

**Marcin KRUKOWSKI**

Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska SGGW  
Department of Hydraulic Engineering and Environmental Recultivation WAU

## **Modelowanie migracji cząstek stałych w korycie o dwudzielnym przekroju<sup>\*</sup> Migration of floating particles in a compound channel**

**Słowa kluczowe:** migracja cząstek, koryto dwudzielne

**Key words:** migration of floating particles, compound channel

tuje się jako wielkości losowe uśrednione w czasie.

### **Wprowadzenie**

Wyjaśnienie procesów transportu podczas przepływu wody w korycie o złożonym przekroju poprzecznym wymaga poznania kinematycznej i turbulentnej struktury strumienia. Jedną z metod badań i wizualizacji przepływu w korycie o złożonym przekroju jest wprowadzenie wskaźnika w obszar przepływu wody, który szybko rozprzestrzenia się na cały przekrój strumienia. Szybkość rozprzestrzeniania się wskaźnika zależy od wielu czynników, lecz zasadniczym jest struktura pulsacji prędkości cząstek wody. Jedyńm sposobem opisu turbulentnego ruchu wody jest opis statystyczny, który występujące w nim wielkości hydrodynamiczne trak-

### **Dyfuzja cząstek pływających**

Cząstka pływająca na powierzchni wody reaguje na losowe zmiany prędkości i przemieszcza się wraz z wodą w sposób uzależniony od struktury turbulencji wody. Opis ruchu cząstek stałych wymaga stosowania równania ruchu cząstki, np. w wersji zaproponowanej przez Tchena (Hinze 1975). Przyjmuje się, że przesunięcie cząstki jest bezpośrednim wynikiem turbulencji wody w strefie przypowierzchniowej. Wyniki pomiarów drogi cząstek stałych interpretuje się według teorii dyfuzji turbulentnej, sformułowanej przez Taylora (1921) dla rozprzestrzeniania się ciepła i rozpuszczonych w wodzie substancji. Zakłada się, że ważna jest teoria Ficka, według której cząsteczki znajdują się w lokalnej równowadze z otaczającą

<sup>\*</sup>Badania finansowano ze środków Komitetu Badań Naukowych w ramach projektów badawczych 6P04D02629 i 6P06H04320.

wodą. Umożliwia to zastosowanie równania dyfuzji. Dla jednorodnej turbulencji warunki takie oznaczają, że czas relaksacji cząstki musi być o wiele większy od całkowitej skali czasu turbulencji i o wiele mniejszy od czasu dyfuzji cząstki (Mols i Oliemans 1998). Przy takich założeniach ruch cząstek stałych jest statystycznie podobny do ruchów Browna.

Gdy cząstka jest mała, to analiza jej ruchu nie różni się od ruchu cząstki wody na powierzchni turbulentnego przepływu wody. Cząsteczka porusza się z eulerowską prędkością płynącej wody  $u(X, t)$ . Oznaczając przesunięcie wybranej cząstki  $x$  w czasie  $t = \tau$  jako  $X(x, \tau)$ , można zapisać:

$$X(x, \tau) = \int_{t_0}^{t_0+\tau} V(x, t) dt \quad (1)$$

gdzie:

$X = (X_1, X_2, X_3)$  – współrzędne Eulera,  
 $x = X(x, t_0)$  – lagrangowska współrzędna cząsteczki wody w chwili  $t_0 = 0$ ,

$X(x, t)$  – losowy wektor przesunięcia cząstki  $x$ ,

$V(x, t)$  – lagrangowski wektor prędkości cząstki, opisywany eulerowskim wektorem prędkości:  $V(x, t) = u(X(x, t), t)$ .

Wektor przesunięcia jest wielkością losową i jego określenie wymaga znajomości trzech rozkładów gęstości prawdopodobieństwa  $p(X|t, x, t_0)$  położenia wybranej cząstki  $x$  w miejscu  $X$  w czasie  $t$ . W przypadku stacjonarnych i jednorodnych turbulencji rozkład funkcji gęstości położenia cząsteczki wody  $p(X|x, t)$  można traktować jak rozkład normalny. Rozważano dwie główne cha-

rakterystyki losowego wektora przesunięcia – moment pierwszego i drugiego rzędu. Średnią wartość tego wektora można zapisać jako:

$$\overline{X(x, \tau)} = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \overline{V(x, t)} dt \quad (2)$$

oznaczając przemieszczenie cząstki  $x$  w czasie  $t = \tau$  przez  $X(x, \tau)$ , a jego turbulentną fluktuację jako:

$$\begin{aligned} X'(x, t) &= X(x, t) - \overline{X(x, t)} = \\ &= \int_0^t V'(x, s) ds \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie moment drugiego rzędu losowego przemieszczenia wyraża się przez charakterystyki pola prędkości (Monin i Yaglom 1971):

$$\begin{aligned} D_{ij}(t) &= \overline{X'_i(t) X'_j(t)} = \\ &= \left( \overline{u_i'^2 u_j'^2} \right)^{0,5} 2 \int_0^t (t-s) R_{ij}^L(s) ds \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie  $u$  jest pulsacją składowej prędkości.

Wartości momentu drugiego rzędu zależą od czasu, jak również od postaci funkcji korelacyjnej  $R_{ij}^L(t)$ , która w pewnym sensie jest „miarą pamięci” przepływu turbulentnego i charakteryzuje strukturę istniejących wirów oraz stopień skorelowania przyszłych prędkości z wartościami bieżącymi.  $R_{ij}^L(t)$  Wartości funkcji autokorelacyjnej będą dążyć do zera przy długim czasie i do wartości 1, gdy czas będzie równy zeru.

## Obliczanie współczynnika dyfuzji turbulentnej

Funkcja autokorelacyjna  $R_{ij}(t)$  przyjmuje wartość równą jedności dla czasu  $t = 0$  i dąży do zera przy  $t$  dążącym do nieskończoności. W obu przypadkach, tzn.  $t = 0$  lub  $t \rightarrow \infty$ , moment drugiego rzędu może być wyznaczony z następujących zależności (Czernuszenko 1983):

- dla czasu krótszego od mikroskali Lagrange'a,  $T_i^L$

$$D_{ii}(t) = \overline{u_i'^2 t^2} \quad (5)$$

- dla czasu dłuższego od mikroskali Lagrange'a, gdy  $t \gg T_i^L$

$$D_{ii}(t) = 2\overline{u_i'^2 T_i} t \quad (6)$$

Zależność (4) jest najważniejsza w teorii Taylora i wskazuje na liniową zależność między wariancją a czasem transportu cząstki – równanie (6). Nawiązując do teorii Taylora, można stwierdzić, że ta właściwość jest charakterystyczna dla dyfuzji molekularnej: dla długiego czasu istnieje podobieństwo między turbulentną a molekularną dyfuzją, a po upływie dostatecznie długiego czasu wariancja cząstek  $D_{ii}(t)$  wzrasta liniowo wraz z upływem czasu z prędkością  $2\overline{u_i'^2 T_i} t$

Równanie (6) można traktować jako miarę rozprzestrzenienia chmury cząstek wprowadzonych z punktowego źródła do turbulentnego przepływu. Wielkości  $D_{ii}(t)$  są wariancjami rozkładu gęstości cząstek, które są oznaczone jako  $\sigma_i^2$ . Iloczyn  $\overline{u_i'^2 T_i}$  nazywany jest lagrangeowskim współczynnikiem dyfuzji turbu-

lentnej w  $i$ -tym kierunku. Współczynnik dyfuzji turbulentnej w jednorodnym stacjonarnym przepływie turbulentnym jest związany z wariancjami funkcji gęstości prawdopodobieństwa zależnością:

$$K_i = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} D_{ii} \equiv \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \sigma_i^2 = \overline{u_i'^2} \int_0^\infty R_{ii}(t) dt \quad \text{dla } i = x, y \quad (7)$$

W przypadku dyfuzji domieszki i chmury cząstek w przepływie turbulentnym wartość strumienia masy na jednostkę pola w  $i$ -tym kierunku opisuje prawo Ficka:

$$\overline{u_i' c'} = K_i \frac{\partial C}{\partial X_i} \quad \text{dla } i = x, y \quad (8)$$

gdzie  $C$  i  $c'$  to średnia i chwilowa koncentracja cząstek w jednostce objętości wody.

Rozkład koncentracji domieszki i cząstek spełnia równanie adwekcji-dyfuzji ze współczynnikiem dyfuzji turbulentnej ( $K$ ) definiowanym równaniem (7) (Monin i Yaglom 1971).

Powyższe zależności wskazują na podobieństwo między dyfuzją pojedynczej cząsteczki wody a koncentracją domieszki czy chmury cząstek stałych w turbulentnym ruchu wody. Współczynnik dyfuzji turbulentnej obliczony z równania (7) może być używany w równaniu dyfuzji do obliczenia rozkładu gęstości cząstek w turbulentnym przepływie (Rowiński i in. 2005).

Wszystkie wymienione wielkości są określane w funkcji czasu, choć często wymagana jest znajomość zmienności tych wielkości w funkcji odległości od

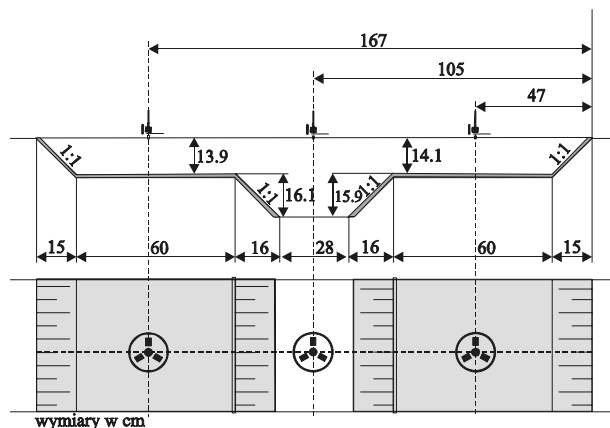
źródła. W przypadku współczynników dyfuzji turbulentnej w kierunku  $X_i$  równanie (7) jest modyfikowane przez zastąpieniem  $dt$  przez  $dX/u_i$ , co uzależnia współczynnik dyfuzji w funkcji odległości w kierunku  $X_i$ :

$$K_i = \frac{1}{2} u_i \frac{d}{dX_i} D_{ii}(X_i) \quad (9)$$

W przypadku niejednorodnej turbulencji funkcja gęstości prawdopodobieństwa położenia cząstek nie musi przybierać kształtu krzywej rozkładu normalne-

## Badania laboratoryjne

Badania prowadzono w betonowym modelu prostoliniowego odcinka koryta długości 16 m i szerokości górą 2,08 m, z symetrycznymi terenami zalewowymi o złożonym trapezowym przekroju poprzecznym. Spadek podłużny dna koryta głównego i terenów zalewowych był stały i wynosił 0,5‰. Dno koryta głównego i terenów zalewowych w przekroju było poziome. Schemat dwudzielnego przekroju poprzecznego badanego modelu koryta przedstawiono na rysunku 1.



RYSUNEK 1. Schemat dwudzielnego przekroju poprzecznego koryta oraz położenie dozownika cząstek (wymiary w cm)

FIGURE 1. Scheme of the cross-section of the channel and the channel and the localization of the batcher in consecutive tests (dimension in cm)

go Gaussa. W takim przypadku potrzebna jest zmienność kilku dodatkowych momentów wyższych rzędów, które opiszają jej kształt. Zazwyczaj wyznacza się momenty trzeciego i czwartego rzędu dla funkcji gęstości prawdopodobieństwa położenia cząstek, tzn. skośność (asymetria) i eksces.

Powierzchnia dna koryta głównego była gładka, natomiast powierzchnie skarp oraz terenów zalewowych zostały pokryte warstwą lastryko o średnicy ziaren od 0,5 do 1 cm. Wartości współczynników szorstkości Manninga w korycie, wyznaczone w warunkach jednostajnego

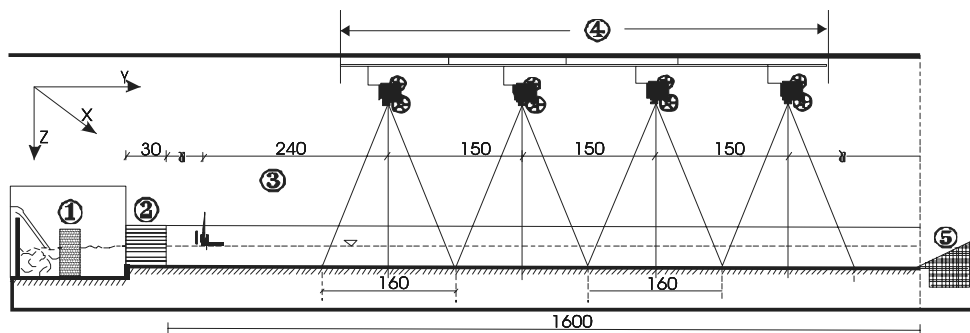
przepływu, były równe  $n = 0,011\text{m}^{-1/3}\text{s}$  dla gładkiego dna koryta głównego,  $n = 0,018\text{m}^{-1/3}\text{s}$  dla szorstkiej powierzchni lewego zalewu i  $n = 0,025\text{m}^{-1/3}\text{s}$  dla zalewu prawego.

Badanie zdolności transportowej strumienia wody w korycie o dwudzielnym przekroju poprzecznym koryta wykonywano techniką wideo, z wykorzystaniem kamer cyfrowych, która umożliwia wyznaczenie podstawowych parametrów charakteryzujących proces ich transportu w przypowierzchniowej warstwie wody. Do tego celu wykorzystano cztery kamery cyfrowe rozmieszczone w miejscach pomiarowych. Kamery zamocowano w osi koryta na wysokości 3,10 m tak, aby obiektywy 4 kamer obejmowały odcinek koryta długości 6,40 m. Kamery znajdowały się w odległościach odpowiednio: 2,40, 3,90, 5,40 i 6,90 m od dozownika (rys. 2).

Pomiary prowadzono dla nieruchomego, punktowego źródła cząstek.

Cząstki wykorzystywane w badaniach miały kształt walca wykonanego z tworzywa sztucznego (PCV). Przygotowano około 200 cząstek o średnicy 10 mm i grubości 2 mm. Do wprowadzenia cząstek został zaprojektowany i skonstruowany dozownik, który umożliwił opuszczanie cząstek na powierzchnię wody w zaprogramowanych stałych odstępach czasu.

Z zarejestrowanego materiału filmowego za pomocą programu graficznego do nieliniowej obróbki wybrano te fragmenty materiału, które umożliwiały określenie współrzędnych położenia cząstek. W tym celu w polu widzenia każdej kamery umieszczono wyskalowaną siatkę o wymiarach  $0,10 \times 0,10\text{m}$ , z głównym reperem. Siatka umożliwiała precyzyjne identyfikowanie położenia dozowanych cząstek. Znajomość wymiarów oczek siatki i prawdziwej rozpiętości filmowanej sceny pozwalała na wyznaczenie metrycznej rozpiętości fil-



RYSUNEK 2. Schemat stanowiska do badań transportu cząstek stałych na powierzchni wody: 1 – przelew, 2 – rurki uspokajające, 3 – dozownik cząstek, 4 – system 4 kamer rejestrujących, 5 – siatka przechwytyująca cząstki

FIGURE 2. Scheme of the laboratory setup for the video tracking of particles on the shallow water: 1 – spillway, 2 – flow soothing pipes, 3 – particles batcher, 4 – system of four digital cameras, 5 – net particles catcher

TABELA 1. Charakterystyka wykonanych doświadczeń  
TABLE 1. Results of measurements of basic parameters in compound channel

Doświadczenie Experiment	Położenie dozownika Position of batcher	Czas dozowania $t$ [s] Time of batching	Głębokość w korycie $H$ [m] Depth in channel	Natężenie przepływu $Q$ [m <sup>3</sup> /s] Discharge	Prędkość średnia $V$ [m/s] Mean velocity	Liczba cząstek $N$ Number of particles
1	ZL (LFP)	6,52	0,202	0,0359	0,230	195
	KG (MCH)	4,29			0,340	195
	ZP (RFP)	6,81			0,220	195
2	ZL (LFP)	5,55	0,241	0,0616	0,270	195
	KG (MCH)	4,17			0,360	195
	ZP (RFP)	5,77			0,260	195
3	ZL (LFP)	4,84	0,283	0,0805	0,310	195
	KG (MCH)	3,94			0,380	195
	ZP (RFP)	5,00			0,300	195

Objaśnienia / Explanations:

ZL – zalew lewy / LFP – left floodplain,

KG – koryto / MCH – main channel,

ZP – zalew prawy / RFP – right floodplain.

mowanego obrazu i określenie wartości współczynnika proporcjonalności światła rzeczywistego do jego filmowego zarejestrowanego obrazu.

Rejestrację ruchu cząstek prowadzono przy trzech położeniach dozownika cząstek w przekroju poprzecznym (rys. 1) i trzech różnych natężeniach przepływu w korycie (tab. 1).

Przeprowadzone doświadczenia różniły się wielkością natężenia przepływu wody w korycie, napełnieniem i średnią prędkością przepływu. W każdym położeniu dozownika wypuszczano 195 cząstek (w 3 doświadczeniach wypuszczono 2360 cząstek).

Zasadniczym elementem opracowania zarejestrowanego materiału filmowego było określanie współrzędnych położenia cząstek ( $x_i, y_i$ ) po upływie czasu dozowania od chwili ich wypuszczenia (tab. 1). Współrzędne położenia cząstek różniły się między sobą ze względu na turbulentny charakter przepływu, a ich

rozproszenie charakteryzuje zdolność transportową strumienia. Przyjęto założenie, że współrzędne położenia cząstek ( $x_i, y_i$ ) stanowią niezależne zmienne losowe, które podlegają rozkładowi normalnemu. Szczegółowe informacje o własnościach rozkładu uzyskano po obliczeniu estymatorów:

- współrzędne środka ciężkości obszaru położenia cząstek po wybranym czasie ( $\bar{X}, \bar{Y}$ )

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i; \quad \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (10)$$

- odchylenie standardowe

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2} \quad (11)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^2}$$

- wariancja

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^2 \quad (12)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^2$$

- skośność

$$S_x = \frac{1}{N\sigma_x^3} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^3 \quad (13)$$

$$S_y = \frac{1}{N\sigma_y^3} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^3$$

- kurtoza

$$K_x = \frac{1}{N\sigma_x^4} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X})^4 \quad (14)$$

$$K_y = \frac{1}{N\sigma_y^4} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^4$$

gdzie  $N$  oznacza liczbę cząstek.

Na podstawie współrzędnych  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  środka ciężkości obszaru położenia cząstek i czasu obliczono średnie prędkości przemieszczania się cząstek. Tak obliczone średnie prędkości w kierunku osi  $y$  są prawie stałe w poszczególnych częściach przekroju. Natomiast obliczone średnie prędkości w kierunku osi  $x$  mają różne znaki. Przykładowe wartości średnich prędkości przemieszczenia się cząstek w kierunku osi  $x$  i  $y$  przedstawiono dla wybranego napełnienia  $H = 0,241$  m. Obliczone wartości skośności oraz współczynników spłaszczenia zestawiono w tabelach 2–4 oraz pokazano na rysunkach 4 i 5.

Z przedstawionych wykresów wynika, że wartości skośności przybierają wartości bliskie zeru, a kurtozy wartości bliskie 3. Zatem można stwierdzić, że funkcja gęstości prawdopodobieństwa rozkładu współrzędnych cząstek w obszarze jest bardzo zbliżona do krzywej rozkładu normalnego (rys. 4 i 5). Zmienność wartości skośności dla wszystkich obszarów świadczy o niewielkim przemieszczaniu się i przesuwaniu środka

TABELA 2. Podstawowe parametry charakteryzujące obszar cząstek w lewym terenie zalewowym  
TABLE 2. Results of measurements of basic parameters of particles migration in the left floodplain

Położenie czterech kamer Position of four cameras	Lewy teren zalewowy / Left floodplain				
	Symbol	K1	K2	K3	K4
$x$ [m]		0,47	0,47	0,47	0,47
$y$ [m]		2,40	3,90	5,40	6,90
1	2	3	4	5	6
Czas Time	$t$ [s]	8,88	14,44	20,00	25,56
Współrzędne obszaru First moments	$\bar{x}$ [m]	0,480	0,500	0,519	0,532
	$\bar{y}$ [m]	2,394	3,920	5,411	6,936
Średnia prędkość cząstek Mean velocity of cloud	$u_x$ [m/s]	0,0014	0,0025	0,0029	0,0029
	$u_y$ [m/s]	0,270	0,271	0,271	0,272

TABELA 2 cd.  
TABLE 2 cont.

1	2	3	4	5	6
Wariancja Variance	$\sigma_x^2$ [m <sup>2</sup> ]	0,00403	0,00708	0,01326	0,01825
	$\sigma_y^2$ [m <sup>2</sup> ]	0,01572	0,02635	0,03845	0,05365
Skośność Skewness	$S_x$ [-]	0,39	0,29	0,29	-0,02
	$S_y$ [-]	0,65	0,07	-0,18	-0,21
Kurtoza Excess	$K_x$ [-]	3,05	3,40	3,46	3,17
	$K_y$ [-]	2,87	2,52	2,72	2,72

Objaśnienia / Explanations:

$x$  – współrzędna poprzeczna / lateral coordinate,

$y$  – współrzędna podłużna / longitudinal coordinate.

TABELA 3. Podstawowe parametry charakteryzujące obszar cząstek w korycie głównym  
TABLE 3. Results of measurements of basic parameters of particles migration in the main channel

Położenie czterech kamer Position of four cameras	Koryto główne / Main channel				
	Symbol	K1	K2	K3	K4
$x$ [m]		1,05	1,05	1,05	1,05
	$y$ [m]	2,40	3,90	5,40	6,90
Czas Time	$t$ [s]	6,67	10,84	15,01	19,18
Współrzędne obszaru First moments	$\bar{x}$ [m]	1,053	1,062	1,069	1,073
	$\bar{y}$ [m]	2,420	3,926	5,422	6,935
Średnia prędkość cząstek Mean velocity of cloud	$u_x$ [m/s]	0,0005	0,0011	0,0012	0,0012
	$u_y$ [m/s]	0,363	0,362	0,361	0,362
Wariancja Variance	$\sigma_x^2$ [m <sup>2</sup> ]	0,00154	0,00253	0,00293	0,00397
	$\sigma_y^2$ [m <sup>2</sup> ]	0,00572	0,00977	0,01464	0,02208
Skośność Skewness	$S_x$ [-]	0,07	-0,23	-0,56	-0,49
	$S_y$ [-]	0,32	0,10	0,15	-0,11
Kurtoza Excess	$K_x$ [-]	2,41	2,38	2,58	2,77
	$K_y$ [-]	2,52	2,49	2,53	2,60

Objaśnienia / Explanations:

$x$  – współrzędna poprzeczna / lateral coordinate,

$y$  – współrzędna podłużna / longitudinal coordinate.



TABELA 4. Podstawowe parametry charakteryzujące obszar cząstek w prawym terenie zalewowym  
 TABLE 4. Results of measurements of basic parameters of particles migration in the right floodplain

Polożenie czterech kamer Position of four cameras	Prawy teren zalewowy / Right floodplain				
	Symbol	K1	K2	K3	K4
$x$ [m]		1,67	1,67	1,67	1,67
	$y$ [m]	2,40	3,90	5,40	6,90
Czas Time	$t$ [s]	9,23	15,00	20,77	26,54
Współrzędne obszaru First moments	$\bar{x}$ [m]	1,655	1,637	1,621	1,603
	$\bar{y}$ [m]	2,400	3,875	5,365	6,866
Średnia prędkość cząstek Mean velocity of cloud	$u_x$ [m/s]	-0,0016	-0,0022	-0,0024	-0,0025
	$u_y$ [m/s]	0,260	0,258	0,258	0,259
Wariancja Variance	$\sigma_x^2$ [m <sup>2</sup> ]	0,00381	0,00639	0,01147	0,01541
	$\sigma_y^2$ [m <sup>2</sup> ]	0,01873	0,02963	0,04343	0,05905
Skośność Skewness	$S_x$ [-]	-0,20	0,10	0,36	0,37
	$S_y$ [-]	-0,25	0,05	0,15	0,24
Kurtoza Excess	$K_x$ [-]	3,00	3,40	3,47	3,00
	$K_y$ [-]	2,45	2,47	2,39	2,46

Objaśnienia / Explanations:

$x$  – współrzędna poprzeczna / lateral coordinate,  
 $y$  – współrzędna podłużna / longitudinal coordinate.

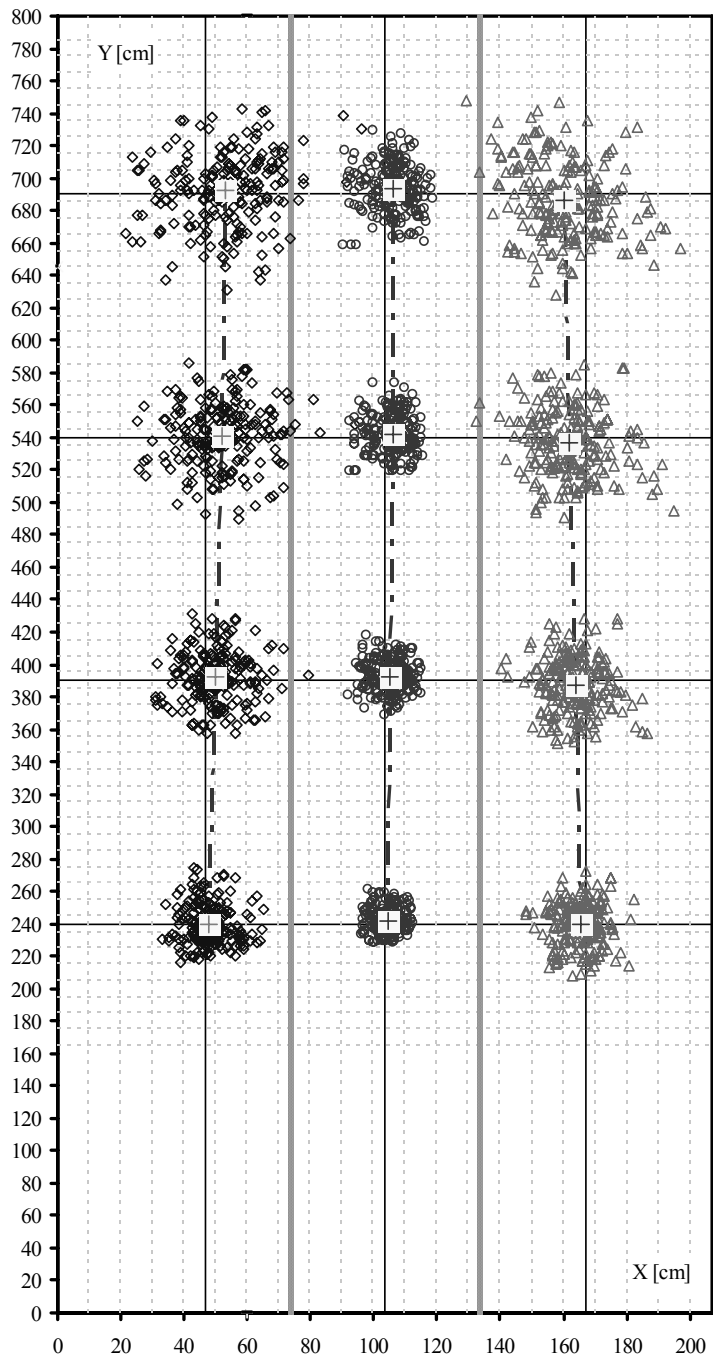
ciężkości obszaru cząstek w kierunku osi koryta lub spowolnieniu cząstek położonych na jego skraju. Obliczone wartości skośności i kurtozy różniły się w niektórych obszarach od wartości charakterystycznych dla rozkładu normalnego.

Dynamikę rozprzestrzeniania się obszaru cząstek opisuje wariancja rozkładu cząstek w funkcji czasu. Wartości wariancji w funkcji czasu obliczone dla trzech położenia dozownika (ZL – lewy zalew, KG – koryto główne, ZP – prawy zalew) przedstawiono na rysunku 6.

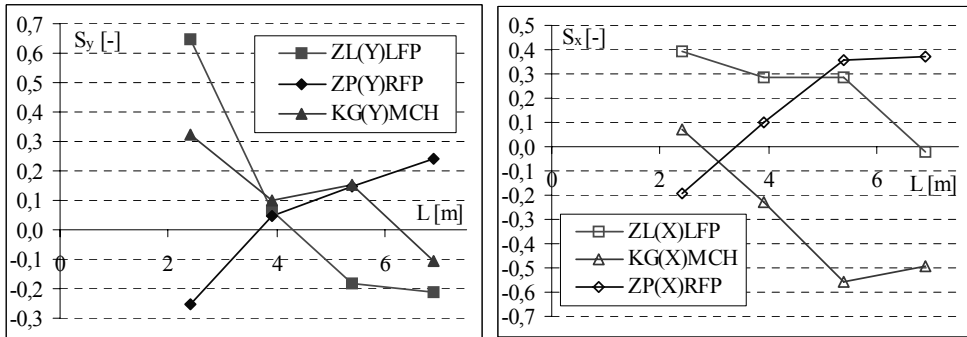
Jeśli wariancję wyrazić zależnością:

$$\sigma_i^2 = mt^n \quad (15)$$

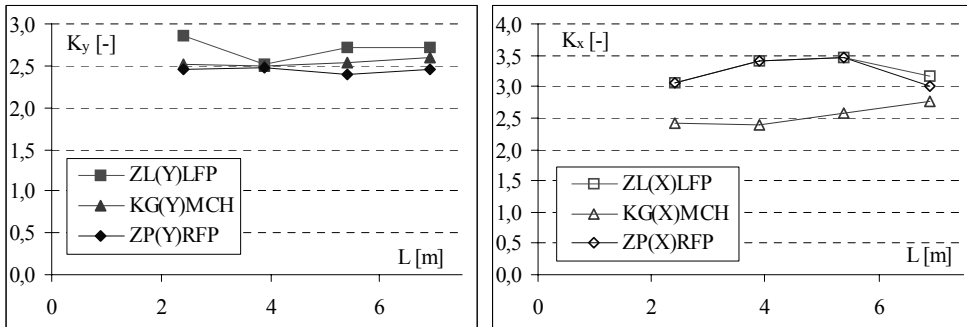
gdzie  $m$ ,  $n$  – stałe dla  $i = x, y$ , to wykładnik  $n$  w kierunku osi  $y$  w terenach zalewowych ma charakter rosnący i zawiera się w przedziale od 1 do 1,3. W korycie głównym natomiast zawiera się w przedziale od 1,2 do 1,7. Wariancja w kierunku osi  $x$ , podobnie jak w kierunku podłużnym, na terenach zalewowych rośnie i wykładnik zmienia się w granicach od 1,1 do 1,3. Natomiast w korycie głównym wartość wykładnika mieści się



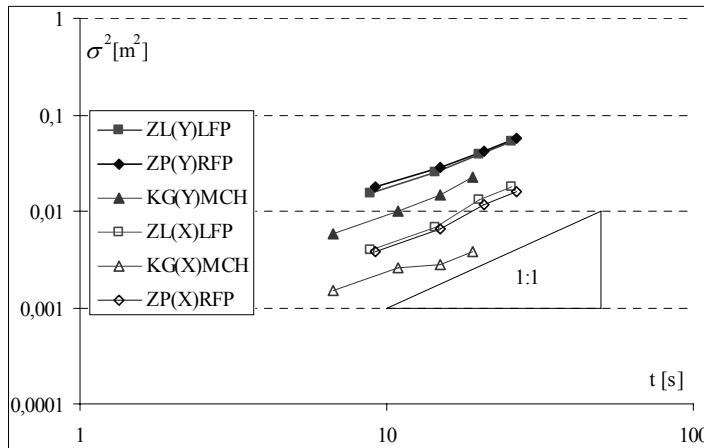
RYSUNEK 3. Zarejestrowane obszary położenia cząstek w ustalonych miejscach pomiarowych  
 FIGURE 3. Registered locations of the particles at the same time elapsed from the release



RYSUNEK 4. Zmienność wartości skośności na długości koryta  
 FIGURE 4. Skewness variation as a function of distance



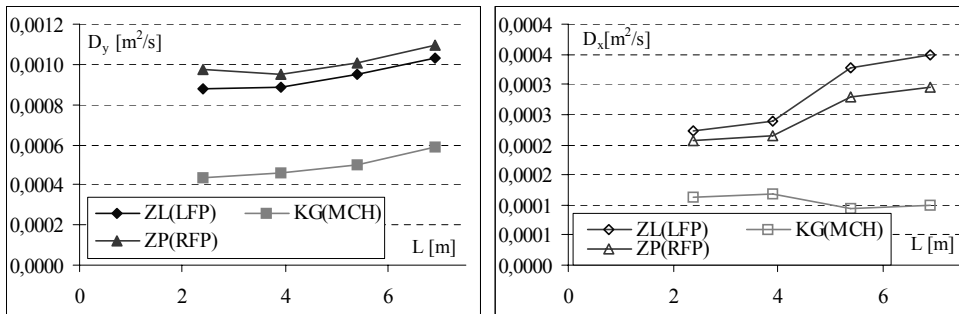
RYSUNEK 5. Zmienność wartości kurtozy na długości koryta  
 FIGURE 5. Excess coefficients variation as a function of distance



RYSUNEK 6. Zmiana wartości wariancji względem czasu dyfuzji  
 FIGURE 6. Variance as function of time diffusion

TABELA 5. Średnie wartości  $D_i$  współczynników dyfuzji turbulentnej dla cząstek pływających  
 TABLE 5. The average  $D_i$  coefficients of turbulent diffusion for floating particles

Część koryta Part of channel	Kamery Cameras	Współrzędne położenia kamer [m] Position of cameras		Wielkość obszaru cząstek [m] Size of the particle cloud		Czas [s] Time	$D_{i=x,y}$ [m <sup>2</sup> /s]	
		x	y	$4 \sigma_x$	$4 \sigma_y$		x	y
Lewy zalew Left floodplain	K1 K2 K3 K4	0,47	2,40	0,502	0,254	8,88	0,00022	0,00088
			3,90	0,649	0,337	14,43	0,00024	0,00090
			5,40	0,784	0,461	19,98	0,00033	0,00096
			6,90	0,926	0,540	25,53	0,00036	0,00104
Koryto główne Main channel	K1 K2 K3 K4	1,05	2,40	0,155	0,302	6,67	0,00011	0,00042
			3,90	0,201	0,395	10,84	0,00011	0,00045
			5,40	0,217	0,484	15,01	0,00010	0,00050
			6,90	0,252	0,594	19,18	0,00010	0,00059
Prawy zalew Right floodplain	K1 K2 K3 K4	1,67	2,40	0,247	0,548	9,23	0,00020	0,00098
			3,90	0,320	0,688	15,00	0,00021	0,00095
			5,40	0,428	0,834	20,77	0,00028	0,00101
			6,90	0,496	0,972	26,54	0,00030	0,00110



RYSUNEK 7. Zmiany współczynników dyfuzji turbulentnej w funkcji długości koryta od punktu dozowania cząstek

FIGURE 7. Turbulent diffusion coefficients (longitudinal and lateral) as function of distance from the point of particles release

w przedziale od 1,1 do 1,2. Wzrost wartości wariancji świadczy o stopniowym powiększaniu się obszaru występowania cząstek w korycie głównym i terenach zalewowych wraz z oddalaniem się od źródła dozowania.

Współczynnik dyfuzji turbulentnej ( $D_t$ ) w jednorodnym ustalonym przepływie turbulentnym charakteryzuje zdolności transportowe przepływu i jest związany z momentem drugiego rzędu równaniem (7). Obliczone średnie wartości współczynników dyfuzji turbulentnej na odcinku od źródła do rozpatrywanego obszaru  $D_t$  przedstawiono w tabeli 5 i na rysunku 7.

Wartości współczynników dyfuzji turbulentnej  $D_t$  w kierunku przepływu rosną wraz z odległością od źródła w korycie głównym i w terenach zalewowych i współczynniki dyfuzji w terenach zalewowych są większe niż w korycie głównym (rys. 7). Wynikać to może z większego gradientu prędkości w kierunku poprzecznym w terenach zalewowych. Należy podkreślić fakt, że wartość współczynników dyfuzji turbulentnej w kierunku poprzecznym  $D_x$  wyraźnie rośnie w terenach zalewowych. Natomiast zdecydowanie maleje w korycie głównym. Taki spadek może być spowodowany interakcją strumienia wody w korycie głównym i terenach zalewowych.

## Wnioski

1. Analiza statystyczna rozkładów współrzędnych cząstek pływających w korycie o przekroju dwudzielnym potwierdza, że ich rozkład nie jest rozkładem normalnym, co można tłumaczyć intensywną wymianą

przepływu wody między korytem głównym a terenami zalewowymi.

2. Zróżnicowanie przebiegu zmian skośności rozkładów współrzędnych cząstek w lewym i prawym terenie zalewowym może być spowodowane różną głębokością przepływu w tych częściach koryta.
3. Dyfuzja cząstek pływających w korycie o dwudzielnym przekroju jest znacznie większa w kierunku podłużnym niż w kierunku poprzecznym, a wartości współczynników dyfuzji w kierunku poprzecznym są znacznie większe na terenach zalewowych niż w korycie głównym.
4. Wartości współczynników dyfuzji turbulentnej rosną wraz z oddalaniem się od źródła dozowania cząstek, co może świadczyć o udziale coraz to większych wirów w procesie dyfuzji cząstek pływających.
5. Odchylenia od liniowej zmienności wariancji funkcji gęstości prawdopodobieństwa rozkładu współrzędnych cząstek wraz z odległością od źródła dozowania cząstek są spowodowane strukturą turbulencji strumienia wody w obszarze łączącym koryto główne z terenami zalewowymi. Interakcja w tym obszarze wywołuje wzrost wartości wariancji w kierunku podłużnym i jej zmniejszenie w kierunku poprzecznym.

## Literatura

- CZERNUSZENKO W. 1983: Rozprzestrzenianie się zanieczyszczeń w rzekach i kanałach. Materiały badawcze IMGW, seria: Gospodarka Wodna i Ochrona Wód.
- HINZE J.O. 1975: Turbulence. McGraw-Hill, Inc., New York.

- KRYSICKI W., BARTOS J., DYCZKA W., KRÓLIKOWSKA K., WASILEWSKI M. 1999: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Tom II. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- MOLS B., OLIEMANS V.A. 1998: A turbulent diffusion model for particle dispersion and deposition in horizontal tube flow. *Int. J. Multipha. Flow* 24(1): 55–75.
- MONIN A.S., YAGLOM A.M. 1971: Statistical Fluid Mechanics-Mechanics of Turbulence. MIT Press, Cambridge.
- ROBERTS P.J.W., WEBSTER D.R. 2002: Turbulent diffusion. In: H.S. Hayley et al. (eds.) Environmental Fluid Mechanics-Theory and Applications. ASCE, Virginia.
- ROWIŃSKI P., CZERNUSZENKO W., KRUKOWSKI M. 2005: Migration of floating particles in a compound channel. Water Quality Hazards and Dispersion of Pollutants. Springer Science+Business Media, Inc., New York.
- TAYLOR G.I. 1921: Diffusion by continuous movements. *Proc. Lond. Math. Soc.*, 20: 196–212.

## Summary

**Migration of floating particles in a compound channel.** The aim of my work was definition and analysis elementary characteristic spread floating solid particles at small dimension in compound cross-section channel. It was carry out position of solid particles (simulate passive pollution) on water surface and definition characteristic spread particles subject to different points batching in channel and intensity of flow. It was also analysis coefficients of turbulent diffusion characteristic transporting capacity of flux and intensity spread particles.

### Author's address:

Marcin Krukowski  
 Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego  
 Katedra Inżynierii Wodnej i Rekultywacji Środowiska,  
 Zakład Hydrauliki  
 ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa  
 Poland