211	178	84	87	31	36	1457
1979	23	78	84	153	291	256	172	150	151	170	24	18	1570
1980	52	29	134	149	227	184	108	171	122	56	30	31	1293
1981	26	58	100	205	222	159	232	203	148	83	28	28	1492
1982	41	67	142	174	261	240	306	252	171	119	58	6	1837
1983	16	41	66	165	224	264	277	286	135	102	59	45	1680
1984	24	58	114	131	145	192	177	247	93	91	65	10	1347
1985	27	53	44	168	212	156	240	217	121	71	38	27	1374
1986	21	104	115	147	255	277	215	176	98	129	71	34	1642
1987	56	59	130	102	204	156	195	179	145	135	26	22	1409
Średnia	38,1	64,0	109,5	156,6	222,3	220,2	211,9	221,4	137,5	94,5	45,9	26,3	1548

Źródło: Miesięczny przegląd Agrometeorologiczny, Promieniowanie Słoneczne, opracowanie własne.



RYSUNEK. Opis usłonecznienia Warszawy

maks. (6,34; 231,55) zachodzi 10 lipca. Wykres funkcji (4) zamieszczono na rysunku. Sumę godzin usłonecznienia w dowolnym przedziale czasowym roku $[t_1, t_2]$ znajdujemy przez całkowanie zależności (4), wykonując po drodze proste przekształcenia:

$$\int_{t_1}^{t_2} \hat{y}_t dt \approx 129(t_2 - t_1) - 391,71 \sin\left[\frac{\pi}{12}(t_2 + t_1) + 1,393\right] \cdot \sin\frac{\pi}{12}(t_2 - t_1) \quad (5)$$

Znajomość tej wielkości może służyć rolnictwu przy kalkulacjach uprawy nowych odmian roślin i pozyskiwaniu energii elektrycznej. Jednym z najważniejszych celów polityki rolnej jest optymalne wykorzystanie zasobów klimatycznych, których zmienność jest czynnikiem zakłócającym działalność gospodarczą, ona też sama powoduje zmiany antropogeniczne środowiska naturalnego. Klimat coraz bardziej determinuje przyszłość środowiska naturalnego oraz działalność ludzką, jego przewidywane

zmiany wpłyną w znaczącym stopniu na przyrodę, ekonomię krajów oraz życie ich mieszkańców.

Zakończenie

Ilość energii słonecznej docierającej do powierzchni Ziemi jest czynnikiem decydującym dla jej środowiska biologicznego. Na zjawiska pogodowe wpływa długość okresu wegetacji, tempo wzrostu roślin i uzyskiwane plony. Wydaje się oczywiste, że temperatura powierzchni Ziemi w danym dniu jest najsilniej związana z radiacją dopływającą od Słońca w dniach sąsiadujących bezpośrednio z dniem pomiaru temperatury. Oddziel-

nym problemem jest technika przetworzenia energii promieniowania na energię cieplną lub elektryczną, niezawodność i koszty tych urządzeń oraz sposoby ich magazynowania. Oczywiście jest, że należy obniżyć koszty wyprodukowania 1kWh energii ze źródeł odnawialnych (słońca, wiatru, wody). Gdy jednak korzyści z jej użycia są wysokie, to opłaca się za nią drożej płacić. Tym więcej, jeżeli innych możliwości pozyskania energii nie ma – brak sieci energetyki zawodowej. Taka sytuacja ma miejsce w rolnictwie. Ogniwa słoneczne nadają się szczególnie do zasilania urządzeń, których zapotrzebowanie na energię jest współbieżne z aktualną ilością promieniowania słonecznego. Ma to miejsce w urządzeniach klimatycznych, nawadniających uprawy, zaopatrujących w wodę zwierzęta hodowlane na pastwiskach oraz przy napowietrzaniu stawów – w małej energetyce, ale powielanej w dużej liczbie przypadków.

Od pewnego czasu ukazują się publikacje poruszające kapitalny problem praktyczny – ocieplenia klimatu. Ponieważ to zjawisko może realizować się w dłuższym czasie, dlatego model (1) może stanowić instrument, za pomocą którego rozstrzygniemy, czy rzeczywiście zaszło istotne ocieplenie klimatu.

Przypuszcza się też, że zjawiska klimatyczne podlegają okresowości nie tylko sezonowej. Głębsze przygotowanie teoretyczne na ten temat znajduje się w pracy Smolika (1996). Praca ta jest przyczynkiem do bardzo ważnego problemu praktycznego – pozyskiwania energii ze źródeł odnawialnych i nie zanieczyszczających środowiska. Sytuacja jest tak

poważna, że UNESCO ogłosiło lata 1995–2005 „Światową Dekadą Słoneczną”. W tym czasie mają być zintensyfikowane badania nad wspomnianymi wyżej problemami. Wykorzystaniem promieniowania słonecznego jako źródła energii są zainteresowane nie tylko kraje o najwyższej rocznej ilości promieniowania słonecznego w skali świata, ale także kraje leżące na zbliżonej do Polski szerokości geograficznej. Wiąże się to nie tylko z ograniczeniem zużycia węgla, drewna i ropy naftowej, ale z ograniczeniem emisji zanieczyszczeń do atmosfery w trakcie ich spalania, powodujących wspomniane wcześniej perturbacje klimatyczne.

Literatura

- BARAŃSKI L.A., CHRZANOWSKA H., SŁOMKA J. 1989: *Określenie doptywu względnego promieniowania słonecznego całkowitego dla Belska na podstawie zdjęć satelitarnych*. Wiad. Inst. Meteorol. i Gospod. Wod. XII (XXXIII), z. 3–4.
- GUTRY-KORYCKA M., BORYCZKA J. 1990: *Długookresowe zmiany elementów bilansu wodnego w Polsce i w zlewisku Baltyku*. Przeg. Geofiz. XXXV, z. 3–4.
- KUZIEMSKA D. 1992: *O strukturze wahań temperatury powietrza w obecnym stuleciu na przykładzie danych z Warszawy*. Wiad. Inst. Meteorol. i Gospod. Wod. XV (XXXVI) z. 4.
- MIKULSKI Z., MIKULSKA M. 1972: *Badania okresowości zjawisk hydrometeorologicznych metodą autokorelacyjną Fuhricha*. Przegląd Geofizyczny XVII (XXV), z. 3–4. Miesięczny Przegląd Agrometeorologiczny. 1974–1988, Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej.
- Promieniowanie Słoneczne. 1974–1988. Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej.
- Rocznik Meteorologiczny. 1974–1988, Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej.

- SMOLIK S. 1995: *Uproszczona procedura estymacji wahań okresowych*. Przeg. Statyst., R. XLII, z. 3–4.
- SMOLIK S. 1996: *Opis standardowego roku termicznego dla wybranej miejscowości*. Przeg. Nauk. Wydz. Mel. i Inż. Środ. SGGW, z. 10.
- SMOLIK S. 1996: *Opis rocznych opadów wybranej miejscowości*. XXVI Seminarium Zastosowań Matematyki Akademii Rolniczej we Wrocławiu, Kobyla Góra.

Summary

Insolation statistics for a selected location. The insolation of a selected location is identified by means of the following curvilinear regression model:

$y_t = s + A \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}t + \Theta\right) + \varepsilon_t$, where t expresses the successive months of the year, and y_t expresses the corresponding monthly insolation values at the times the sun directly operated on the location.

A method of estimation of its parameters was published elsewhere in the *Statistics Monthly*. The model was used to identify the insolation of Warsaw. Its parameters were estimated with the use of monthly direct-insolation totals for 1973–1987 as monitored at this observation station.

Author's address:

S. Smolik

Warsaw Agricultural University – SGGW
02–787 Warszawa, ul. Nowoursynowska 166
Poland