

## **WPLYW PODATNOŚCI ELEMENTÓW PODPOROWYCH NA NOŚNOŚĆ NA ŚCINANIE STROPÓW Z PŁYT KANAŁOWYCH**

Jarosław Szulc

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

**Streszczenie.** W normach krajowych dotyczących płyt kanałowych wskazuje się, że w przypadku stosowania podpór odkształcalnych przy wyznaczaniu wartości naprężeń głównych rozciągających, stanowiących element warunku nośności na ścinanie stropu, uwzględnic należy dodatkowe naprężenia ścinające, działające poprzecznie w stosunku do rozpiętości elementów płytowych. Przeprowadzone w laboratorium VTT-Espoo w Finlandii badania doświadczalne oraz wykonane analizy obliczeniowe wykazały, że wielkość wpływu podatności podpór uzależniona jest od szeregu szczegółów konstrukcyjnych, m.in. od głębokości wypełnienia kanałów płyt stropowych betonem czy obecności warstwy nadbetonu konstrukcyjnego. W artykule przedstawiono schemat obliczeniowy sprawdzania nośności na ścinanie stropu z płyt kanałowych opartych na podporach sprężystych z podaniem konsekwencji w przypadku pominięcia tego zagadnienia.

**Słowa kluczowe:** płyty kanałowe, nośność na ścinanie, podatność podpór, schemat obliczeniowy

### **WSTĘP**

Norma PN-EN 1168+A3: 2011 stwierdza, że: „...w przypadku podpór sprężystych należy uwzględnić redukujący wpływ poprzecznych naprężeń ścinających na nośność na ścinanie”, w dokumencie tym nie podano jednak żadnej metodyki postępowania oraz dokumentu źródłowego.

Współczesne budownictwo w Polsce coraz częściej wykorzystuje technologie konstrukcji prefabrykowanych, w tym również stosowanie sprężonych płyt kanałowych układanych na belkach ustroju szkieletowego. Zagadnienie prawidłowego projektowania stropu, z zachowaniem wymaganego poziomu bezpieczeństwa, staje się więc tematem ważnym z punktu widzenia niezawodności wznoszonych budowli.

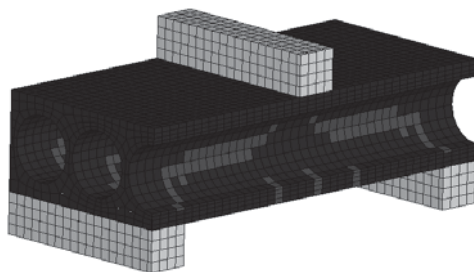
---

Adres do korespondencji – Corresponding author: Jarosław Szulc, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Katedra Inżynierii Budowlanej, ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa, e-mail: jaroslaw\_szulc@sggw.pl

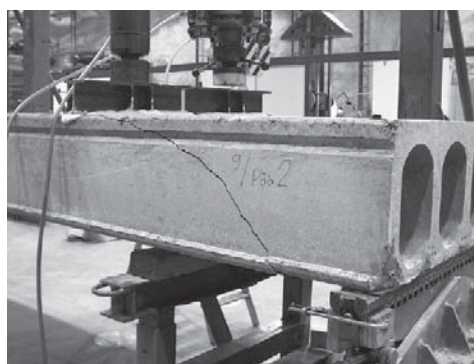
W krajach skandynawskich, w których prefabrykacja jest dominującym (z uwagi na warunki klimatyczna) kierunkiem budownictwa, poruszana problematyka znalazła już swoje miejsce w dokumentach o charakterze normatywnym, które stały się również inspiracją prac Komisji fib „Prefabrykacja”, wyznaczając tym samym kierunki dociekań środowisk naukowych we wszystkich krajach UE.

## GENEZA PROBLEMU

Merytoryczna zasadność koncepcji uwzględnienia poprzecznych naprężeń ścinających, przy szacowaniu wartości naprężeń głównych w strefach przypodporowych, została potwierdzona doświadczalnie [Research Report... 2006] podczas badań doświadczalnych przeprowadzonych w laboratorium VTT w Espoo (Finlandia) oraz na podstawie własnych analiz numerycznych (rys. 1 i 2) [Szulc 2012].



Rys. 1. Model numeryczny ścinanej płyty kanałowej; propagacja rys poprzecznych i ukośnych  
Fig. 1. Numerical model shear hc floor; the propagation of transverse and diagonal cracks



Rys. 2. Postać zniszczenie płyty kanałowej przez ścinanie  
Fig. 2. Destruction form of the hollow core floor by shear [Research Report... 2006]

Przeprowadzone analizy wyników doświadczalnych wykazały zasadnicze różnice wartości obciążeń niszczących (ściananie) uzyskanych podczas badań wydzielonych płyt kanałowych i stanowiących element dwuprzęsłowego stropu opartego w środku na żelbetowym elemencie odkształcalnym.

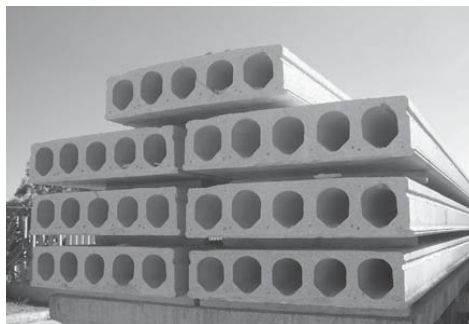
## WARUNEK NOŚNOŚCI NA ŚCINANIE PŁYT KANAŁOWYCH

Zgodnie z PN-EN 1992-1-1:2008: „...w jednoprzęsłowych elementach sprężonych (bez zbrojenia na ścinanie), niezarysowanych przez zginanie, nośność na ścinanie powinna być ograniczona przez wytrzymałość betonu na rozciąganie wywołane naprężeniami głównymi”.

Warunek nośności na ścinanie dla płyt kanałowych (rys. 3), według na przykład Leskelä [2008] i Pajari [1998], można zapisać w następujący sposób:

$$\sigma_1 \leq f_{ctd}^* \quad (1)$$

gdzie:  $\sigma_1$  – naprężenia główne rozciągające (w strefie przypodporowej),  
 $f_{ctd}^*$  – zredukowana obliczeniowa wytrzymałość betonu na rozciąganie (średnik).

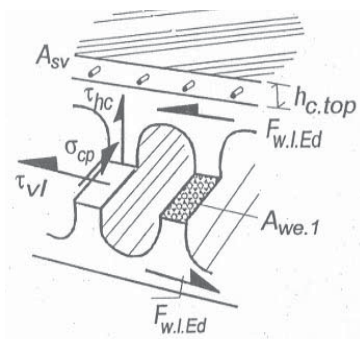


Rys. 3. Sprężone płyty kanałowe  
 Fig. 3. Prestressed hollow core (phc) floors

Wartości naprężeń głównych (w strefie przypodporowej) wyznaczyć można z zależności (rys. 4):

$$\sigma_1 = -\frac{|\sigma_{cp}|}{2} + \sqrt{\frac{|\sigma_{cp}|^2}{4} + (\tau_{hc})^2 + (\tau_{vl}^*)^2} \quad (2)$$

gdzie:  $\sigma_{cp}$  – naprężenia normalne (ściskające) od sprężenia;  $\sigma_{cp} < 0$ ,  
 $\tau_{hc}$  – naprężenia ścinające (podłużne) od obciążeń pionowych,  
 $\tau_{vl}^*$  – naprężenia ścinające (poprzeczne) od strumieni sił ścinających w połączeniu płyt stropowych z elementami podporowymi (w przekroju krytycznym); wartości zredukowane z uwagi na: wypełnienie kanałów betonem (wzór 12;  $\beta_f = 1,0$ , jeśli głębokość wypełnienia jest mniejsza niż 0,05 m), występowanie nadbetonu (wzór 13;  $\beta_t = 1,0$ , jeśli grubość nadbetonu jest mniejsza niż 0,04 m lub jeśli w warstwie nie występuje zbrojenie) oraz usytuowanie połączenia płyt kanałowych z elementem podporowym ( $\beta_b = 1,0$ , jeśli płyty stropowe są oparte w strefie rozciąganej belek podporowych).



Rys. 4. Rozkład naprężeń w przekroju przypodporowym stropu z płyt kanałowych:  $h_{c,top}$  – grubość nadbetonu konstrukcyjnego

Fig. 4. Stress distribution in the supported cross section of hc floor slab:  $h_{c,top}$  – thickness of structural concrete topping

Warunek (1) nośności płyt kanałowych na ścinanie, uwzględniając zależność (2), można również zapisać w postaci funkcji zniszczenia:

$$F_{fail} = \left( \frac{\tau_{hc}}{f_{ctd}^*} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{vl}^*}{f_{ctd}^*} \right)^2 - \frac{|\sigma_{cp}|}{f_{ctd}^*} \leq 1,0 \quad (3)$$

## NAPRĘŻENIA ŚCINAJĄCE W PRZEKROJU KRYTYCZNYM

Naprężenia ścinające ( $\tau_{hc}$ ) w środnikach stropu z płyt kanałowych hc (*hollow core*) od obciążeń pionowych wyznaczać można na przykład według wzorów [Betoninormikortisto 2007]:

$$\tau_{hc} = \tau_{hc,1} + \tau_{hc,2} \quad (4)$$

$$\tau_{hc,1} = \frac{V_{hc,1,Ed} S_{hc}}{I_{hc} b_{w,hc}} \quad (5)$$

$$\tau_{hc,2} = \frac{V_{hc,2,Ed} S_{hc+tc}}{I_{hc+tc} b_{w,hc}}$$

gdzie:  $V_{hc,1(2),Ed}$  – obliczeniowa wartość sił poprzecznych w przekroju krytycznym w stanie 1 (przed nadbetonowaniem) i w stanie 2 (po nadbetonowaniu),

$S_{hc}$ ,  $I_{hc}$  – moment statyczny i bezwładności przekroju konstrukcji stropu kanałowego,

$S_{hc+tc}$ ,  $I_{hc+tc}$  – moment statyczny i bezwładności przekroju konstrukcji zespolonej (z nadbetonem konstrukcyjnym),

$b_{w,hc}$  – sumaryczna szerokość wszystkich środników (ich minimalnych wymiarów) przekroju stropu kanałowego;  $b_{w,hc} = \sum b_{w,i}$



Rys. 5. Zniszczenie stropu z płyt kanałowych przez ścinanie  
 Fig. 5. Failure of hc floor slab by shear [Research Report... 2006]

Efektywne poprzeczne naprężenia ścinające ( $\tau_{vl}^*$ ) w środku płyty kanałowej od podłużnych strumieni sił ścinających w połączeniu płyt stropowych z elementami podporowymi (w przekroju krytycznym) wyznaczać można ze wzoru:

$$\tau_{vl} = \frac{3 F_{w,\ell,Ed}}{2 A_{we,1}} \beta_f \quad (6)$$

gdzie:  $F_{w,\ell,Ed}$  – obliczeniowa poprzeczna siła ścinająca pojedynczy środnik elementu stropowego,

$A_{we,1}$  – efektywne pole powierzchni ścinanej określone dla pojedynczego środnika elementu stropowego;  $A_{we,1} = (h_{hc} - h_{ct}) b_{w,i}$ ,

$h_{hc}$  – wysokość elementu płytowego,

$h_{ct}$  – wysokość środnika elementu płytowego (o stałej szerokości).

Stosunek  $\frac{F_{w,\ell,Ed}}{2A_{we,1}}$  określa się z zależności:

$$\frac{F_{w,\ell,Ed}}{2A_{we,1}} = \frac{v_{lv} b_{hc}}{A_{vl}} \quad (7)$$

gdzie:  $v_{lv}$  – obliczeniowa wartość podłużnego strumienia sił ścinających po jednej stronie belki, powstających w wyniku interakcji w konstrukcji zespolonej,

$b_{hc}$  – szerokość elementu płytowego,

$$A_{vl} = \sum A_{we,1} = (h_{hc} - h_{ct}) \sum b_{w,i}$$

Obliczeniową wartość podłużnego strumienia sił ścinających ( $v_{\ell v}$ ) wyznaczać można według wzorów:

$$v_{\ell v} = \beta_b (v_{\ell 1}^1 V_{B,1,Ed} + \beta_i v_{\ell 2}^1 V_{B,2,Ed}) \quad (8)$$

$$V_{B,1,Ed} = \gamma_g (V_{B,top} + \alpha_F V_{B,Rprop}) + \sum \gamma_f V_{B,1,imp} \quad (9)$$

$$V_{B,2,Ed} = \gamma_g (1 - \alpha_F) V_{B,Rprop} + \sum \gamma_f V_{B,2,imp} + \gamma_q V_{B,q}$$

- gdzie:  $v_{\ell 1}^1, v_{\ell 2}^1$  – jednostkowe strumienie sił ścinających w stanach obciążenia 1 i 2,  
 $V_{B,q}$  – charakterystyczna siła poprzeczna od obciążeń użytkowych,  
 $V_{B,top}$  – charakterystyczna siła poprzeczna od nadbetonowania,  
 $V_{B,Rprop}$  – charakterystyczna siła poprzeczna odpowiadająca reakcji podczas tymczasowego podparcia,  
 $V_{B,1,imp}, V_{B,2,imp}$  – charakterystyczna siła poprzeczna od sił skupionych na stropie i/lub na belce w stanie 1 i 2,  
 $\alpha_F$  – współczynnik równy 1, jeśli tymczasowe podparcie stropu jest usunięte przed wprowadzeniem betonu uzupełniającego i nadbetonowania, oraz równy 0, jeśli podparcie jest usunięte po związaniu nadbetonu,  
 $\gamma_g, \gamma_q, \gamma_f$  – współczynniki obciążeń stałych i zmiennych.

Jednostkowe strumienie sił ścinających  $v_{\ell 1}^1$  i  $v_{\ell 2}^1$  i występujące we wzorze (8) wyznaczać należy oddzielnie dla prawej lub lewej strony belki z następujących zależności:

$$v_{\ell 1/2}^1 = \frac{(EA)_{cf,d,1/2} \cdot e_{0,cf,1/2}}{(EI)_{com,d,1/2}} \quad (10)$$

- gdzie:  $(EA)_{cf,d,1/2}$  – sztywność na ściskanie efektywnego przekroju betonu ściskanej półki konstrukcji zespolonej w stanie 1/2 (tj. przed lub po zabetonowaniu), wyznaczona ze wzoru:  $(EA)_{cf,d,1/2} = E_{hc} b_{cd} h_{cf}$ ,  
 $E_{hc}$  – moduł sprężystości podłużnej betonu stropu,  
 $(EI)_{com,d,1/2}$  – sztywność na zginanie efektywnego przekroju konstrukcji zespolonej w stanie 1/2, zawierającej części półki ściskanej przekroju po każdej stronie belki, wyznaczona ze wzoru:  
 $(EI)_{com,d,1/2} = (EA)_{cf,d,1/2} + E_{c,tc} b_{cd} h_{tc}$ ,  
 $E_{c,top}$  – moduł sprężystości podłużnej nadbetonu,  
 $e_{0,cf,1/2}$  – osiowa odległość między osią obojętną dla stanu 1 i 2 przekroju zespolonego i ściskanymi półkami po lewej i prawej stronie belki.

Szerokość górnej płyty stropu kanałowego przyjęta jako półka ściskana dla przekrojów zespolonych (belka w kształcie odwróconej litery T) należy wyznaczać ze wzoru:

$$b_{cd} = k_{cd} \cdot L_0 \quad (11)$$

gdzie:  $L_0$  – odległość między punktami, dla których  $M_{Ed} = 0$ .

### WSPÓLCZYNNIKI REDUKUJĄCE WPŁYW ŚCINANIA

Współczynnik redukujący  $\beta_f$  we wzorze (6), uwzględniający wpływ wypełnienia kanałów (rys. 6), należy określić, jeśli głębokość wypełnienia jest większa niż 0,05 m, z następującego wzoru:

$$\beta_f = 1 - (1 - \beta_{f0}) \frac{\ell_f - 50}{\ell_{f0} - 50} \geq \beta_{f0} \quad (12)$$

gdzie:  $\ell_f$  – długość wypełnienia kanału,  
 $\ell_{f0} = h_{void}$  – długość podstawowa równa wysokości kanału (tab. 1),  
 $\beta_{f0}$  – współczynnik odpowiadający wartości  $\ell_{f0}$ .



Rys. 6. Zniszczenie stropu z płyt kanałowych (wypełnienie kanałów)  
 Fig. 6. Failure of hc floor slab (core filling) [Research Report... 2006]

Współczynnik redukujący  $\beta_t$  we wzorze (8), uwzględniający wpływ nadbetonu konstrukcyjnego (grubości ponad 0,04 m), wyznaczyć można według zależności:

$$\beta_t = \frac{F_{w,\ell,Rk}}{F_{w,\ell,Rk} - F_{tc,\ell,Rk}} \quad (13)$$

Tabela 1. Wartości pomocnicze do sprawdzania nośności na ścinanie płyt kanałowych  
Table 1. Auxiliary values for shear resistance of hc floor slab estimation

Typ stropu The type of hc slab	hc150	hc200	hc265	hc320	hc400	hc500
$h_{hc}$ [mm]	150	200	265	320	400	500
$b_{void}$ [mm]	110	155	185	216	221	205
$b_{w,hc}$ [mm]	280	230	235	296	276	340
$b_{hc}/A_{vf}$ [1/mm]	0,0286	0,0261	0,0193	0,0203	0,0183	0,0150
$h_{cf}$ [mm]	0	0	0	120	162	265
$h_{cf}$ [mm]	20	22	40	35	40	50
$k_{cd}$ [-]	0,030	0,030	0,036	0,053	0,076	0,076
$I_{hc} \times 10^3$ [m <sup>4</sup> ]	0,2688	0,6307	1,5069	2,4980	4,2922	8,6380
$S_{hc} \times 10^3$ [m <sup>3</sup> ]	2,375	4,240	7,519	9,862	13,728	22,454
$A_{hc}$ [mm <sup>2</sup> ]	97 700	118 400	172 300	187 400	207 600	283 700
$\ell_{f_0}$ [mm]	110	155	185	250	320	400
$\beta_{q0}$ [-]	0,7	0,7	0,7	0,5	0,5	0,5
$\sigma_{cp\varnothing 9,3} I$ [MPa]	0,090	0,088	0,072	0,069	0,066	0,050
$\sigma_{cp\varnothing 12,5} I$ [MPa]	0,120	0,117	0,096	0,091	0,088	0,065

Wartości  $F_{w,\ell,Rk}$  i  $F_{tc,\ell,Rk}$  obliczyć można ze wzorów:

$$F_{w,\ell,Rk} = \frac{2}{3} \frac{A_{vf}}{b_{hc}} \frac{f_{ctk,hc}}{\beta_f} \quad (14)$$

$$\begin{cases} F_{tc,\ell,Rk} = A_{sv} f_{sk} \\ F_{tc,\ell,Rk} \leq 0,125 h_{hc} f_{ck,cube,tc} \end{cases} \quad (15)$$

gdzie:  $f_{ctk}$  – charakterystyczna wytrzymałość betonu (średnika płyty kanałowej) na rozciąganie,  
 $A_{sv}$  – pole powierzchni zbrojenia w kierunku stropu na jednostkę długości belki,  
 $h_{hc}$  – grubość warstwy nadbetonu konstrukcyjnego,  
 $f_{sk}$  – charakterystyczna wytrzymałość stali zbrojenia,  
 $f_{ck,cube,tc}$  – charakterystyczna wytrzymałość nadbetonu na ściskanie.

Współczynnik redukujący ( $\beta_b$ ) we wzorze (8), uwzględniający typ konstrukcji, przyjmować należy jako równy 1,0, jeśli strop oparty jest w strefie rozciąganej belki podporowej.



Jeśli stropy oparte są na górnych powierzchniach belek i jednocześnie występuje beton uzupełniający między końcami płyt stropowych szerokości powyżej 0,18 m (i wypełniający kanały na głębokości większej od 0,10 m), połączony z belką za pomocą zbrojenia poprzecznego, wówczas przyjmuje się:  $\beta_b = 0,8$ .

## PODSUMOWANIE

Wykorzystując algorytm obliczeniowy przedstawiony w niniejszej publikacji przeprowadzono serię analiz warunku nośności na ścinanie sprężonych kanałowych płyt stropowych  $h_c$  [Szulc 2012], uzyskując wyniki, które dla pewnych rozwiązań konstrukcyjnych wykazują jakościowe i ilościowe odstępstwa od dotychczas uzyskiwanych wyników obliczeń przy założeniu pełnej sztywności elementów podporowych. W szczególności zaś zwrócono uwagę na następujące fakty:

1. Przy sprawdzaniu warunku nośności na ścinanie stropu z płyt kanałowych opartych na elementach odkształcalnych należy bezwzględnie uwzględnić wpływ poprzecznych naprężeń ścinających (w stosunku do rozpiętości płyt kanałowych), zwiększających wartości rozciągających naprężeń głównych w strefach przypodporowych wymiarowanych elementów.

2. Wpływ dodatkowych poprzecznych naprężeń ścinających przy szacowaniu naprężeń głównych w warunku nośności na ścinanie stropu z płyt kanałowych można zredukować na przykład przez: zastosowanie wypełnienia betonem kanałów elementów płytowych, wprowadzenie monolityzującej warstwy nadbetonu konstrukcyjnego i/lub oparcie stropu w strefach rozciąganych podatnych elementów podporowych.

3. Znajomość procedur obliczeniowych i poprawne ich stosowanie przy wymiarowaniu elementów prefabrykowanych ustrojów konstrukcyjnych stanowi podstawę zachowania wymaganego poziomu niezawodności projektowanych obiektów budowlanych w aspekcie bezpieczeństwa ich użytkowania.

## PIŚMIENNICTWO

- Betoninormikortisto 18, 2007. Palkkin tuetun ontelolaataston suunnittelun. BY Suomen Betoniyhdistys – Finska Betongforeningen r.y., Helsinki (Card Code 18: Design of hollow core slabs supported on beams, Helsinki).
- Leskelä M.V., 2008. Slim floor constructions. fib recommendation: Precast prestressed hollow core floors (niepubl.).
- Pajari M., 1998. Shear resistance of PHC slabs supported on beams. ASCE Journal of Structures Engineering 124, 9.
- PN-EN 1168+A3:2011 Prefabrykaty z betonu. Płyty kanałowe.
- PN-EN 1992-1-2:2008 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1–2: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- Research Report No VTT-S-07331-06/2006. Load test on hollow core slab floor with prestressed concrete beam, VTT Technical Research Centre of Finland.
- Special design considerations for precast prestressed hollow core floors. Good to good practice, 2000. Bulletin 6. Federation internationale du béton, Lausanne.

Szulc J., 2012. Projektowanie prefabrykowanych konstrukcji zespolonych z uwzględnieniem podatności styku i elementów podporowych. Instrukcje Wytyczne Poradniki. ITB, Warszawa.

## **EFFECT OF NON-RIGID SUPPORT ELEMENTS ON SHEAR RESISTANCE OF HC FLOOR SLAB**

**Abstract.** The national standards referring to ph floors indicates that in case deformable supports are used, when shear resistance of slab is verified and when values of tensile principal stresses are calculated additional shear stresses acting in transverse direction to floor span should be considered. Experimental tests conducted in VTT in Espoo and numerical analyses showed that size of non-rigid supports influence is dependent on several factors for example: depth of concrete filled cores, structural topping presence or element type support and geometry. This paper presents the computational scheme verifying shear resistance supported on non-rigid elements with consequences of missing this effect.

**Key words:** hc floor, slab, shear resistance, non-rigid support, calculation scheme

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 17.12.2012