

TERESA RYMER-DUDZIŃSKA

## Wzory empiryczne służące do określania przyrostu wysokości w drzewostanach sosnowych

Empirical equations for height growth in pine stands

**Abstract.** The study was based on empirical material collected from pine stands growing throughout the country. The relationship between averages of the 5- and 10-year height growth and different stand parameters was analysed. Four empirical equations for 5-year height growth and three for 10-year height growth were built.

**Key words:** pine, height growth, empirical equations

### Wstęp

**Z**najomość wielkości przyrostu wysokości drzewostanu jest niezbędna w wielu metodach określania przyrostu miąższości drzewostanu przez jednorazowy pomiar na końcu okresu. Do grupy tej należą metody: drzew próbnych Bruchwalda (1971), tablic miąższości Grochowskiego (1960) i Gieruszyńskiego (1961), a także wzorów empirycznych (Bruchwald 1995).

Najdokładniej można określić przyrost wysokości drzewostanu na podstawie drzew próbnych leżących. Jest to sposób bardzo pracochłonny, ponieważ, ze względu na dużą zmienność przyrostu wysokości, wymaga ścięcia dość dużej liczby drzew próbnych (Rymer-Dudzińska 1997, 1998). Stosowanie go jest uzasadnione tylko w takich metodach, w których ścina się drzewa próbne do określenia również innych cech np. w metodzie Bruchwalda. Do mniej pracochłonnych sposobów określania przyrostu wysokości należą sposoby opierające się na drzewach stojących. Wiele z nich budzi jednak zastrzeżenia z powodu małej dokładności (sposób oparty na tablicach zasobności), ograniczonej możliwości stosowania (na podstawie przyrostu przeciętnego), trudności technicznych (z różnicy wysokości na końcu i początku okresu).

Interesujący sposób określania przyrostu wysokości, na podstawie wysokości, pierśnicy i przyrostu pierśnicy drzewa, przedstawił Gieruszyński (1961) na przykładzie drzewostanów świerkowych i jodłowych. Badania przeprowadzone przez Lemkego i Meixnera (1967),

Grochowskiego (1973), Meixnera (1978, 1979) oraz Drzymałę (1997) wykazały, że sposób ten w drzewostanach sosnowych daje systematyczne błędy ujemne, najmniejsze w drzewostanach V i VI klasy wieku, a największe w młodych drzewostanach.

Z propozycją poprawienia wzoru Gieruszyńskiego wystąpił Meixner (1977), przedstawiając aż dziewięć jego modyfikacji. Według oceny autora (Meixner 1978, 1979) potwierdzonej przez Drzymałę (1997) dwa spośród tych wzorów charakteryzujące się najmniejszymi błędami systematycznymi, chociaż dużymi błędami przypadkowymi mogą być stosowane do określania przyrostu w drzewostanach sosnowych. Jeden w drzewostanach II i III klasy, a drugi w drzewostanach V i VI klasy wieku.

Z ciekawą propozycją określania przyrostu wysokości dla dowolnie długiego okresu wystąpił Bruchwald (1995). Według tej propozycji przyrost jest wyznaczany na podstawie modelu wzrostu wysokości sosny, opracowanego przez tegoż autora (Bruchwald 1977, 1979). Obecnie zostały opracowane modele wzrostu także dla innych gatunków drzew takich jak świerk (Bruchwald i inni 1999), dąb szypułkowy (Bruchwald i inni 1996), buk (Bruchwald i inni 1998), jodła (Zasada 1999). W związku z tym proponowany sposób określania przyrostu może być stosowany również dla tych gatunków. Niestety nieznaną jest jego dokładność ani dla sosny, ani dla innych gatunków drzew.

Z tego przeglądu sposobów określania przyrostu wysokości wynika, że brak jest prostych i w miarę dokładnych sposobów. Stąd potrzeba poszukiwania nowych rozwiązań. Ze względu na coraz powszechniejsze zastosowanie techniki komputerowej do określania miąższości i przyrostu miąższości drzewostanu, wydaje się celowe opracowywanie empirycznych wzorów do określania przyrostu wysokości. Taką próbę podjęto w niniejszej pracy.

## **Materiał empiryczny**

Badania oparto na materiałach pochodzących z jednowiekowych i jednogatunkowych drzewostanów sosnowych położonych w różnych częściach Polski w większych kompleksach leśnych. Dane dotyczące 5-letniego przyrostu zebrano w 388 drzewostanach, zaś dane dotyczące 10-letniego przyrostu w 259 drzewostanach (w części drzewostanów określono tylko przyrost pięcioletni). Większość badanych drzewostanów zajmowała typowe dla sosny siedlisko boru świeżego. Reprezentowały one także cały zakres bonitacji dla sosny od V do Ia klasy wg tablic zasobności Schwappacha.

W siedmiu z badanych drzewostanów założono zręby badawcze, a w pozostałych powierzchniowo próbne. Na zrębach poddano pomiarom wszystkie drzewa. Na powierzchniach próbnych zmierzono jedynie pierśnice wszystkich drzew, a pozostałe pomiary wykonano na drzewach próbnych stojących bądź leżących. Na drzewach stojących oprócz pierśnicy zmierzono wysokość około 25 drzew do sporządzenia krzywej wysokości oraz przyrost pierśnicy (5-letni bądź 5- i 10-letni) na 50 drzewach. Na drzewach próbnych leżących (ścianano od 20 do 50 sztuk na jednej powierzchni) określono wiek oraz zmierzono długość, 5-letni bądź 5- i 10-letni przyrost wysokości i pierśnicy. Wykonano jeszcze szereg innych pomiarów, które nie znalazły zastosowania w tej pracy.

Na podstawie pomiarów wyznaczono dla każdego drzewostanu przeciętną pierśnicę (D), jako średnią kwadratową, przeciętną wysokość odpowiadającą przeciętnej pierśnicy (H), wzrostową klasę bonitacji (B) wg Bruchwalda (Bruchwald 1977, 1979), stopień zagęszczenia (Z) jako iloraz liczby drzew w drzewostanie na 1 ha do maksymalnej liczby modelowej (z modelu Bruchwalda). Średni wiek drzewostanu (W) oraz średni przyrost wysokości (Zh5 lub Zh10) i pierśnicy (Zd5, Zd10) wyznaczono jako średnie arytmetyczne na podstawie drzew leżących. Ponieważ pochodzenie materiału tylko częściowo pokrywało się, oddzielnie zostanie przedstawiona charakterystyka cech drzewostanów wziętych do badań nad 5-letnim i 10-letnim przyrostem wysokości.

## Wyniki badań

W tabeli 1 i 2 przedstawiono statystyczną charakterystykę cech drzewostanów, które uwzględniono w dalszych badaniach nad 5- i 10-letnim przyrostem wysokości. Z danych tych wynika, że wszystkie cechy w obu zestawach charakteryzują się dużą zmiennością. Świadczą o tym szerokie zakresy ich wartości oraz duże współczynniki zmienności. Generalnie zmienność cech w drzewostanach, w których badano Zh5 jest większa niż w drzewostanach dotyczących Zh10. Wyjątek stanowią klasa bonitacji i stopień zagęszczenia, których zmienność w obu grupach drzewostanów jest mniej więcej na tym samym poziomie. Wiek drzewostanów, w których badano pięcioletni przyrost wysokości wynosi średnio 65 lat i jest o 16 lat młodszy od wieku drzewostanów, które były podstawą badań nad 10-letnim przyrostem wysokości (81 lat). Podobne relacje zachodzą między przeciętnymi pierśnicami (17,3 i 21,3 cm) i wysokościami (15,54 i 18,10 m) drzewostanów. Inaczej natomiast kształtują się średnie wartości klasy bonitacji (23,17 i 22,31 m), stopnia zagęszczenia (0,69 i 0,65) oraz przeliczonego na 1 rok przyrostu pierśnicy (1,82 i 1,76 mm) i wysokości (0,24 i 0,20 m). Są one nieco większe w drzewostanach z Zh5.

TABELA 1  
Charakterystyka przeciętnych cech drzewostanów dla okresu 5 lat

	Zh5 [m]	W [lata]	D [cm]	H [m]	Zd5 [mm]	B [m]	Z	N
x	1,19	65,3	17,3	15,54	9,1	23,17	0,69	388
X <sub>c</sub>	1,11	60,0	16,0	14,70	8,9	23,30	0,67	
δ	0,48	31,2	8,3	5,59	2,5	4,77	0,19	
X <sub>min.</sub>	0,35	16,0	3,4	3,59	4,4	12,90	0,27	
X <sub>max</sub>	2,57	174,0	37,9	29,59	20,8	36,30	1,44	
kwartyl 1	0,80	38,0	10,2	11,38	7,6	19,65	0,55	
kwartyl 3	1,53	91,0	23,9	20,55	10,5	26,80	0,79	
V [%]	40,6	47,7	48,2	35,9	26,8	20,60	27,8	

W badanych drzewostanach pięcioletni przyrost wysokości przeciętnie wynosi 1,19 m. Średnie dla poszczególnych drzewostanów wahają się od 0,35 do 2,57 m. U 50 % drzewostanów, skupionych wokół mediany (w szeregu o wzrastających wartościach Zh5),

TABELA 2  
Charakterystyka przeciętnych cech drzewostanów dla okresu 10 lat

	Zh5 [m]	W [lata]	D [cm]	H [m]	Zd5 [mm]	B [m]	Z	N
x	2,00	81,0	21,3	18,10	17,6	22,3	0,65	259
X <sub>c</sub>	1,79	80,0	21,3	18,20	17,2	22,6	0,62	
δ	0,67	25,5	7,1	4,64	4,1	4,7	0,19	
X <sub>min.</sub>	0,71	29,0	7,7	9,17	8,4	12,9	0,27	
X <sub>max</sub>	4,23	174,0	37,9	29,59	30,8	32,4	1,44	
kwartyl 1	1,52	59,0	15,6	14,13	14,9	18,2	0,53	
kwartyl 3	2,38	101,0	27,2	21,84	20,0	26,3	0,75	
V [%]	33,7	31,5	33,2	25,6	23,2	21,2	28,6	

zawarte są w granicach od 0,80 do 1,53 m. Współczynnik zmienności średnich wartości Zh5 jest bardzo duży i wynosi 40,6%.

Dziesięcioletni przyrost wysokości przeciętnie wynosi 2,00 m. Średnie dla poszczególnych drzewostanów wahają się od 0,71 do 4,23 m. Najbardziej typowe wartości Zh10 dla badanego zbioru wynoszą od 1,52 do 2,38 m. Współczynnik zmienności równa się 33,7% i jest o 17% mniejszy od współczynnika dla Zh5.

W dalszej części pracy zbadano zależność przyrostu wysokości (5- i 10-letniego) od cech drzewostanu zamieszczonych w tabelach 1 i 2 oraz dodatkowo od ilorazów H/D, H/W i Zd/D (tabele 3 i 4). W miarę powiększania się przeciętnej pierśnicy, wysokości i wieku przyrost wysokości zarówno 5- jak i 10-letni maleje ze wzrostem pozostałych cech tzn. klasy bonitacji, stopnia zagęszczenia (tylko Zh5), smukłości (H/D), przeciętnego przyrostu wysokości (H/W) i względnego przyrostu pierśnicy (Zd5/D, Zd10/D) rośnie.

Pięcioletni przyrost wysokości najsilniej jest związany z ilorazem H/W ( $r = 0,751$ ) i wiekiem drzewostanu ( $r = -0,720$ ), stopniowo słabiej z ilorazem H/D ( $r = 0,658$ ), klasą bonitacji ( $r = 0,598$ ), ilorazem Zd5/D ( $r = 0,596$ ), 5-letnim przyrostem pierśnicy ( $r = 0,563$ ), przeciętną pierśnicą ( $r = -0,529$ ), wysokością ( $r = -0,412$ ) i najsłabiej ze stopniem zagęszczenia ( $r = 0,102$ ).

Kolejność cech, od najsilniej do najsłabiej związanych z dziesięcioletnim przyrostem wysokości jest nieco inna niż dla przyrostu pięcioletniego. Na pierwszym miejscu wprawdzie znajduje się przeciętny przyrost wysokości ( $r = 0,712$ ), tak jak przy Zh5, ale na drugim miejscu 10-letni przyrost pierśnicy ( $r = 0,680$ ), a na kolejnych miejscach względny przyrost pierśnicy ( $r = 0,641$ ), wiek ( $r = -0,575$ ), smukłość ( $r = 0,554$ ), klasa bonitacji ( $r = 0,547$ ), przeciętna pierśnica ( $r = -0,219$ ), stopień zagęszczenia ( $r = -0,046$ ) i przeciętna wysokość ( $r = -0,027$ ). Związki ze średnią wysokością i stopniem zagęszczenia są statystycznie nieistotne przy poziomie istotności  $\alpha = 0,01$  i  $\alpha = 0,05$ . Korelacja między Zh10 a ilorazem Zd10/D jest słabsza niż między Zh10 a Zd10. Z tego względu iloraz ten nie powinien być brany pod uwagę jako cecha objaśniająca zmienność Zh10 w regresji prostej.

**TABELA 3**  
Zależność Zh5 od różnych cech drzewostanu

Nr równania	Cechy drzewo- stanu	r	r <sup>2</sup> 100	V <sub>y,x</sub>	Równanie regresji y = a +bx		
					współ. równania		błąd standard. reszty
					a	b	
1	D	-0,529**	28,0	34,5	1,719	-0,031	0,410
2	H	-0,412**	17,0	37,0	1,742	-0,036	0,441
3	W	-0,720**	51,8	28,2	1,917	-0,011	0,336
4	Zd5	0,563**	31,7	33,6	0,174	0,111	0,400
5	B	0,598**	35,8	32,5	-0,215	0,061	0,388
6	Z	0,102*	0,0	40,4	1,011	0,258	0,481
7	H/D	0,658**	43,3	30,6	-0,649	1,906	0,364
8	H/W	0,751**	56,4	26,8	-0,081	4,849	0,319
9	Zd5/D	0,596**	35,5	32,6	0,839	0,491	0,596

\* – współczynnik korelacji istotnie różni się od zera na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$

\*\* – współczynnik korelacji istotnie różni się od zera na poziomie istotności  $\alpha = 0,01$

**TABELA 4**  
Zależność Zh10 od różnych cech drzewostanu

Nr równania	Cechy drzewo- stanu	r	r <sup>2</sup> 100	V <sub>y,x</sub>	Równanie regresji y = a +bx		
					współ. równania		błąd standard. reszty
					a	b	
10	D	-0,219**	4,8	32,9	2,440	-0,021	0,658
11	H	-0,027	0,1	33,7	1,925	0,004	0,674
12	W	-0,575**	33,0	27,6	3,225	-0,015	0,552
13	Zd10	0,680**	46,2	24,7	0,029	0,111	0,494
14	B	0,547**	29,9	28,2	0,259	0,078	0,564
15	Z	-0,046	0,2	33,7	2,104	-0,165	0,673
16	H/D	0,554**	30,7	28,1	-0,559	2,903	0,561
17	H/W	0,712**	50,6	23,7	0,360	6,898	0,473
18	Zd10/D	0,641**	41,1	25,9	0,824	1,288	0,641

\*\* – współczynnik korelacji istotnie różni się od zera na poziomie istotności  $\alpha = 0,01$

Niektóre z przedstawionych związków charakteryzujące się największymi współczynnikami korelacji mogą być wykorzystane w praktyce do szacowania przeciętnej wartości przyrostu drzewostanu. Przy ocenie Zh5 można wziąć pod uwagę równania regresji: Zh5 względem H/W (równanie 8) lub Zh5 względem W (równanie 3) albo Zh względem H/D

(równanie 7), a przy szacowaniu  $Zh_{10}$  równania  $Zh_{10} - H/W$  (równanie 17),  $Zh_{10} - Zd_{10}$  (równanie 13).

Wymienione równania dotyczące  $Zh_5$  objaśniają zmienność przyrostu wysokości na poziomie 56,4, 51,8 i 43,3%, a równania dotyczące  $Zh_{10}$  na poziomie 50,6 i 46,2%. Duża jednak część zmienności przyrostu wysokości pozostaje niewyjaśniona i wynika z innych przyczyn. W związku z tym określanie przyrostu wysokości na podstawie tych równań charakteryzuje się stosunkowo małą dokładnością. Procentowe błędy standardowe dla  $Zh_5$  wynoszą odpowiednio 26,8, 28,2 i 30,6%, a dla  $Zh_{10}$  – 23,7 i 24,7%.

W poszukiwaniu lepszych równań, w większym stopniu objaśniających zmienność przyrostu wysokości, opracowano równania liniowej regresji wielorakiej. Do wyboru najlepszego podzbioru zmiennych niezależnych opisujących zmienną zależną ( $Zh_5$  lub  $Zh_{10}$ ) zastosowano opcję Stepwise Variable Selection z pakietu Statgraphics 5.0. Założono, że do równania regresji wejdą te cechy (zmiennne niezależne), których współczynniki są istotne na poziomie 0,05.

Przed przystąpieniem do obliczeń utworzono zestawy cech, które mogą być ewentualnie uwzględnione w modelu. Kryterium podziału na grupy była dostępność informacji o drzewostanie.

- W pierwszym zestawie wzięto pod uwagę cechy najprostsze i najłatwiejsze do uzyskania: przeciętną pierśnicę, wysokość, wiek oraz ilorazy tych cech  $H/W$  i  $H/D$ .
- Drugi zestaw rozszerzono w porównaniu z pierwszym o wzrostową klasę bonitacji.
- Trzeci zestaw powiększono w porównaniu z pierwszym o przyrost pierśnicy ( $Zd_5$  lub  $Zd_{10}$  w zależności od tego czy wyznaczany jest  $Zh_5$  czy  $Zh_{10}$ ) i względną wartość przyrostu pierśnicy ( $Zd_5/D$  lub  $Zd_{10}/D$ ).
- W czwartym zestawie uwzględniono wszystkie cechy jakie wzięto pod uwagę w zestawach od 1 do 3, a więc  $D$ ,  $H$ ,  $W$ ,  $H/W$ ,  $H/D$ ,  $Zd/D$ ,  $B$ .

W rezultacie badań otrzymano dla każdego zestawu cech optymalne równania regresji  $Zh_5$  i  $Zh_{10}$  o postaci:

$$Zh_5 = -0,186 - 0,066H + 0,009W + 7,014H/W \quad (a)$$

$$R = 0,853; \quad 100R^2 = 72,72; \quad V_{y.x..} = 21,2\%; \quad SE = 0,252$$

$$Zh_5 = -0,159 - 0,013D - 0,061H + 0,005 W + 0,097B \quad (b)$$

$$R = 0,878; \quad 100R^2 = 77,10; \quad V_{y.x..} = 19,4\%; \quad SE = 0,231$$

$$Zh_5 = -1,847 - 0,054H + 1,087H/D + 0,011W + 0,077Zd_5 + 5,333H/W \quad (c)$$

$$R = 0,911; \quad 100R^2 = 83,08; \quad V_{y.x..} = 16,7\%; \quad SE = 0,199$$

$$\text{Zh5} = -1,197 - 0,021D - 0,057H + 0,626H/D + 0,007W + 0,079B + 0,093Zd5 + 0,190Zd/D$$

$$R = 0,924; \quad 100R^2 = 85,38; \quad V_{y.x..} = 15,5\%; \quad SE = 0,184 \quad (d)$$

$$\text{Zh10} = -0,705 + 1,553H/D + 5,625H/W \quad (e)$$

$$R = 0,758; \quad 100R^2 = 57,48; \quad V_{y.x..} = 22,0\%; \quad SE = 0,439$$

Równanie 23 jest najlepsze dla 1 i 2 grupy cech związanych z Zh10.

$$\text{Zh10} = -1,697 + 0,058H + 0,015W + 0,070Zd10 + 6,270H/W + 0,607Zd10/D - 0,088D$$

$$R = 0,906; \quad 100R^2 = 82,10; \quad V_{y.x..} = 14,3\%; \quad SE = 0,285 \quad (f)$$

$$\text{Zh10} = -1,442 - 0,084D + 0,012W + 0,084Zd10 + 0,411Zd10/D + 0,109B \quad (g)$$

$$R = 0,907, \quad 100R^2 = 82,29, \quad V_{y.x..} = 14,2\%, \quad SE = 0,283$$

Pod równaniami podano współczynnik korelacji wielorakiej (R), procentową wartość współczynnika determinacji ( $100R^2$ ), współczynnik zmienności przy wyłączonym wpływie badanych cech ( $V_{y.x..}$ ) oraz błąd standardowy równania - odchylenie standardowe reszt (SE).

Przedstawione równania mogą być zastosowane w praktyce do szacowania okresowego 5-letniego (a-d) lub 10-letniego (e-g) przyrostu wysokości. Wymaga to jednak wcześniejszego wyznaczenia określonych cech drzewostanu. Przy stosowaniu równania:

- (a) należy wyznaczyć H i W,
- (b) – H, W, D i B,
- (c) – H, W, D i Zd5,
- (d) – H, W, D, Zd5 i B,
- (e) – H, D i W,
- (f) – H, D, W i Zd10,
- (g) – B, D, W i Zd10.

Równania te, ze względu na zawarte w nich zmienne niezależne, w różnym stopniu objaśniają zmienność zmiennej zależnej. Zmienność pięcioletniego przyrostu wysokości jest objaśniona nimi od 72,7 (równanie a) do 85,4% (równanie d), a zmienność Zh10 od 57,5 (równanie e) do 82,3% (równanie g). Również z zastosowaniem ich związany jest określony błąd średni oszacowania Zh równy współczynnikowi zmienności przy wyłączonym wpływie zmiennych niezależnych wchodzących do równania. Błąd ten dla zaproponowanych równań Zh5 wynosi odpowiednio 21,2% (równanie a), 19,4% (równanie b), 16,7% (równanie c) i 15,5% (równanie d), a dla równań Zh10 – 22,0% (równanie e), 14,3% (równanie f) i 14,2% (równanie g).

Dwa spośród przedstawionych równań, a mianowicie równanie f i g są praktycznie tak samo dokładne. Również większość cech potrzebnych do ich zastosowania jest ta sama (przeciętna pierśnica, 10-letni przyrost pierśnicy, wiek drzewostanu). Różnymi cechami są tylko przeciętna wysokość drzewostanu (równanie f) i klasa bonitacji (równanie g). O zastosowaniu w praktyce tych wzorów zadecyduje łatwiejsza dostępność jednej z tych cech. Do czasu powszechnego stosowania wzrostowej klasy bonitacji będzie to przeciętna wysokość, a później raczej klasa bonitacji.

W porównaniu z przedstawionymi wcześniej równaniami regresji prostej zaproponowane równania regresji wielorakiej znacznie podnoszą dokładność szacowania okresowego przyrostu wysokości.

### Podsumowanie i wnioski

- W badanych 388 drzewostanach sosnowych przeciętne wartości 5-letniego przyrostu wysokości wynoszą od 0,35 do 2,57 m, a średnio równają się 1,19 m. Zmienność ich jest bardzo duża, bowiem współczynnik zmienności wynosi aż 40,6%.
- W badanych 259 drzewostanach sosnowych przeciętne wartości 10-letniego przyrostu wysokości wahają się od 0,71 do 4,23 m, a średnio wynoszą 2,00 m. Zmienność  $Z_{h10}$  jest duża, ale mniejsza niż  $Z_{h5}$ . Współczynnik zmienności wynosi 33,7%.
- Zbadano zależność 5 i 10-letniego przyrostu wysokości od pierśnicy ( $r=-0,529$ ,  $r=-0,219$ , pierwszy współczynnik korelacji określa moc związku  $Z_{h5}$  z D, a drugi  $Z_{h10}$  z D), wysokości ( $r=-0,412$ ,  $r=-0,027$ ), wieku ( $r=-0,720$ ,  $r=-0,575$ ) przyrostu pierśnicy ( $r=0,563$ ,  $r=0,680$ ), wzrostowej klasy bonitacji ( $r=0,598$ ,  $r=0,547$ ), stopnia zagęszczenia ( $r=0,102$ ,  $r=-0,046$ ) oraz od smukłości (H/D) ( $r=0,658$ ,  $r=0,554$ ), przeciętnego przyrostu wysokości (H/W), ( $r=0,751$ ,  $r=0,712$ ) i względnego przyrostu pierśnicy ( $Z_{d5}/D$ ,  $Z_{d10}/D$ ) ( $r=0,596$ ,  $r=0,641$ ). Ze wzrostem D, H i W przyrost wysokości (5- i 10-letni) maleje, ze wzrostem pozostałych cech rośnie. Zależność  $Z_{h5}$  od H oraz  $Z_{h5}$  i  $Z_{h10}$  od Z jest statystycznie nieistotna.
- Spośród uwzględnionych w badaniach cech najmocniejszymi diagnostycznie zmiennymi objaśniającymi zmienność 5-letniego przyrostu wysokości są: H/W ( $r^2=0,564$ ), W ( $r^2=0,518$ ) i H/D ( $r^2=0,433$ ), a 10-letniego przyrostu: H/W ( $r^2=0,506$ ) oraz  $Z_{d10}$  ( $r^2=0,462$ ). Cechy te mogą być ewentualnie uwzględnione w szacowaniu okresowego przyrostu wysokości drzewostanu (równania regresji 8, 3, 7, 17, 13). Ze względu jednak na dużą zmienność ogólną przeciętnej wartości przyrostu wysokości, szacowanie to obciążone będzie dość dużymi błędami średnimi, wynoszącymi od 26,8 do 30,6% dla  $Z_{h5}$  i od 23,7 do 24,7% dla  $Z_{h10}$ .



- Opracowano cztery równania liniowej regresji wielorakiej (a, b, c, d), które mogą znaleźć zastosowanie w określaniu 5 - letniego przyrostu wysokości drzewostanu. Oszacowanie na ich podstawie przyrostu wysokości wymaga znajomości różnych cech drzewostanu. I tak przy stosowaniu równania a należy znać przeciętną wysokość i wiek drzewostanu, przy zastosowaniu równania b – przeciętną wysokość i wiek, a ponadto przeciętną pierśnicę i klasę bonitacji, przy stosowaniu wzoru c – przeciętną wysokość, pierśnicę, wiek i 5-letni przyrost pierśnicy, a przy stosowaniu wzoru d – wszystkie cechy, które uwzględnia się przy równaniu c i dodatkowo klasę bonitacji. Równania te w dużym stopniu (72,7%, 77,1%, 83,1%, 85,4%) objaśniają zmienność  $Zh_5$  w badanym zbiorze. Ze względu jednak na dużą ogólną zmienność  $Zh_5$  (40,6%), procentowe błędy standardowe szacowania przeciętnej wartości  $Zh_5$  omawianymi wzorami są dość duże i wynoszą odpowiednio: 21,2, 19,4, 16,7 i 15,5%.
- Zaproponowano trzy wzory empiryczne (e, f i g) służące do wyznaczania przeciętnej wartości 10-letniego przyrostu wysokości drzewostanu. We wzorach tych powiązано przyrost wysokości z różnymi cechami drzewostanu. W równaniu e zmiennymi objaśniającymi są: przeciętna wysokość i pierśnica oraz wiek drzewostanu, w równaniu f – przeciętna wysokość, pierśnica, wiek drzewostanu, a także 10-letni przyrost pierśnicy, w równaniu g – przeciętna pierśnica, wiek, 10-letni przyrost pierśnicy i klasa bonitacji. Równania te w dużym stopniu (57,5, 82,1 i 82,3%) wyjaśniają zmienność  $Zh_{10}$ . Procentowe błędy standardowe szacowania nimi 10-letniego przyrostu wysokości są zbliżone do błędów określania  $Zh_5$  (wzorami a-d) i wynoszą odpowiednio 22,0, 14,3 i 14,2%.
- Zaproponowane wzory empiryczne (a-d i e-g) mogą znaleźć zastosowanie przy określaniu przeciętnej wartości 5 i 10-letniego przyrostu wysokości w niektórych metodach określania przyrostu miąższości, a także w modelu wzrostu dla sosny.
- Pożądane jest przeprowadzenie oceny dokładności zaproponowanych wzorów na podstawie materiału empirycznego, pochodzącego z innych, nie badanych drzewostanów.
- Wskazane są dalsze badania nad doskonaleniem sposobów określania przyrostu wysokości w drzewostanach sosnowych, a także badania zmierzające do opracowania wzorów empirycznych dla innych gatunków drzew.

*Zakład Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu SGGW  
ul. Rakowiecka 26/30, 02-528 Warszawa  
e-mail: les\_kpl@delta.sggw.waw.pl*

## Literatura

1. **Borowski M.**, 1970: Krytyczna ocena zastosowania przyrostu przeciętnego do określania przyrostu bieżącego. *Sylvan*, 12: 37-45.
2. **Bruchwald A.**, 1971: Metoda określania bieżącego przyrostu miąższości drzewostanu przy zastosowaniu właściwej liczby kształtu  $f_{1/3}$ . *FFP, s.A*, 18: 99-131.
3. **Bruchwald A.**, 1977: Change in top height of pine forest stands with age. *Bull. Acad. Pol. Sci. ser. biol.* 5: 335-342.
4. **Bruchwald A.**, 1979: Zmiana z wiekiem wysokości górnej w drzewostanach sosnowych. *Sylvan*, 2: 1-11.
5. **Bruchwald A.**, 1986: Simulation growth model MDI-1 for Scots pine. *Ann. Warsaw Agricult. Univ. SGGW-AR, For. and Wood Technol.* 34: 47-52
6. **Bruchwald A.**, 1995: *Dendrometria*. II wyd., Wyd. SGGW, Warszawa.
7. **Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M.**, 1996: Model wzrostu dla drzewostanów dębu szypułkowego. *Sylvan* 10: 35-44.
8. **Drzymała J.**, 1997: Ocena dokładności wybranych sposobów określania przyrostu wysokości drzew stojących dla sosny. *Maszynopis. Zakład Dendrometrii i Nauki o Produkcyjności Lasu SGGW*.
9. **Bruchwald A., Dudzińska M., Wirowski M.**, 1998: Model wzrostu dla liściastych gatunków drzew leśnych. Model wzrostu dla buka. *Dokumentacja IBL*. Warszawa.
10. **Bruchwald A., Dudzińska T., Dudek A., Michalak K., Wróblewski L., Zasada M.**, 1999: Model wzrostu dla drzewostanów świerkowych. *Sylvan*, 1: 19-31.
11. **Gieruszyński T.**, 1961: Badanie dokładności i doskonalenie sposobów oznaczania przyrostu miąższości drzewostanu za pomocą tabel miąższości. *Acta Agr. et Silv. s. Leś.* vol.I: 21-37.
12. **Gieruszyński T.**, 1961: Oznaczanie przyrostu wysokości drzew na pniu. *Acta Agr. et Silv. s. Leś.* vol.I: 2-19.
13. **Grochowski J.**, 1960: Metoda określania wstecz bieżącego przyrostu miąższości drzewostanu za pomocą tablic miąższości. *FFP. s.A.*, 4: 5-29
14. **Grochowski J.**, 1973: *Dendrometria*. PWRiL, Warszawa
15. **Lemke J., Meixner J.**, 1967: Badania nad dokładnością określania przyrostu wysokości drzew w drzewostanie sosnowym według sposobu T. Gieruszyńskiego. *FFP, s. A*, 13: 291-305.
16. **Meixner J.**, 1977: Sposoby szacowania przyrostu wysokości drzew. *PTPN, WNRiL*, t.XLIV: 109-113.
17. **Meixner J.**, 1978: Ocena dokładności sposobów szacowania przyrostu wysokości drzew stojących. *PTPN, WNRiL*, t.XLVI: 81-88.

18. **Meixner J.**, 1979: Dalsze badania nad dokładnością wzorów do szacowania przyrostu wysokości drzew stojących. PTPN, WNRiL, t.XLVIII: 85-93.
19. **Meixner J.**, 1981: Dokładność szacowania przyrostu wysokości drzew drzewostanu dębowego według wzorów T. Gieruszyńskiego i J. Meixnera. PTPN, WNRiL, t.LII: 101-108.
20. **Rymer-Dudzińska T.**, 1997: Badania nad pięcioletnim przyrostem wysokości w drzewostanach sosnowych. Sylwan, 10: 21-34.
21. **Rymer-Dudzińska T.**, 1998: Statystyczna charakterystyka dziesięcioletniego przyrostu wysokości drzew w drzewostanach sosnowych. Sylwan, 7: 67-79.
22. **Zasada M.**, 1999: The growth model for fir (*Abies alba* Mill.). FFP, s.A., 41: 37-46.

## Summary

### Empirical equations for height growth in pine stands

The relationship between the average 5- and 10-year height growth values and different stand parameters was analysed. The study was based on empirical material collected from big pine forest complexes of Poland. The material contained the 5-year height growth data from 388 stands, and the 10-year height growth data from 259 stands. Basing on the results the following statements can be formulated:

- Average differences in 5-year height growth in 388 pine stands ranged between 0.35 and 2.57 m, and the mean equalled 1.19 m. The variation in height growth was very high, and the coefficient of variation was as high as 40.6%.
- Average differences in 10-year height growth values in 295 pine stands ranged between 0.71 and 4.23 m, and the mean equalled 2.00 m. The Zh10 was very high, but lower than Zh5. The coefficient of variation equalled 33.7%.
- The relationship between 5- and 10-year height growth and diameter at breast height ( $r = -0.529$ ,  $r = -0.219$ , the first correlation coefficient was showing the strength of the relationship between Zh5 and D, and the second between Zh10 and D), height ( $r = -0.412$ ,  $r = -0.027$ ), age ( $r = -0.720$ ,  $r = -0.575$ ), dbh growth ( $r = 0.563$ ,  $r = 0.6580$ ), height quality class ( $r = 0.598$ ,  $r = 0.547$ ), density coefficient ( $r = 0.102$ ,  $r = -0.0046$ ), as well as stem slenderness (H/dbh) ( $r = 0.658$ ,  $r = 0.554$ ), mean height growth (h/w) ( $r = 0.751$ ,  $r = 0.712$ ) and relative dbh growth (Zd5/D, Zd10/D) ( $r = 0.596$ ,  $r = 0.641$ ) was analysed. With the increase of D, H and W the 5- and 10-year height growth decreased, and with the increase of other parameters it increased. The relationship between Zh5 and H and Zh5 and Zh10 was statistically insignificant.
- Among the parameters under analysis the variables best describing the variation of the 5-year height growth were H/W ( $R^2 = 0.564$ ), W ( $R^2 = 0.518$ ) and H/D ( $R^2 = 0.433$ ), and of the 10-year height growth were H/W ( $R^2 = 0.506$ ) and Zd10 ( $R^2 = 0.462$ ). These parameters might be considered in estimating a periodical stand growth (regression equations 8, 3, 7, 17, 13). However, due to the high variation

in the mean height growth the estimation will be contain big mean errors ranging from 26.8 to 30.6% for Zh5 and from 23.7 to 24.7% for Zh10.

- ❑ Four multiple linear regression equations (a, b, c, d) were developed which may find application in calculating the 5-year height growth of a stand. These equations require a number of stand parameters to estimate its height growth. For the equation average height and age of a stand should be provided, for the equation b – average height and age, and besides average dbh and stand quality class, for the equation c – average height, dbh, age and 5-year dbh growth, for the equation d – all the parameters in the equation c and additionally stand quality class. The equations explain, to a high degree (72.7%, 77.1%, 83.1%, 85.4%) the variation in Zh5, however, due to the high general Zh5 variation the percentage standard errors in estimating the average Zh5 using the equations were high and equalled 21.2, 19.4, 16.7 and 15.5%, respectively.
- ❑ Three empirical equations (e, f, and g) were developed to estimate the average 10-year height growth of a stand. The equations show the correlation between the height growth and different stand parameters. In the equation e the describing variables were: stand average height, dbh and age, in the equation f – stand average height, dbh and age, and additionally 10-year dbh growth, in the equation g – average dbh, age, 10-year dbh growth and stand quality class.
- ❑ The equations explain to a high degree (57.5, 82.1 and 82.3%) the variation of Zh10. The percentage standard errors in estimating the average 10-year height growth using the equations were close to the errors in estimating Zh5 (equations a–d) and equalled 22.0, 14.3 and 14.2%, respectively.
- ❑ The empirical equations (a–d and e–g) can be applicable to estimate the average 5- and 10-year height growth in the methods estimating volume increment and also in the pine growth model.
- ❑ It is advisable to evaluate the accuracy of the proposed equations basing on empirical material collected from the stands not subject to this study.
- ❑ It is advisable to continue the research on the improvement of the methods for estimating height growth in pine stands, as well as the research aimed to develop empirical equations for other tree species.