ZESZYTY PROBLEMOWE POSTĘPÓW NAUK ROLNICZYCH 1989, z. 382

ANALIZA ZDOLNOŚCI KOMBINACYJNEJ MIESZAŃCÓW Z KRZYŻOWANIA DIALLELICZNEGO W DOŚWIADCZENIACH WIELOKROTNYCH*

Zygmunt Kaczmarek, Paweł Krajewski

Instytut Genetyki Roślin PAN w Poznaniu

Analiza statystyczna pojedynczego doświadczenia genetyczno-hodowlanego, którego obiektami są genotypy otrzymane w wyniku określonego systemu krzyżowania dostarcza jedynie informacji o zachowaniu się porównywanych genotypów w warunkach glebowo-klimatycznych istniejących w środowisku, w którym doświadczenie to było założone. Ponieważ z reguły żądamy informacji o zachowaniu się genotypów w rozmaitych warunkach, winno się zakładać doświadczenia nie w jednym, lecz w wielu środowiskach.

Metody opracowywania serii doświadczeń wielokrotnych, a więc zakładanych w różnych środowiskach z tymi samymi obiektami doświadczalnymi, są przedmiotem zainteresowania rolników i biometryków już od przeszło pięćdziesięciu lat. Obfita literatura na ten temat ogranicza się jednakże do analizy doświadczeń prowadzonych w najprostszych układach blokowych, przeważnie kompletnych. Metody statystyczne analizy doświadczeń zakładanych w dowolnych układach blokowych /także niekompletnych/ opisane zostały przez Kaczmarka [2]. Obecna praca ma na celu pokazanie możliwości wykorzystania przedstawionych tam teoretycznych podstaw analizy wyników doświadczeń wielokrotnych. Stosując zawarte w cytowanej pracy odpowiednie estymatory i statystyki testowe, oparte na wielozmiennej analizie wariancji, można uzyskać szczegółowe wnioski dotyczące poszczególnych genotypów i porównań między nimi, tak co do ich efektów głównych /przeciętnych/, jak i ich interakcji ze środowiskami. Poprzez konstrukcję odpowiednich porównań między liniami ro-

*Praca wykonana w ramach Centralnego Programu Badań Podstawowych CPBP 05.01.

dzicielskimi i mieszańcami otrzymanymi w wyniku krzyżowania diallelicznego możliwe jest uzyskanie wielostronnych informacji dotyczących interesujących parametrów genetyczno-hodowlanych linii. Uzupełnieniem tych informacji umożliwiających głębsze wyjaśnienie wniosków statystycznych, opartych na testowaniu hipotez, mogą być także wyniki otrzymane za pomocą analizy składowych głównych i regresji wielokrotnej.

W niniejszej pracy, oprócz krótko prezentowanego modelu obserwacji omówiono sposoby przedstawiania wybranych parametrów, takich jak ogólna i specyficzna zdolność kombinacyjna oraz średni efekt heterozji, w postaci odpowiednio skonstruowanych kontrastów. Podane są również wzory umożliwające znajdowanie współczynników tych kontrastów dla systemów diallelicznych /I i II typ według klasyfikacji Griffinga [1] / o dowolnej liczbie linii rodzicielskich oraz odpowiednie przykłady numeryczne.

WPROWADZENIE I MODEL OBSERWACJI

Przedmiotem analizy są wyniki serii doświadczeń wielokrotnych przeprowadzonych z tym samym zestawem I genotypów w jednakowym układzie doświadczalnym, np. losowanych bloków w J różnych środowiskach. Zbiór I genotypów obejmuje linie rodzicielskie /w liczbie n/ oraz mieszańce /w liczbie n(n-1)/ powstałe w wyniku prostego i odwrotnego krzyżowania diallelicznego wspomnianych linii. W analizowanej serii mogą wystąpić także odmiany wzorcowe /w liczbie $w \geqslant 0$/.

Matematyczny model obserwacji, na którym oparta jest analiza statystyczna, można zapisać w postaci

$$\underline{Y} = \underline{1}_J \, \underline{\mu}' + \underline{a}^E + \underline{e} \;, \qquad /1/$$

gdzie $\underline{Y}$ jest (JxI)-wymiarową macierzą J I-wymiarówych wektorów obserwacji $\underline{y}_j$ postaci

$$\underline{Y} = [\underline{y}_1, \underline{y}_2, \ldots, \underline{y}_J]' \qquad /2/$$

przy czym i-tym elementem wektora

$$\underline{y}_j = [y_{1j*}, y_{2j*}, \ldots, y_{Ij*}]' \qquad /3/$$

jest wielkość y_{ij^*}, będąca średnim plonem „poprawionym"/ze względu na układ doświadczenia/ i-tego genotypu /i = 1, 2, ...,I/ zaobserwowanym w j-tym j = 1, 2,...,J środowisku. Występujący w modelu (1) wektor

$$\underline{\mu} = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_I]'$$

jest i-wymiarowym wektorem przeciętnych „prawdziwych" plonów i-tego genotypu, natomiast macierz

$$\underline{a}^E = [\underline{a}^E(1), \underline{a}^E(2), \dots, \underline{a}^E(J)]',$$

gdzie

$$\underline{a}^E(j) = a_1^E(j), a_2^E(j), \dots, a_I^E(j) \, '$$

jest (J x I)-wymiarową macierzą losowych wpływów środowiska, określonego przez miejsce eksperymentu w j-tej miejscowości lub j-tym roku, na i-ty genotyp. Wreszcie

$$\underline{e} = [\underline{e}_1, \underline{e}_2, \dots, \underline{e}_J]',$$

gdzie

$$\underline{e}_j [= e_{1j^*}, e_{2j^*}, \dots, e_{Ij^*}] \, '$$

jest (J x I)-wymiarową macierzą przeciętnych „błędów" losowych doświadczeń.

Dla wektorów $\underline{e}_j$ i $\underline{a}^E(j)$ przyjęto te same założenia jak w pracy Kaczmarka [2]. A więc wektor wartości oczekiwanych $E(\underline{e}_j) = 0$ i macierz dyspersji $D(\underline{e}_j) = \sigma^2 \underline{\Omega}$, gdzie $\underline{\Omega}$ jest macierzą Tochera [3], zależą od zastosowanego układu doświadczalnego, natomiast $E\{\underline{a}^E(j)\} = \underline{0}$ a $D\{\underline{a}^E(j)\} = \underline{\Sigma}_m$. Ponadto $E\{\underline{a}^E(j)\, \underline{e}_j'\} = 0$.

Przedstawienie modelu obserwacji w postaci wzoru (1) umożliwia zastosowanie w analizie wyników doświadczeń wielozmiennej analizy wariancji oraz innych metod wielowymiarowych uzupełniających tę analizę. Konieczne jest więc założenie, że wszystkie wektory losowe $\underline{y}_j$ macierzy $\underline{Y}$ mają niezależne i wielowymiarowe rozkłady normalne z wektorem wartości oczekiwanych $\underline{\mu}$ i macierzą kowariancji $\underline{\Sigma}_y = \underline{\Sigma}_m + \sigma^2 \underline{\Omega}$.

Chcąc w analizie opartej na modelu (1) przeprowadzać porównania między genotypami, należy jeszcze dokonać przekształcenia wektora $\underline{y}_j$ do postaci

$$\underline{z}_j = \underline{G}\, \underline{y}_j, \qquad /4/$$

gdzie

$$\underline{G} = \underline{I}_I - \underline{1}_I\underline{1}'/I , \qquad /5/$$

/z $\underline{1}_I$ jako I-wymiarowym wektorem jedynek oraz z $\underline{I}_I$ jako macierzą jednostkową/.

ANALIZA PARAMETRÓW GENETYCZNO-HODOWLANYCH W PRZYPADKU PEŁNEJ TABLICY DIALLELICZNEJ /TYP I GRIFFINGA/

Estymatory parametrów ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej oraz efektu heterozji

Dokonamy teraz szczegółowego omówienia metody analizy ważniejszych parametrów genetyczno-hodowlanych takich, jak ogólna i specyficzna zdolność kombinacyjna /GCA i SCA/ oraz średni efekt heterozji, zdefiniowanych dla mieszańców z krzyżowania diallelicznego typu I według klasyfikacji Griffinga [1]. Analizę taką przeprowadzimy pod kątem badania ocen efektów GCA, SCA i efektów heterozji oraz interakcji tych efektów ze środowiskami.

Przypomnijmy, że w analizowanej serii doświadczeń z I genotypami, znajduje się n linii rodzicielskich, n(n-1) mieszańców otrzymanych w wyniku prostego i odwrotnego krzyżowania diallelicznego tych linii oraz w wzorców /odmian standardowych/. Średnie bądź średnie „poprawione" ze względu na układ doświadczeń dla linii rodzicielskich oraz mieszańców otrzymane z j-tego doświadczenia (j = 1, 2,...,J) można przedstawić w postaci następującej tablicy diallelicznej

$$\begin{matrix} x^j_{11} & x^j_{12} & \cdots & x^j_{1n} \\ x^j_{21} & x^j_{22} & \cdots & x^j_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ x^j_{n1} & x^j_{n2} & \cdots & x^j_{nn} \end{matrix} \qquad /6/$$

gdzie

x^j_{pp} - średnia dla p-tej linii rodzicielskiej,

x^j_{pr} $(p<r)$ - średnie dla potomstwa p-tej linii użytej jako matka z j-tą linią użytą jako ojciec,

x^j_{rp} - średnia dla potomstwa z krzyżowania odwrotnego.

Średnie dla wzorców z tego doświadczenia oznaczamy symbolami $x_1^j, x_2^j, \ldots, x_w^j$.

Przy tych oznaczeniach, estymatory interesujących parametrów genetyczno-hodowlanych, dla j-tego doświadczenia, są następujące:

a/ dla ogólnej zdolności kombinacyjnej p-tej linii rodzicielskiej $(p = 1, 2, \ldots, n)$

$$\hat{g}_p^j = \frac{1}{2n}\,(x_{p.}^j + x_{.p}^j) - \frac{1}{n^2}\,x_{..}^j\,, \qquad /7/$$

b/ dla specyficznej zdolności kombinacyjnej mieszańców p-tej oraz r-tej linii rodzicielskiej $(p, r = 1, 2, \ldots, n;\ p < r)$

$$\hat{s}_{pr}^j = \frac{1}{2}(x_{pr}^j + x_{rp}^j) - \frac{1}{2n}\,(x_{p.}^j + x_{.p}^j + x_{r.}^j + x_{.r}^j) + \frac{1}{n^2}\,x_{..}^j\,, \qquad /8/$$

$$\hat{s}_{pr}^j = -\hat{s}_{rp}^j,$$

c/ dla średniego efektu heterozji potomstwa p-tej linii rodzicielskiej, $p = 1, 2, \ldots, n$

$$\hat{h}_p^j = \frac{n}{n-1}\,x_{pp}^j - \frac{1}{2(n-1)}\,(x_{p.}^j + x_{.p}^j), \qquad /9/$$

d/ dla średniego efektu heterozji potomstwa wszystkich linii rodzicielskich

$$\hat{h}^j = \frac{1}{n-1}\,x_o^j - \frac{1}{n(n-1)}\,x_{..}^j, \qquad /10/$$

gdzie

$$\left.\begin{aligned}
x_{p.}^j &= \sum_{r=1}^{n} x_{pr}^j,\\
x_{.p}^j &= \sum_{r=1}^{n} x_{rp}^j,\\
x_{r.}^j &= \sum_{p=1}^{n} x_{rp}^j,\\
x_{.r}^j &= \sum_{p=1}^{n} x_{pr}^j,\\
x_{..}^j &= \sum_{p=1}^{n}\sum_{r=1}^{n} x_{pr}^j,\\
x_{o}^j &= \sum_{p=1}^{n} x_{pp}^j.
\end{aligned}\right. \qquad /11/$$

Ocena efektów ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej i efektów heterozji oraz interakcji tych efektów ze środowiskami

Aby przedstawiona w pracy Kaczmarka [2] metoda analizy poszczególnych genotypów i kontrastów między nimi mogła mieć zastosowanie przy analizie wybranych parametrów genetyczno-hodowlanych należy parametry te przedstawić w postaci kontrastów /porównań/ między genotypami wyznaczonych przez odpowiednio określone wektory współczynników tych kontrastów. Niezbędne jest w tym celu przedstawienie średnich dla linii i mieszańców j-tej tablicy diallelicznej ($j = 1, 2, \ldots, J$) oraz średnich dla wzorców z j-tego doświadczenia jako elementów $(I\times1)$-wymiarowego wektora $\underline{y}_j$ macierzy $\underline{Y}$ określonej w modelu (2) w taki sposób, aby (p,r)-ta „obserwacja" z tablicy diallelicznej znalazła się w wektorze $\underline{y}_j$ na $\{(p-1)n + r\}$ -tej pozycji dla $p, r = 1, 2, \ldots, n$. Zależność tę można zapisać następująco:

$$N(p,r) = (p-1)n + r, \quad p,r = 1, 2, \ldots, n \qquad /12/$$

Wobec $I = n^2 + w$, wzorce /w liczbie w/ znajdują się w sektorze $\underline{y}_j$ na pozycjach n^2+1, $N^2+2, \ldots, n^2+w$.

Celem przeprowadzenia szczegółowej analizy efektów ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej oraz efektów heterozji, zdefiniujemy najpierw wektory współczynników wyznaczające porównania między genotypami o określonym znaczeniu genetycznym.

a/ Aby dokonać analizy efektów ogólnej zdolności kombinacyjnej p-tej linii rodzicielskiej ($p = 1, 2, \ldots, n$) polegającej na znalezieniu i testowaniu oceny efektów poszczególnych linii, na weryfikacji hipotezy o braku interakcji efektów GCA ze środowiskami i na badaniu tej interakcji za pomocą regresji /poprzez podanie wartości współczynników regresji i determinacji oraz wartości statystyki F dla regresji i odchyleń od regresji/ zgodnie z wzorami przedstawionymi przez Kaczmarka [2] należy utworzyć wektor

$$\underline{c}_p = \frac{1}{2n^2}[c_{p1}, c_{p2}, \ldots, c_{pI}]',$$

którego składowe c_{pi} $\left(\sum_{i=1}^{I} c_{pi} = 0\right)$ przyjmują wartości:

$$c_{pi} = \begin{cases} 2n-2 & \text{dla } i = (p-1)n + p, \\ n-2 & \text{dla } \left.\begin{array}{l} i = (p-1)n + r \\ i = (r-1)n + p \end{array}\right\}, \quad r \neq p \\ 0 & \text{dla } i = n^2+s, \quad s = 1, 2, \ldots, w \\ -2 & \text{dla pozostałych } i, \quad i = 1, 2, \ldots, I. \end{cases} \qquad /13/$$

Jednoczesnemu testowaniu podlega tutaj $U=n$ porównań między geno - typami.

P r z y k ł a d . Weźmy pod uwagę $n = 3$ linie rodzicielskie oraz $w = 1$ wzorzec. Wtedy $I = 10$. Wektory współczynników $U=3$ kontrastów $\underline{c}_p$ ($p = 1, 2, 3$) oznaczających efekty GCA poszczególnych linii wyznaczone na podstawie modelu (13) są następujące:

$$\underline{c}_1 = \frac{1}{18}[4, 1, 1, 1, -2, -2, 1, -2, -2, 0]',$$

$$\underline{c}_2 = \frac{1}{18}[-2, 1, -2, 1, 4, 1, -2, 1, -2, 0]',$$

$$\underline{c}_3 = \frac{1}{18}[-2, -2, 1, -2, -2, 1, 1, 1, 4, 0]'.$$

b/ Dla specyficznej zdolności kombinacyjnej mieszańców p-tej oraz r-tej linii rodzicielskiej ($p, r = 1, 2, \ldots, p$) składowe c_{pri} wektora $\underline{c}_{pr} = \left[\frac{1}{2n^2} c_{pr1}, c_{pr2}, \ldots, c_{prI}\right]'$, $p < r$ ($\sum_i^I c_{pri} = 0$) przyjmują wartości:

$$c_{pri} = \begin{cases} n^2 - 2n + 2 & \text{dla } \left.\begin{array}{l} i = (p-1)n + r \\ i = (r-1)n + p \end{array}\right\}, \quad r \neq p \\ -2n + 2 & \text{dla } \left.\begin{array}{l} i = (p-1)n + p \\ i = (r-1)n + r \end{array}\right\}, \quad r \neq p \\ -n + 2 & \text{dla } \left.\begin{array}{l} i = (p-1)n + k \\ i = (k-1)n + p \\ i = (r-1)n + k \\ i = (k-1)n + r \end{array}\right\}, \quad \begin{array}{l} k = 1, 2, \ldots, n \\ k \neq p, r \end{array} \\ 0 & \text{dla } i = n^2+n, \quad s = 1, 2, \ldots, w \\ 2 & \text{dla pozostałych } i, \quad i = 1, 2, \ldots, I. \end{cases} \qquad /14/$$

Jednoczesnemu testowaniu objętych jest w tym przypadku $U=n(n-1)$ 2 porównań.

P r z y k ł a d . Dla n, w oraz I takich samych jak w (a), a więc dla $n = 3$, $w = 1$, $I = 10$ wektory współczynników $U = 3$ kontrastów oznaczających efekty SCA poszczególnych par linii rodzicielskich wyznaczone na podstawie modelu (14) są następujące:

$$\underline{c}_{12} = \frac{1}{18}\,[-4,\ 5,\ -1,\ 5,\ -4,\ -1,\ -1,\ -1,\ 2,\ 0]',$$

$$\underline{c}_{13} = \frac{1}{18}\,[-4,\ -1,\ 5,\ -1,\ 2,\ -1,\ 5,\ -1,\ -4,\ 0]',$$

$$\underline{c}_{23} = \frac{1}{18}\,[-4,\ 5,\ -1,\ 5,\ -4,\ -1,\ -1,\ -1,\ 2,\ 0]',$$

c/ W celu przeprowadzenia analizy dotyczącej oceny i badania interakcji średnich efektów heterozji potomstwa p-tej linii rodzicielskiej ($p = 1, 2,\dots,n$), składowe c_{pi} wektora

$\underline{c}_p = \frac{1}{2n-2}\,[c_{p1}, c_{p2},\dots,c_{pI}]'$ przyjmują wartości:

$$c_{pi} = \begin{cases} 2n-2 & \text{dla } i = (p-1)n + p, \\ -1 & \text{dla } \left.\begin{array}{l} i = (p-1)n + r \\ i = (r-1)n + p \end{array}\right\},\ r \neq p \\ 0 & \text{dla pozostałych } i,\ i = 1, 2,\dots,I. \end{cases} \qquad /15/$$

Podobnie jak dla GCA liczba porównań między genotypami testowanych jednocześnie wynosi $U = n$.

P r z y k ł a d . Dla $n = 3$, $w = 1$ i tym samym $I = 10$ wektory współczynników poszczególnych linii rodzicielskich, wyznaczone na podstawie modelu (15), są następujące:

$$\underline{c}_1 = \frac{1}{4}\,[4,\ -1,\ -1,\ -1,\ 0,\ 0,\ -1,\ 0,\ 0,\ 0]',$$

$$\underline{c}_2 = \frac{1}{4}\,[0,\ -1,\ 0,\ -1,\ 4,\ -1,\ 0,\ -1,\ 0,\ 0]',$$

$$\underline{c}_3 = \frac{1}{4}\,[0,\ 0,\ -1,\ 0,\ 0,\ -1,\ -1,\ -1,\ 4,\ 0]'.$$

d/ Badanie efektu heterozji potomstwa wszystkich linii rodzicielskich może być także przeprowadzone na podstawie wzorów przedstawionych przez Kaczmarka [2]. Elementy wektora współczynników porównania pomiędzy genotypami $\underline{c}_1 = \frac{1}{n(n-1)}[c_{11}, x_{12},\dots,c_{1I}]'$ przedstawiającego średni efekt heterozji potomstwa wszystkich n linii są następujące:

$$c_{1i} = \begin{cases} n-1 & \text{dla } i = (p-1)n + p\,, \quad p = 1,2,\ldots,n \\ 0 & \text{dla } i = n^2+s\,, \quad s = 1,2,\ldots,w \\ -1 & \text{dla pozostałych } i, \quad i = 1,2,\ldots,I. \end{cases} \qquad /16/$$

W tym przypadku testowane jest tylko jedno porównanie i tym samym U = 1.

P r z y k ł a d . Dla n = 3, w = 1 i tym samym I = 10, wektor współczynników U = 1 kontrastu oznaczającego średni efekt heterozji potomastwa wszystkich linii rodzicielskich wyznaczony na podstawie modelu (16) jest następujący:

$$\underline{c}_1 = \frac{1}{6}[2,\ -1,\ -1,\ -1,\ 2,\ -1,\ -1,\ -1,\ 2,\ 0]'.$$

Zauważmy, że biorąc pod uwagę wszystkie porównania dotyczące danego parametru można zbudować z utworzonych w punktach a, b, c wektorów współczynników tych porównań odpowiednie macierze /oznaczać je będziemy na przykład symbolem C_0/ i dokonać badania struktury interakcji efektów ogólnej zdolności kombinacyjnej, specyficznej zdolności kombinacyjnej i średnich efektów heterozji ze środowiskami za pomocą analizy składowych głównych, zgodnie z metodyką postępowania przedstawioną w pracy Kaczmarka [2].

ANALIZA PARAMETRÓW GENETYCZNO-HODOWLANYCH W PRZYPADKU TRÓJKĄTNEJ TABLICY DIALLELICZNEJ /TYP II GRIFFINGA/

Estymatory parametrów ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej oraz efektu heterozji

Niech I genotypami obserwowanymi w serii J doświadczeń będzie n linii rodzicielskich, n(n-1)/2 mieszańców otrzymanych w wyniku prostego krzyżowania diallelicznego tych linii, oraz wzorców /odmian standardowych/. Średnie /średnie „poprawione"/dla linii rodzicielskich oraz mieszańców, otrzymane z j-tego doświadczenia (j = 1, 2,...,J) wygodnie jest przedstawić w postaci następującej trójkątnej tablicy diallelicznej

$$\begin{matrix} x^j_{11} & x^j_{12} & x^j_{13} & \cdots & x^j_{1n} \\ & x^j_{22} & x^j_{23} & \cdots & x^j_{2n} \\ & & x^j_{33} & \cdots & x^j_{3n} \\ & & & & x^j_{nn} \end{matrix} \qquad /17/$$

gdzie x^j_{pp} oznacza średnią dla p-tej linii rodzicielskiej, natomiast x^j_{pr} $(p<r)$ oznacza średnią dla potomstwa p-tej linii użytej jako matka z r-tą linią użytą jako ojciec. Średnie dla wzorców z tego doświadczenia oznaczamy symbolami $x^j_1, x^j_2, \ldots, x^j_w$. Przy tych oznaczeniach estymatory parametrów GCA, SCA i heterozji dla j-tego doświadczenia mają postać:

a/ dla ogólnej kombinacji p-tej linii rodzicielskiej ($p = 1, 2, \ldots, n$),

$$\hat{g}^j_p = \frac{1}{n+2}\left(x^j_{p.} + x^j_{pp}\right) - \frac{2}{n}x^j_{..}, \tag{18}$$

b/ dla specyficznej zdolności kombinacyjnej mieszańców p-tej oraz r-tej linii rodzicielskiej $p,r = 1, 2, \ldots, n$; $p<r$

$$\hat{s}_{pr} = x^j_{pr} - \frac{1}{n+2}\left(x^j_{p.} + x^j_{pp} + x^j_{r.} + x^j_{rr}\right) + \frac{2}{(n+1)(n+2)}x^j_{..}, \tag{19}$$

c/ dla średniego efektu heterozji potomstwa p-tej linii rodzicielskiej ($p = 1, 2, \ldots, n$)

$$\hat{h}^j_p = \frac{n}{n-1}x^j_{pp} - \frac{1}{n-1}x^j_{p.}, \tag{20}$$

d/ dla średniego efektu heterozji potomstwa wszystkich linii rodzicielskich

$$\hat{h}_j = \frac{n+1}{n(n-1)}x^j_o - \frac{2}{n(n-1)}x^j_{..}, \tag{21}$$

gdzie

$$\begin{aligned} x^j_{p.} &= \sum_{r=1}^{p-1} x^j_{rp} + \sum_{r=p}^{n} x^j_{pr}, \\ x^j_{r.} &= \sum_{p=1}^{r=1} x^j_{pr} + \sum_{p=r}^{n} x^j_{rp}, \\ x^j_{..} &= \sum_{p=1}^{n}\sum_{r=p}^{n} x^j_{pr}, \\ x^j_{o} &= \sum_{p=1}^{n} x^j_{pp}. \end{aligned} \tag{22}$$

Ocena efektów ogólnej i specyficznej zdolności kombinacyjnej i efektów heterozji oraz interakcji tych efektów ze środowiskami

Podobnie jak poprzednio, konieczne jest przedstawienie parametrów GCA, SCA i heterozji w postaci kontrastów między genotypami utworzonych przez odpowiednio określone wektory współczynników tych kontrastów. Przedstawimy w tym celu średnie dla linii i mieszańców trójkątnej tablicy diallelicznej z j-tego doświadczenia ($j = 1, 2,\ldots,J$) oraz średnie dla wzorców z tego doświadczenia jako składowe I elementu wektora $\underline{y}_j$ w taki sposób, aby (p,r)-ta, ($p<r$), „obserwacja" z tablicy diallelicznej (17) znalazła się w wektorze $\underline{y}_j$ na $\{(-1)(2n-p)\ 2 + r\}$-tej pozycji dla $p, r = 1, 2,\ldots, n$. Zależność tę można zapisać następująco:

$$N(p,r) = \frac{(p-1)(2n-p)}{2} + r\ , \quad p,r = 1, 2,\ldots,n. \qquad /23/$$

Wobec równości $I = \frac{n(n+1)}{2} + w$, wzorce /w liczbie w/ znajdują się w wektorze $\underline{y}_j$ na pozycjach $\frac{n(n+1)}{2} + 1,\ \frac{n(n+1)}{2} + 2,\ldots,\frac{n(n+1)}{2} + w$.

a. Dla ogólnej zdolności kombinacyjnej p-tej linii rodzicielskiej ($p = 1, 2,\ldots,n$) składowe wektora

$$\underline{c}_p = \frac{1}{n(n+2)}\,[c_{p1}, c_{p2},\ldots,c_{pI}]', \qquad \left(\sum_{i=1}^{I} c_{pi} = 0\right),$$

przyjmują wartości:

$$c_{pi} = \begin{cases} 2n-1 & \text{dla } i=(p-1)(2n-p)\ 2 + p, \\ n-2 & \text{dla } i=(p-1)(2n-p)\ 2 + r, \quad r = p+1, P+2,\ldots,n \\ & \phantom{\text{dla }} i=(r-1)(2n-r)\ 2 + p, \quad r = 1, 2,\ldots,p-1 \\ 0 & \text{dla } i=n(n+1)\ 2 + s, \quad s = 1, 2,\ldots,w \\ -2 & \text{dla pozostałych } i, \quad i = 1, 2,\ldots I, \end{cases} \qquad /24/$$

Za pomocą statystyk podanych w pracy Kaczmarka [2] testowanych będzie jednocześnie U = n porównań między genotypami.

P r z y k ł a d . Niech liczba linii rodzicielskich $n = 4$, a liczba wzorców $w = 1$. Wówczas $n(n+1)\ 2 = 10$ i tym samym $I=11$. Wektory współczynników U=4 kontrastów $\underline{c}_p$ ($p = 1, 2,\ldots,U$) oznaczających efekty GCA poszczególnych linii są następujące:

$$\underline{c}_1 = \frac{1}{24}[6,\ 2,\ 2,\ 2,\ -2,\ -2,\ -2,\ -2,\ -2,\ -2,\ 0]',$$

$$\underline{c}_2 = \frac{1}{24}[-2,\ 2,\ -2,\ -2,\ 6,\ 2,\ 2,\ -2,\ -2,\ -2,\ 0]',$$

$$\underline{c}_3 = \frac{1}{24}[-2,\ -2,\ 2,\ -2,\ -2,\ 2,\ -2,\ 6,\ 2,\ -2,\ 0]',$$

$$\underline{c}_4 = \frac{1}{24}[-2,\ -2,\ -2,\ 2,\ -2,\ -2,\ 2-\ -2,\ 2,\ 6,\ 0]',$$

b. Dla specyficznej zdolności kombinacyjnej mieszańców p-tej oraz r-tej linii rodzicielskiej $(p,r = 1,\ 2,\ldots,n)$ składowe wektora

$$\underline{c}_{pr} = \frac{1}{(n+1)(n+2)}[c_{pr1},\ c_{pr2},\ldots c_{prI}]',\quad p<r,\quad \left(\sum_{i=1}^{I} c_{pri} = 0\right)$$

są postaci:

$$c_{pri} = \begin{cases} n^2+n+2 & \text{dla } i = (p-1)(2n-p)\ 2 + r, \\ -2n & \text{dla } \left.\begin{array}{l} i = (p-1)(2n-p)\ 2 + p \\ i = (r-1)(2n-r)\ 2 + r \end{array}\right\},\quad p \neq r \\ -n+1 & \text{dla } \begin{array}{ll} i = (k-1)(2n-k)\ 2 + p, & k=1,2,\ldots,p-1, \\ i = (p-1)(2n-p)\ 2 + k, & k=p+1,p+2,\ldots,n,\ k\neq r \\ i = (k-1)(2n-k)\ 2 + r, & k=1,2,\ldots,r-1,\ k\neq p \\ i = (r-1)(2n-r)\ 2 + k, & k=r+1,r+2,\ldots,n, \end{array} \\ 0 & \text{dla } i = n(n+1)/2 + s, \qquad s=1,2,\ldots,w, \\ 2 & \text{dla pozostałych } i, \qquad i=1,2,\ldots,I. \end{cases} \qquad /25/$$

W przypadku efektów SCA testowaniu jednoczesnemu podlegać będzie $U = n(n-1)\ 2$ porównań.

P r z y k ł a d . Dla n i w takich jak w(a), a więc $n = 4$, $w = 1$ i tym samym $I = 11$, wektory współczynników, $U = 6$ porównań $\underline{c}_{pr}$ $(p<r = 1,\ 2,\ \ldots,6)$, dla określenia efektów SCA mieszańców poszczególnych par linii rodzicielskich są następujące:

$$\underline{c}_{12} = \frac{1}{30}[-8,\ 22,\ -3,\ -3,\ -8,\ -3,\ -3,\ 2,\ 2,\ 2,\ 0]',$$

$$\underline{c}_{13} = \frac{1}{30}[-8,\ -3,\ 22,\ -3,\ 2,\ -3,\ 2,\ -8,\ -3,\ 2,\ 0]',$$

$$\underline{c}_{14} = \frac{1}{30}[-8,\ -3,\ -3,\ 22,\ 2,\ 2,\ -3,\ 2,\ -3,\ -8,\ 0]',$$

$$\underline{c}_{23} = \frac{1}{30}\,[2,\ -3,\ -3,\ 2,\ -8,\ 22,\ -3,\ -8,\ -3,\ 2,\ 0]',$$

$$\underline{c}_{24} = \frac{1}{30}\,[2,\ -3,\ 2,\ -3,\ -8,\ -3,\ 22,\ 2,\ -3,\ -8,\ 0]',$$

$$\underline{c}_{34} = \frac{1}{30}\,[2,\ 2,\ -3,\ -3,\ 2,\ -3,\ -3,\ -8,\ 22,\ -8,\ 0]'.$$

c. Średnie efekty heterozji potomstwa p-tej linii rodzicielskiej ($p=1,2,\ldots,n$) wymagają utworzenia wektora $\underline{c}_p = \frac{1}{n-1}\,[c_{p1},\ c_{p2},\ldots,c_{pI}]'$ o składowych postaci

$$c_{pi} = \begin{cases} n-1 & \text{dla} \quad i = (p-1)(2n-p)\ 2 + p, \\ -1 & \text{dla} \quad i = (k-1)(2n-k)\ 2 + p,\quad k = 1,2,\ldots,p-1 \\ & \phantom{\text{dla}} \quad i = (p-1)(2n-p)\ 2 + k,\quad k = p+1,p+2,\ldots,n \\ 0 & \text{dla pozostałych } i, \quad i = 1,2,\ldots,I. \end{cases} \qquad /26/$$

W tym przypadku, podobnie jak w (a), testowaniu jednoczesnemu podlegać będzie $U = n$ porównań.

P r z y k ł a d . Dla $n = 4$, $w = 1$ i tym samym $I = 11$, wektory współczynników $U = 4$ porównań $\underline{c}_p$ ($p = 1,\ 2,\ 3,\ 4$) dla określenia efektów heterozji potomstwa poszczególnych linii rodzicielskich są następujące:

$$\underline{c}_1 = \frac{1}{3}\,[3,\ -1,\ -1,\ -1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0]',$$

$$\underline{c}_2 = \frac{1}{3}\,[0,\ -1,\ 0,\ 0,\ 3,\ -1,\ -1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0]',$$

$$\underline{c}_3 = \frac{1}{3}\,[0,\ 0,\ -1,\ 0,\ 0,\ -1,\ 0,\ 3,\ -1,\ 0,\ 0]',$$

$$\underline{c}_4 = \frac{1}{3}\,[0,\ 0,\ 0,\ -1,\ 0,\ 0,\ -1,\ 0,\ 1-,\ 3,\ 0]',$$

d. Średni efekt heterozji potomstwa wszystkich linii rodzicielskich wymaga utworzenia wektora $\underline{c}_1 = \frac{1}{n(n-1)}[c_{11},\ c_{12},\ldots c_{1I}]'$ o następujących wartościach jego składowych:

$$c_1 i = \begin{cases} n-1 & \text{dla} \quad i = (p-1)(2n-p)/2 + p, \\ 0 & \text{dla} \quad i = (n+1)/2 + s, \quad s = 1,2,\ldots,w \\ -2 & \text{dla pozostałych } i, \quad i = 1,2,\ldots,I. \end{cases} \qquad /27/$$

P r z y k ł a d . Dla $n = 4$, $w = 1$, $I = 11$ wektory współczynników porównań $\underline{c}_1$ dla określenia średniego efektu heterozji wszystkich linii rodzicielskich ma postać

$$\underline{c}_1 = \frac{1}{12}\,[3,\ -2,\ -2,\ -2,\ 3,\ -2,\ -2,\ 3,\ -2,\ 3,\ 0]'.$$

LITERATURA

1. Griffing G.: Concept of general and specific combining ability in relation to diallel crossing systems. Austr. J.Biol.Sci., 9, 463-493, 1956.
2. Kaczmarek Z.: Analiza doświadczeń wielokrotnych zakładanych w blokach niekompletnych. Roczn. AR Poznań, Rozpr. Nauk., 155, 1986.
3. Tocher K.D.: The design and analysis of block experiments. J. R. Statist. Soc., 45-100, 1952.

Z. Kaczmarek, P. Krajewski

ANALYSIS OF COMBINING ABILITY OF HYBRIDS FROM DIALLEL CROSSING IN MULTIPLE TESTS

S u m m a r y

The calculation method in investigation on effects of general and specific combining ability in multiple tests is presented. Treatments in the tests are parent lines and hybrids obtained in diallel crossing of the Ist and IInd type according to the classification of Griffing. The analysis has been based on the theory as presented in the work of Kaczmarek and concerns a series of tests with the same genotypes in different sites within an arbitraty, though the same compact design with incomplete blocks.

З. Качмарек, П. Краевски

АНАЛИЗ КОМБИНАЦИОННОЙ СПОСОБНОСТИ ГИБРИДОВ ПОЛУЧЕННЫХ В ДИАЛЛЕЛЬНОМ СКРЕЩИВАНИИ В МНОГОКРАТНЫХ ОПЫТАХ

Р е з ю м е

Рассматривается методика расчетов эффектов общей и специфической комбинационной способности в многократных опытах, в которых объектами являлись родительские линии и гибриды полученные в результате диаллельного скрещивания /I-ого и II-го типа согласно классификации Гриффинга/. Анализ основанный на теории представленной в работе Качмарека касается серии опытов с идентичными генотипами, заложенных в разных средах в любой, хотя одинаково компактной схеме с неполными блоками.