

## BADANIA MECHANICZNYCH PRZYRZĄDÓW POMIAROWYCH METODAMI FILMOWYMI \*

(PARAMETRY DYNAMICZNE)

LESZEK WRONKOWSKI

*Zakład Nowych Technic Nauczania Politechniki Warszawskiej, Warszawa*

W chwili obecnej, w dobie automatyzacji pomiarów obok charakterystyki statycznej przyrządów pomiarowych coraz bardziej interesują nas ich parametry dynamiczne, które decydują o przydatności danego przyrządu do pomiarów automatycznych. O ile ustalenie charakterystyki statycznej nie przedstawia większej trudności, to określenie parametrów dynamicznych, zwłaszcza mechanicznych przyrządów pomiarowych metodami klasycznymi, czyli na drodze analitycznej, jest trudne i nie zapewnia wystarczającej dokładności. W tej sytuacji należało poszukać innej metody, mniej pracochłonnej, a zapewniającej większą dokładność. Próbowano realizować ją, umieszczając na elementach wskazujących przyrządów przetworniki elektryczne, których sygnały były rejestrowane na oscylografach. Nie uzyskano jednak zadowalających wyników. Umieszczony na elemencie wskazującym przetwornik, nawet najbardziej zminiaturyzowany, zwiększał masę układu, powodując znaczne błędy.

Natomiast w odniesieniu do niektórych przyrządów o szczególnie wiotkiej konstrukcji elementu wskazującego metoda ta w ogóle nie mogła być stosowana. Zastosowanie tego typu przetwornika do omawianego tu przykładu badania charakterystyki dynamicznej mikrokatora (rys. 1) — przyrządu do pomiaru długości — było niemożliwe, gdyż wskazówka ma średnicę 0,08 mm i zawieszona jest na sprężynie spiralnej, która jest głównym elementem przekładniowym przyrządu, a jej przekrój wynosi  $10 \times 80 \mu\text{m}$ .

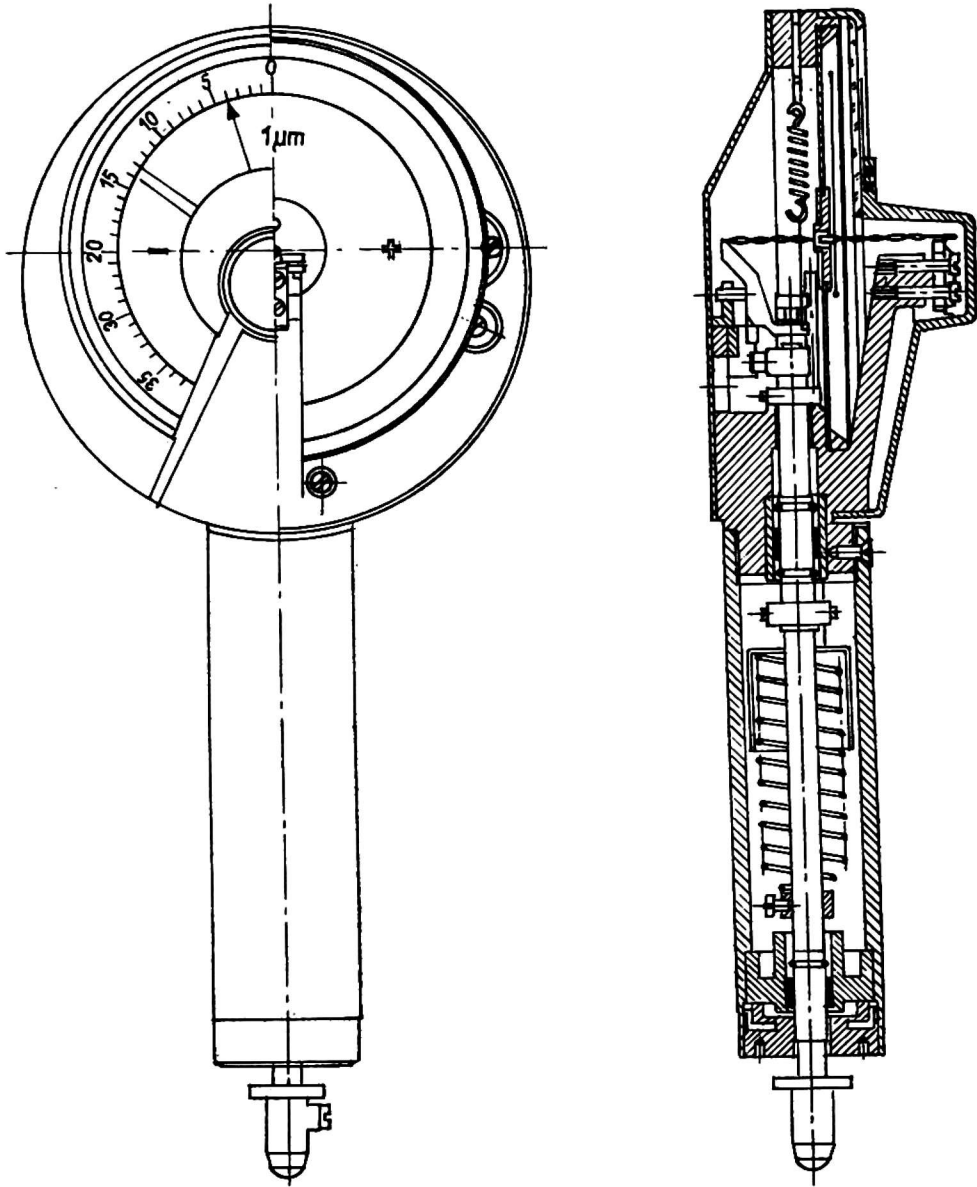
Autor niniejszego artykułu, mając podobne problemy do rozwiązania, zastosował do pomiaru parametrów dynamicznych kamerę do zdjęć szybkich i uzyskał wystarczająco dokładny wynik. Tak więc zastosowanie tej

---

\* Niniejszy artykuł był przedstawiony w postaci referatu pt. *Cinecamera as a mathematic operator of differential equations of dynamic system of mechanical measuring devices* na XXVI kongresie Association International of Science Film — Madryt 1972.

kamery stworzyło możliwość opracowania nowej, bezinercyjnej i obiektywnej metody pomiaru parametrów dynamicznych.

Aby omówić funkcję, jaką spełnia w tej metodzie kamera do zdjęć szybkich, należy zarówno zdefiniować omawiane parametry dynamiczne przyrządów pomiarowych, jak też zasygnalizować, na czym polega metoda ana-

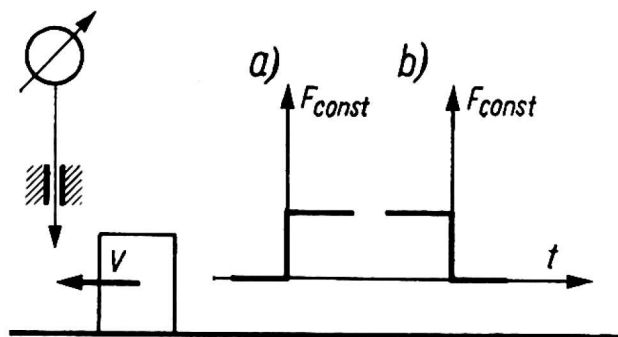


Rys. 1. Mikrokator, przyrząd do pomiaru długości

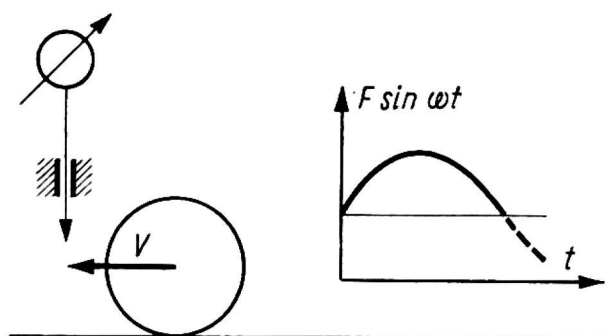
lityczna określania tych parametrów. Tak jeden, jak i drugi problem będzie rozpatrzony na przykładzie wspomnianego mikrokatora (rys. 1).

W trakcie pomiaru pod końcówkę badanego przyrządu podsuwane są najczęściej dwa rodzaje elementów mierzonych: elementy o przekroju prostokątnym i o przekroju kołowym. Podsuniecie elementu mierzonego jest jednoznaczne z wprowadzeniem do przyrządu funkcji wejściowej. W przypadku wsunięcia lub wysunięcia elementu o przekroju prostokątnym możemy w przybliżeniu przyjąć, że funkcją wyjściową będzie funkcja skokowa (rys. 2), natomiast w przypadku wsunięcia oraz wysunięcia przedmiotu o przekroju kołowym funkcja wejściowa jest w przybliżeniu funkcją sinusoidalną (rys. 3).

Rozpatrzmy teraz funkcję wyjściową (rys. 2a) przyrządu dla pierwszego przypadku funkcji wejściowej. Funkcją wyjściową przyrządu będzie przesunięcie wskazówki przyrządu bądź innego elementu wskazującego wartość  $x_{const}$ , odpowiadającą iloczynowi wysokości przedmiotu mierzonego i wielkości przełożenia mechanicznego. Gdyby układ ruchowy przyrządu

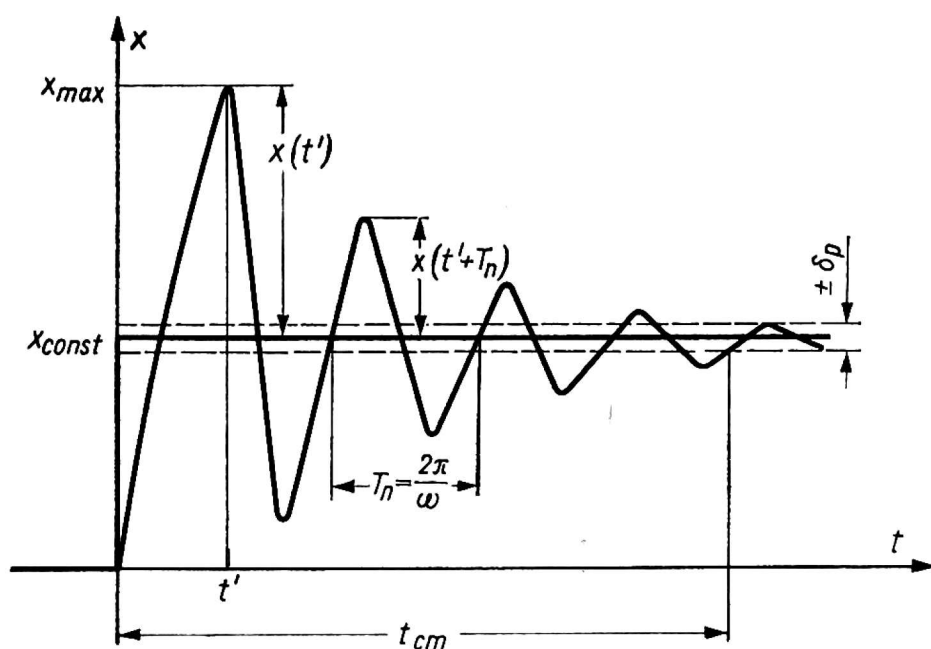


Rys. 2. Schemat wprowadzenia na wejściu przyrządu funkcji jednostkowej, skokowej



Rys. 3. Schemat wprowadzenia na wejściu przyrządu funkcji sinusoidalnej

był bezinercyjny, wówczas wskazówka zatrzymałaby się w punkcie  $x_{const}$  i funkcja wyjściowa byłaby w przybliżeniu również funkcją skokową. Ponieważ układ posiada inercję, wskazówka będzie drgała drganiami gasnącymi wokół punktu  $x_{const}$  i funkcja wyjściowa będzie miała charakter przedstawiony na rysunku 4. Pomiar będziemy mogli odczytać po upływie

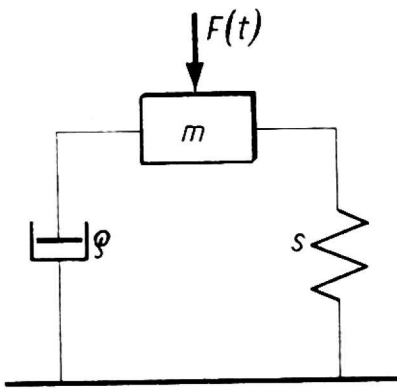


Rys. 4. Funkcja wyjściowa, która jest odpowiedzią przyrządu na funkcję skokową

czasu  $t$ , w którym drgania ustaną, bądź — zakładając pewien dopuszczalny błąd odczytu  $\pm \delta_p$  — po okresie czasu  $t = t_{cm}$ , nazywanego czasem ustalenia się pomiaru (rys. 4), po którym amplituda drgań wskazówki nie przekracza dopuszczalnego błędu  $\pm \delta_p$ . Czas  $t_{cm}$  jest jednym z parametrów charakterystyki dynamicznej przyrządu. Im czas  $t_{cm}$  jest krótszy, tym więcej pomia-

rów możemy przeprowadzić w określonym przedziale czasowym. Drugi parametr charakterystyki dynamicznej, to tzw. błąd dynamiczny  $\delta_{\max}$ . Określa się go jako różnicę między  $x_{\max}$  i  $x_{\text{const}}$ .

W celu ustalenia metodą analityczną wartości wymienionych parametrów należy ułożyć schemat zastępczy badanego przyrządu (w przypadku mikrokatora — wprowadzając znaczne uproszczenia). Na rysunku 5 przedstawiony jest schemat zastępczy mikrokatora, w którym  $m$  oznacza zredukowaną masę całego układu przyrządu,  $s$  — zredukowaną sztywność wszystkich elementów sprężystych przyrządu,  $a$  — współczynnik tłumienia lepkiego. Wszystkie te wielkości możemy określić po uprzednim rozmontowaniu przyrządu, przy czym wyznaczenie ich, zwłaszcza ostatniego parametru, obarczone jest znacznym błędem.



Rys. 5. Schemat zastępczy mikrokatora

Po wyznaczeniu powyższych wielkości przy założeniu, że funkcją wejściową będzie funkcja skokowa  $f(t) = F_{\text{const}}$ , możemy napisać równanie różniczkowe (1), opisujące ruch układu ruchomego przyrządu:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + a \frac{dx}{dt} + sx = F_{\text{const}} \quad (1)$$

Rozwiązanie ogólne tego równania będzie miało postać:

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_0} \int_0^t F e^{-h(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \quad (2)$$

gdzie

$\omega_0$  — częstość drgań własnych przyrządu,

$\omega$  — częstość drgań tłumionych,

$h$  — częstość tłumienia układu,

$\tau$  — przyjęty przedział czasu działania siły  $F_{\text{const}}$ .

Rozwiązując wyrażenie (2) dla warunku  $0 \leq t \leq \tau$  otrzymamy:

$$x(t) = x_{\text{const}} \left[ i - e^{-ht} \left( \cos \omega t + \frac{h}{\omega} \sin \omega t \right) \right] \quad (3)$$

oraz 
$$x_{\max} = x_{\text{const}}(1 + e^{-ht'}) \quad (4)$$

gdzie

$$t' = \frac{\pi}{\omega} = \frac{T_h}{2}$$

$T_h$  — okres drgań tłumionych.

Na podstawie wyrażenia (4) możemy określić maksymalny błąd dynamiczny:

$$\delta_{\max} = x_{\text{const}} e^{-ht'} \quad (5)$$

Natomiast określenie  $t_{\text{cm}}$  jest bardziej utrudnione, bo należy go zrealizować metodą numeryczną, podstawiając kolejno wielkości czasu  $t_1'$ ,  $t_2'$ ..., obliczając dla nich wielkość amplitudy  $x(t_1)$ ,  $x(t_2)$ ... i porównując z wartością błędu dopuszczalnego  $\delta_p$ .

Metoda ta więc jest bardzo uciążliwa i obciążona dużym błędem (od 30%), w zależności od stopnia skomplikowania układu mechanicznego przyrządu i stopnia koniecznych uproszczeń przy układaniu schematu zastępczego.

Przy zastosowaniu kamery do zdjęć szybkich przyrząd ustawia się na stanowisku pomiarowym i podsuwając pod końcówkę pomiarową określony przedmiot mierzony filmuje się wskazania organu wskazującego. Funkcją wejściową będzie wtedy rzeczywisty sygnał spowodowany wsunięciem przedmiotu mierzonego (zakładamy, że będzie to przedmiot o przekroju prostokątnym, a więc funkcja wejściowa będzie w przybliżeniu funkcją skokową). Natomiast funkcja wyjściowa przyrządu będzie zarejestrowana na taśmie filmowej w postaci kolejnych położenia organu wskazującego. Analizując poszczególne klatki taśmy filmowej, pomiędzy którymi jest stały interwał czasowy  $t_c$ , możemy od razu wykreślić funkcję wyjściową, która w danym przypadku będzie taka sama, jak krzywa przedstawiona na rysunku 4.

W ten sposób, omijając skomplikowane obliczenie równania różniczkowego, otrzymujemy jego rozwiązanie szczególne, a więc kamera filmowa spełnia funkcję matematycznego operatora równań różniczkowych.

Na podstawie otrzymanego wykresu możemy natychmiast określić wielkość maksymalnego błędu dynamicznego oraz, zakładając obszar dopuszczalnego błędu dynamicznego, czas ustalenia się pomiaru  $t_{\text{cm}}$ . Poza tym na podstawie tego wykresu możemy wyznaczyć również inne parametry: częstość drgań własnych  $\omega_0$ , częstość tłumienia  $h$ , częstość drgań tłumionych  $\omega$ . Odmierzając na wykresie wartość  $x(t)$  i  $x(t + T_h)$  możemy obliczyć dekrement tłumienia  $a$  z następującej zależności (6):

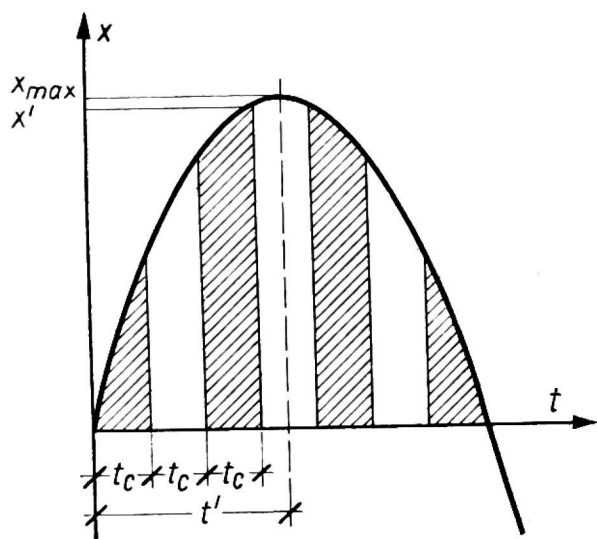
$$a = 1n \frac{x(t')}{x(t' + T_h)} = hT_h \quad (6)$$

Korzystając ze wzoru (6) i podstawiając pomierzoną wartość okresu  $T_h$ , obliczamy częstość tłumienia układu  $h$ . Częstość drgań tłumionych układu odczytujemy również z wykresu i korzystając z wyrażenia (7) obliczamy częstość drgań własnych układów  $\omega_0$ :

$$\omega_0 = \sqrt{h^2 + \omega^2} \quad (7)$$

Tak więc otrzymujemy wszystkie dane potrzebne nam do przeanalizowania konstrukcji przyrządu pomiarowego.

Można jeszcze rozważyć wielkość błędu, jaki się popełnia przy stosowaniu tej metody. Dokładność wyznaczenia maksymalnego błędu dynamicznego  $\delta_{\max}$  będzie zależała od stopnia i stosunku częstotliwości pracy kamery do częstości rejestrowanych drgań (im ten stosunek będzie większy, tym niedokładność będzie mniejsza) oraz od położenia interwału kamery względem czasu  $t'$ , w odniesieniu do którego określa się błąd maksymalny. Najbardziej niekorzystny będzie przypadek przedstawiony na rysunku 6, gdzie pola zakreskowane odpowiadają momentom otwarcia mi-



Rys. 6. Przykład wyznaczenia maksymalnego błędu pomiaru (pola zakreskowane odpowiadają czasowi otwarcia migawki kamery)

gawki kamery. Wielkość maksymalnego błędu  $\sigma_{\max}$ , popełnionego przy wyznaczaniu  $\delta_{\max}$ , można określić dla rozważanego przyrządu według wzoru (8):

$$\sigma_{\max} = x_{\max} - x' = x_{\text{const}} \left\{ e^{-ht'} + e^{-h\left(t' - \frac{tc}{2}\right)} \left[ \cos \omega \left( t' - \frac{tc}{2} \right) + \frac{h}{\omega} \sin \left( t' + \frac{tc}{2} \right) \right] \right\} \quad (8)$$

Przy częstotliwości pracy kamery dwudziestokrotnie większej od częstości analizowanych drgań błąd  $\sigma_{\max}$  nie przekraczał 1,5%. Niedokładność wyznaczenia pozostałych parametrów nie przekraczała 1%. Badania były wykonywane za pomocą kamery filmowej typu Hycam.

Obliczenie błędu  $\sigma_{\max}$  można przeprowadzić z wystarczającą dokładnością bez znajomości równania i rozwiązań różniczkowych równań badanego układu, analizując w podobny sposób najprostszы sygnał sinusoidalny o częstotliwości  $\omega$  i  $x_{\max}$  zbliżony do wartości drgań badanych.

Opisana tu metoda może być doskonale stosowana do dynamicznych badań różnych urządzeń mechanicznych, nie tylko przyrządów pomiarowych, zapewniając wysoką dokładność badań, przy czym stosowane kamery filmowe nie muszą mieć zbyt dużej frekwencji. Na ogół drgania układu mechanicznego nie przekraczają częstości 100 Hz, toteż wystarczająca prędkość rejestracji kamery nie przekracza 2000 kl./s.

### STRESZCZENIE

Określenie parametrów dynamicznych mechanicznych przyrządów pomiarowych nastręcza wiele trudności. Dotychczas stosowano dwie metody: metodę analityczną i metodę opartą na zastosowaniu przetworników elektronicznych. Pierwsza z nich jest bardzo pracołłonna i mało dokładna, druga nie w każdym przyrządzie może być zastosowana, np. w przyrządach o wiotkiej konstrukcji organu wskazującego.

W niniejszym artykule autor zaproponował nową metodę określenia parametrów dynamicznych mechanicznych przyrządów pomiarowych przy zastosowaniu kamery do zdjęć szybkich. Metoda ta polega na filmowaniu organu wskazującego przyrządu pomiarowego w momencie, kiedy na wejściu przyrządu zadawana jest dowolna, znana funkcja, np. sinusoidalna skokowa itp. Zarejestrowany na taśmie obraz jest funkcją wyjściową, to znaczy odpowiedzią przyrządu na zakłócenie, które jest wyżej wymienioną funkcją wejściową.

Analizując ten obraz możemy odczytać bezpośrednio bądź obliczyć za pomocą znanych elementarnych funkcji algebraicznych poszczególne parametry dynamiczne przyrządu pomiarowego. Metoda ta jest wielokrotnie dokładniejsza i prostsza, pod warunkiem, że prędkość filmowania kamery jest przynajmniej 20-krotnie większa od częstotliwości drgań danego przyrządu.

Л. ВРОНКОВСКИ

### ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ КИНОСЪЕМОЧНЫМИ МЕТОДАМИ (ДИНАМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ)

#### Резюме

Определение динамических параметров механических измерительных приборов вызывает многие затруднения. До сих пор применялись два метода: аналитический метод и метод, основанный на использовании электронных преобразователей. Первый из них очень трудоемкий и не слишком точный, второй может применяться не в каждом приборе, например, в приборах с гибкой конструкцией указательного органа.

В настоящей статье автор предлагает новый метод определения динамических параметров механических измерительных приборов с применением кинокамеры для скростных съемок. Этот метод заключается в киносъемке указатель-

ного органа измерительного прибора и момент, когда на входе прибора задается любая, известная функция, например, синусоидальная скачкообразная и т.п. Зарегистрированное на пленке изображение является исходной функцией, т.е. ответом устройства на помехи, которыми является вышеуказанная входная функция.

Анализируя это изображение, можно непосредственно при помощи известных элементарных алгебраических функций рассчитать или считывало непосредственно отдельные динамические параметры измерительного прибора. Этот метод во много раз более точен и более прост при условии, что скорость киносъемок камеры по крайней мере в 20 раз больше, чем частота колебаний данного прибора.

L. WRONKOWSKI

## TESTING OF MECHANICAL MEASURING INSTRUMENTS BY MEANS OF FILM METHOD (DETERMINATION OF DYNAMICAL PARAMETERS)

### Summary

The determination of dynamical parameters of the mechanical measuring instruments meets with many difficulties. Two methods were applied hitherto: the analytical method and the method based on electronic converter application. The former one is of insufficient accuracy and very labour-consuming, the later cannot be applied in every instrument, e.g. in instruments with a feeble construction of indicating element.

In the paper a new determination method of parameters of mechanical measuring instruments by means of quick-shot camera application is proposed. This method consists in filming of indicating element of the given measuring instrument at the moment when at the instrument entry an arbitrary known function, e.g. sinusoid jump one, etc. is assigned. The picture recorded on film is a starting function, i.e. reaction of the instrument to disturbance, which constitutes the above entry function.

Analyzing this picture the particular dynamical parameters may be read directly on the given measuring instrument or calculated by means of well-known elementary algebraic functions. This method is much more exact and simple, provided the filming rate of the camera would be at least twenty fold higher than the vibration frequency of the given instrument.