

ZASTOSOWANIE MODELU MATEMATYCZNEGO
DO OPISU UWILGOTNIENIA GLEBY PIASZCZYSTEJ

Tomasz Brandyk

Instytut Melioracji i Gospodarki Wodnej SGGW-AR w Warszawie

Jednym z warunków intensywnej produkcji roślinnej są właściwe proporcje pomiędzy wodą i powietrzem w glebie. W rozwoju roślin podstawowe znaczenie ma ilość wody, która może być przez nie wykorzystana. Z tego względu niezbędną jest znajomość przebiegu zmian uwilgotnienia gleby w możliwie krótkich przedziałach czasowych. Taką możliwość stwarza symulacyjny model oceny uwilgotnienia gleby. W pracy przedstawiono zastosowanie matematycznego modelu symulacyjnego do opisu uwilgotnienia gleby piaszczystej z terenu RZD Puczniew, położonego w środkowym biegu rzeki Ner.

MATERIAŁ I METODY

Zastosowany model matematyczny i przyjęte parametry

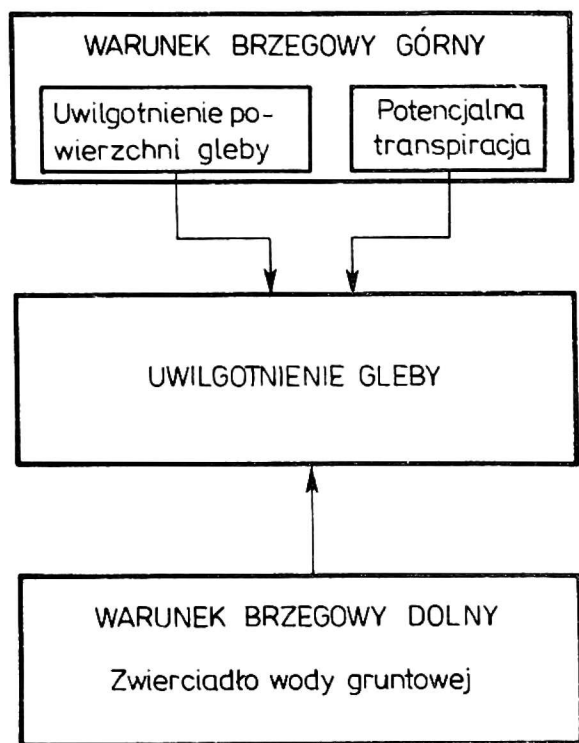
W niniejszej pracy zastosowano model opracowany w Instytucie Hydrotechniki Politechniki Gdańskiej, składający się z następujących części (podmodeli):

- uwilgotnienia powierzchni gleby,
- potencjalnej transpiracji,
- uwilgotnienia profilu gleby.

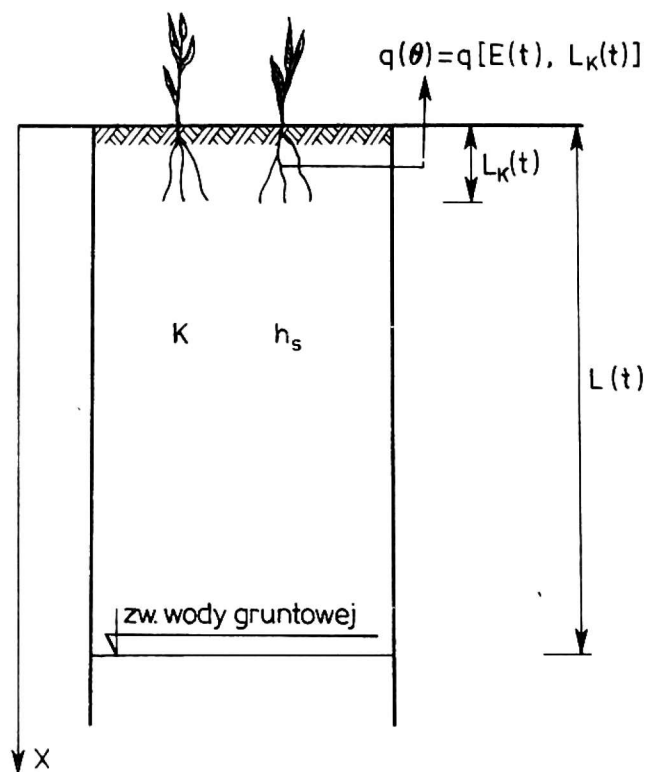
Ogólną organizację modelu oraz wzajemne powiązania między podmodelami obrazuje rysunek 1. Graficzną interpretację zastosowanego modelu matematycznego przedstawiono na rysunku 2.

Na model symulacyjny dla numerycznego rozwiązania zagadnienia składają się następujące równania:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial h_s}{\partial x} \right) + \frac{\partial K}{\partial x} - q, \quad (1)$$



Rys. 1. Schemat blokowy powiązań pomiędzy poszczególnymi składowymi zastosowanego modelu matematycznego



Rys. 2. Graficzna interpretacja zastosowanego modelu matematycznego

$$v = K \left(\frac{\partial h_s}{\partial x} \pm 1 \right), \quad (2)$$

gdzie:

- θ - wilgotność gleby bezwymiarowo w częściach jedności,
- t - czas w s,
- K - przewodnictwo hydrauliczne gleby w cm s^{-1} ,
- h_s - ciśnienie ssące w cm słupa wody,
- x - głębokość mierzona pionowo w dół w cm,
- q - jednostkowa konsumpcja wody w glebie przez korzenie roślin w $\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$,
- v - prędkość przepływu wody w cm s^{-1} .

Warunki początkowe i brzegowe rozpatrywanego modelu mają postać:

$$\begin{cases} \theta_o = \theta_o(x, 0); t = 0; 0 \leq x \leq L(t)_{t=0} \\ \theta_g = \theta_g(0, t); x = 0; t > 0 \\ \theta_d = \theta_d[x = L(t), t]; t \geq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Rozważa się układ gleby jednorodnej (jednowarstwowy) ze zmiennym w czasie obszarem o niepełnym nasyceniu wodą $L(t)$. Jeżeli znamy dobowe wartości wilgotności względnej powietrza (f) oraz temperatury powietrza (T) jako funkcje czasu oraz przy założeniu, że woda glebowa przy powierzchni terenu znajduje się w termodynamicznej równowadze z parą wodną powietrza przygruntowego, możemy obliczyć h_g z ogólnie znanego równania psychometrycznego:

$$h_g = \frac{R \cdot T}{M \cdot g} \ln f, \quad (4)$$

gdzie:

- h_g - ciśnienie ssące wody glebowej cm słupa H_2O ,
- R - uniwersalna stała gazowa równa $8,314 \cdot 10^7 \text{ erg mol}^{-1} \text{ } ^\circ K^{-1}$,
- T - temperatura absolutna w $^\circ K$,
- M - molekularna masa wody równa $19,3 \text{ g mol}^{-1}$,
- g - przyspieszenie ziemskie 981 cm s^{-2} ,
- f - wilgotność względna powietrza przygruntowego, bezwymiarowo, w częściach jednośc.

Przy obliczeniu wartości h_g z krzywej pF gleby można wyznaczyć odpowiadającą jej wartość uwilgotnienia $\theta(h_g)$.

Jeżeli opad atmosferyczny wyrazi się w mm słupa wody i oznaczy symbolem P , to uwilgotnienie 5 cm przypowierzchniowej warstwy gleby można obliczyć z wyrażenia:

$$\theta_g = \theta(h_g) + 2P \cdot 10^{-2}, \quad (5)$$

gdzie:

- θ_g - uwilgotnienie powierzchni gleby, bezwymiarowe, w częściach jednośc,
- P - opad atmosferyczny w mm.

Wielkość transpiracji potencjalnej roślin w zależności od przebiegu warunków meteorologicznych możemy wyznaczyć z równania Penmana w rozwinięciu Rijtemy. Szczegółowy opis tej metody można znaleźć w pracy P. Kowalika [4].

Jeżeli konsumpcję wody przez korzenie roślin oznaczymy przez $q(\theta)$, jak na rysunku 2, to potencjalna transpiracja (E_{pot}) wyniesie:

$$E_{pot} = q_{max} \cdot L_k(t), \quad (6)$$

gdzie:

$L_k(t)$ - miąższość strefy korzeniowej,

q_{\max} - maksymalna wartość konsumpcji wody przez korzenie w jednostkowej objętości gleby, $\text{cm}^3 \text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$.

Z tego wyrażenia otrzymamy po przekształceniu:

$$q_{\max} = \frac{E_{\text{pot}}}{L_k(t)}. \quad (7)$$

Wprowadzając zmienną bezwymiarową $\alpha(\theta) = \frac{q(\theta)}{q_{\max}}$ otrzymamy:

$$q(\theta) = \alpha(\theta) \frac{E_{\text{pot}}}{L_k(t)} \quad (8)$$

Współczynnik $\alpha(\theta)$ opisuje biologiczną dostępność wody glebowej dla korzeni roślinnych, która wchodzi do równania [1]. Z wartości $q(\theta)$ dla każdego poziomu w strefie korzeniowej oblicza się transpirację rzeczywistą roślin.

Do rozwiązania równania ruchu wody glebowej niezbędna jest znajomość przebiegu zależności przewodnictwa hydraulicznego od wilgotności gleby w nienasyconej strefie profilu glebowego. Wartości przewodnictwa hydraulicznego wzorując się na [6] obliczono wg wzoru:

$$K(\theta)_i = \frac{K_s}{K_{sc}} \frac{\sigma^2 \cdot \theta_i}{2 \cdot \rho \cdot g \cdot \eta} \sum_{j=1}^p \left[(2j + 1 - 2i) \frac{1}{h_{sj}^2} \right] \quad (9)$$

gdzie:

$K(\theta)_i$ - przewodnictwo hydrauliczne dla określonej zawartości wody lub klasy ciśnień ssących „i” (cm s^{-1}),

$\frac{K_s}{K_{sc}}$ - współczynnik korygujący,

K_s - wartość przewodnictwa hydraulicznego gleby przy pełnym nasyceniu uzyskana z pomiaru (cm s^{-1}),

K_{sc} - wartość przewodnictwa hydraulicznego uzyskana ze wzoru (cm s^{-1}),

σ - napięcie powierzchniowe wody (dyn cm^{-1}),

η - współczynnik lepkości dynamicznej wody ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$),

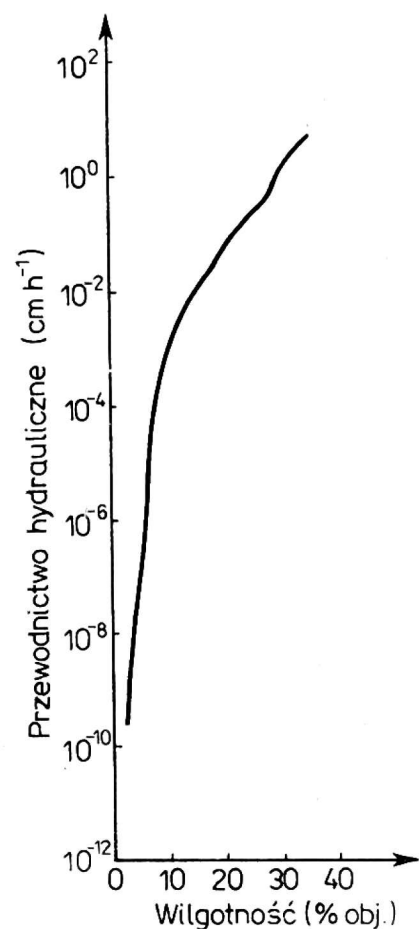
θ_i - wilgotność aktualna ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$),

p - całkowita liczba klas porów,

h_{sj} - ciśnienie ssące ($\text{cm H}_2\text{O}$),
 g - przyspieszenie ziemskie (cm s^{-2}).

Wyliczoną w ten sposób krzywą przewodnictwa przedstawiono na rysunku 3.

Do rozwiązania równania (1) ruchu wody glebowej zastosowano metodę różnic skończonych. Numeryczne rozwiązanie tego równania sprowadza się do znajdowania dyskretnej wartości funkcji θ w węzłach siatki nałożonej na obszar zmienności współrzędnych x, t . Zastosowano ponadto zmienny krok czasowy Δt uzależniony od szybkości zmian zachodzących w profilu glebowym. Bardziej szczegółowy opis zastosowania tej metody znajduje się w pracach [1-3].



Rys. 3. Zależność między przewodnictwem hydraulicznym a wilgotnością gleby dla jednorodnej gleby piaszczystej

Charakterystyka obiektu badań

Badania przeprowadzono na glebie piaszczystej użytkowanej jako łąka w RZD Puczniew, woj. łódzkie. Dla rozpatrywanego profilu glebowego określono: skład mechaniczny, niektóre właściwości fizyczne, charakterystykę jego zdolności retencyjnych (krzywą pF) oraz współczynnik filtracji.

Skład mechaniczny oraz właściwości fizyczne tej gleby przedstawiono w tabelach 1 i 2, natomiast krzywą pF przedstawiono na rysunku 4. Była to jednorodna gleba, którą ze względu na skład mechaniczny możemy zaliczyć do piasków luźnych średnioziarnistych. Charakteryzuje się ona (tab. 2) małą zawartością substancji organicznych, która waha się od 0,65% s.m. w górnej warstwie do 0,27% s.m. w warstwach głębiej leżących. Gęstość w całym profilu waha się w niewielkich granicach (od $1,73/\text{g cm}^{-3}$ do $1,83/\text{g cm}^{-3}$), podobnie jak masa fazy stałej (od $2,67/\text{g cm}^{-3}$ do $2,80/\text{g cm}^{-3}$) i porowatość (od 34,3% obj. do 36,2% obj.). Mała zmienność składu mechanicznego i właściwości fizycznych w całym profilu gleby pozwala dla celów modelowania przyjąć, że jest to profil jednorodny o średniej porowatości równej 35% obj. Krzywa pF (rys. 4) jest typowa dla gleb piaszczystych. Ilość

T a b e l a 1

Skład mechaniczny w profilu gleby piaszczystej z terenu RZD Puczniów

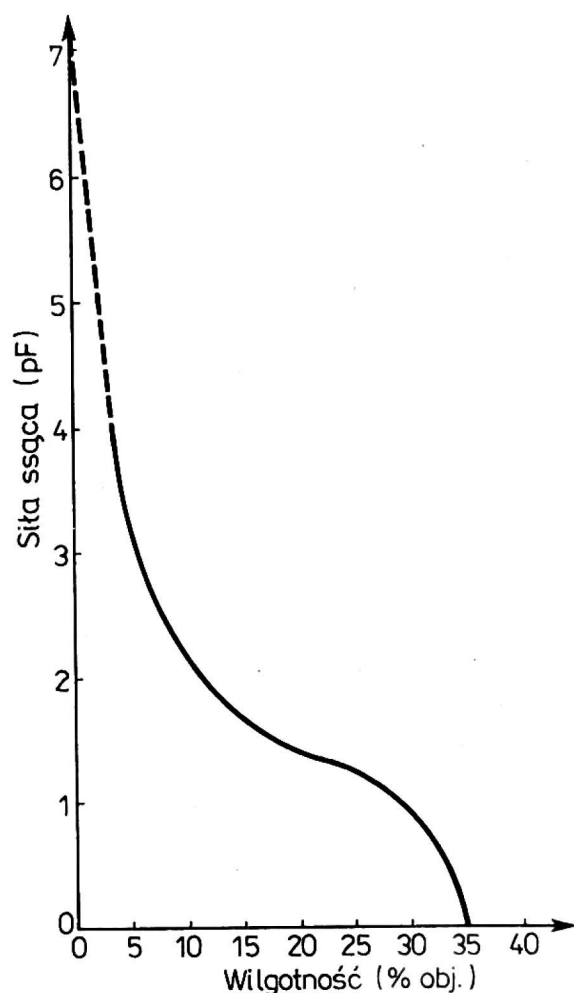
| Poziom od - do (w cm) | Szkielet % części >1 mm | Części ziemiste 1-0,1 mm (w %) | Części ziemiste | | | | | | 2 | |
|-----------------------------|-------------------------------|---|-----------------|-------------|--------------|--------------|-------------------|----------------|---|-----------------|
| | | | frakcja piasku | | frakcja pyłu | | części spławialne | | | |
| | | | 1- 0,5 | 0,5- 0,2 | 0,2- 0,1 | 0,1- 0,05 | 0,05- 0,02 | 0,02- 0,006 | | 0,006- 0,002 |
| 5-10 | 2,87 | 97,13 | 18 | 61 | 10 | 3 | 3 | 2 | 1 | 2 |
| 15-20 | 4,27 | 95,73 | 14 | 68 | 8 | 4 | 1 | 3 | 0 | 2 |
| 25-30 | 3,60 | 96,40 | 19 | 65 | 7 | 3 | 1 | 3 | 0 | 2 |
| 45-50 | 5,28 | 94,72 | 20 | 68 | 4 | 1 | 0 | 2 | 1 | 4 |
| 65-70 | 5,60 | 94,40 | 27 | 66 | - | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 |
| 95-100 | 6,72 | 93,28 | 45 | 51 | - | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |

T a b e l a 2

Zawartość substancji organicznych, gęstość, masa fazy stałej oraz porowatość w profilu gleby piaszczystej z terenu RZD Puczniew

| Poziom | Zawartość substancji organicznych (w %) | Gęstość (w g cm ⁻³) | Masa fazy stałej (w g cm ⁻³) | Porowatość (w %) |
|--------|---|---------------------------------|--|------------------|
| 5-10 | 0,65 | 1,83 | 2,80 | 34,6 |
| 15-20 | 0,41 | 1,80 | 2,75 | 34,5 |
| 25-30 | 0,34 | 1,80 | 2,74 | 34,3 |
| 45-50 | 0,27 | 1,74 | 2,71 | 35,8 |
| 65-70 | 0,28 | 1,73 | 2,67 | 34,5 |
| 95-100 | 0,29 | 1,73 | 2,71 | 36,2 |

wody całkowicie dostępnej obliczona wg [5] wynosi 26,5%, a łatwo dostępnej 23%. Współczynnik trwałego więdnięcia (pF - 4,2) wynosi 3,5% objętościowo. Średnia ważona wartość współczynnika filtracji K_{10} , oznaczonego laboratoryjnie [7], dla całego profilu wynosi $1,84 \cdot 10^{-3}$ (cm s₋₁).

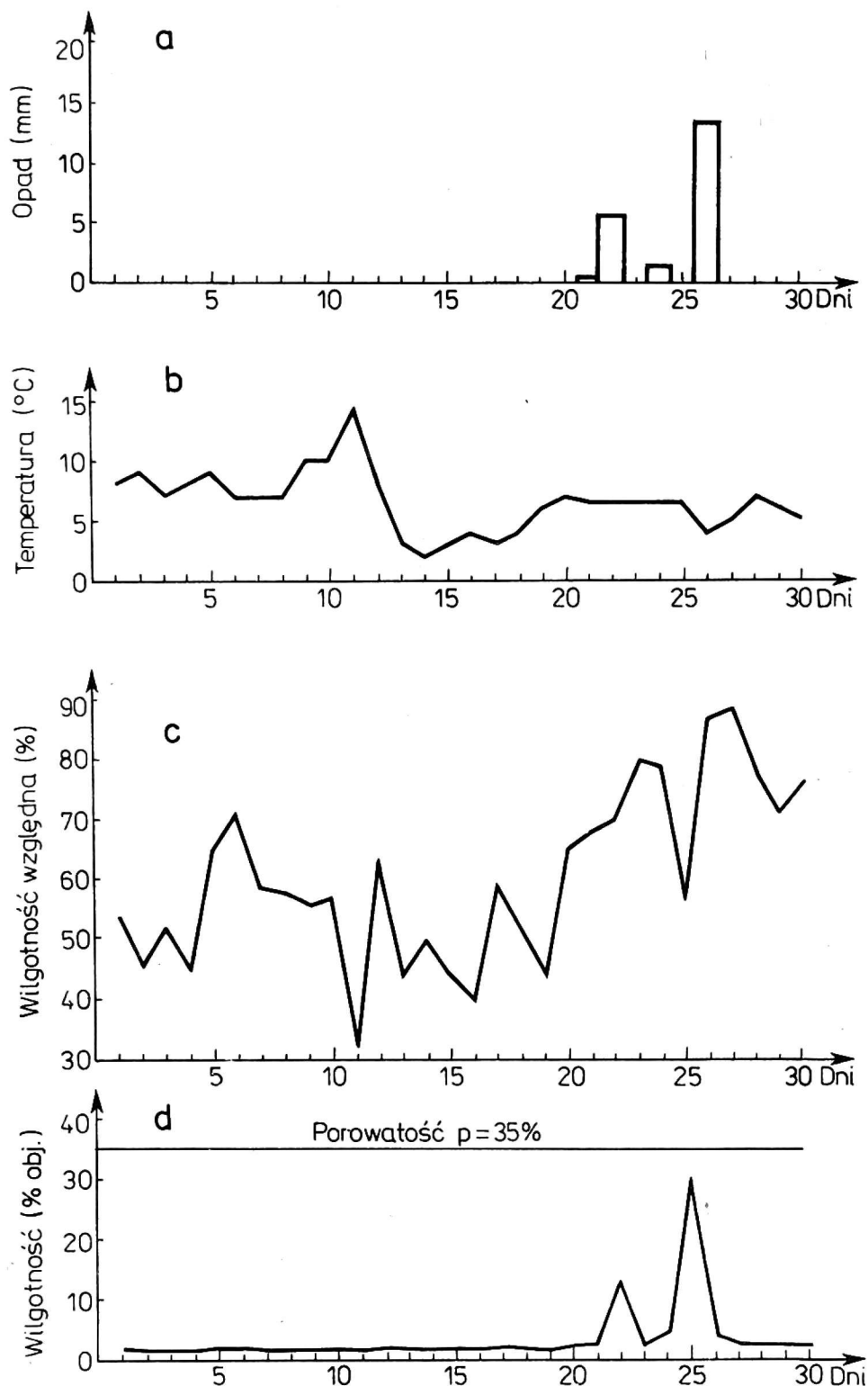


Rys. 4. Zależność między siłą ssącą a wilgotnością gleby (krzywa pF) dla jednorodnej gleby piaszczystej

WYNIKI I DYSKUSJA

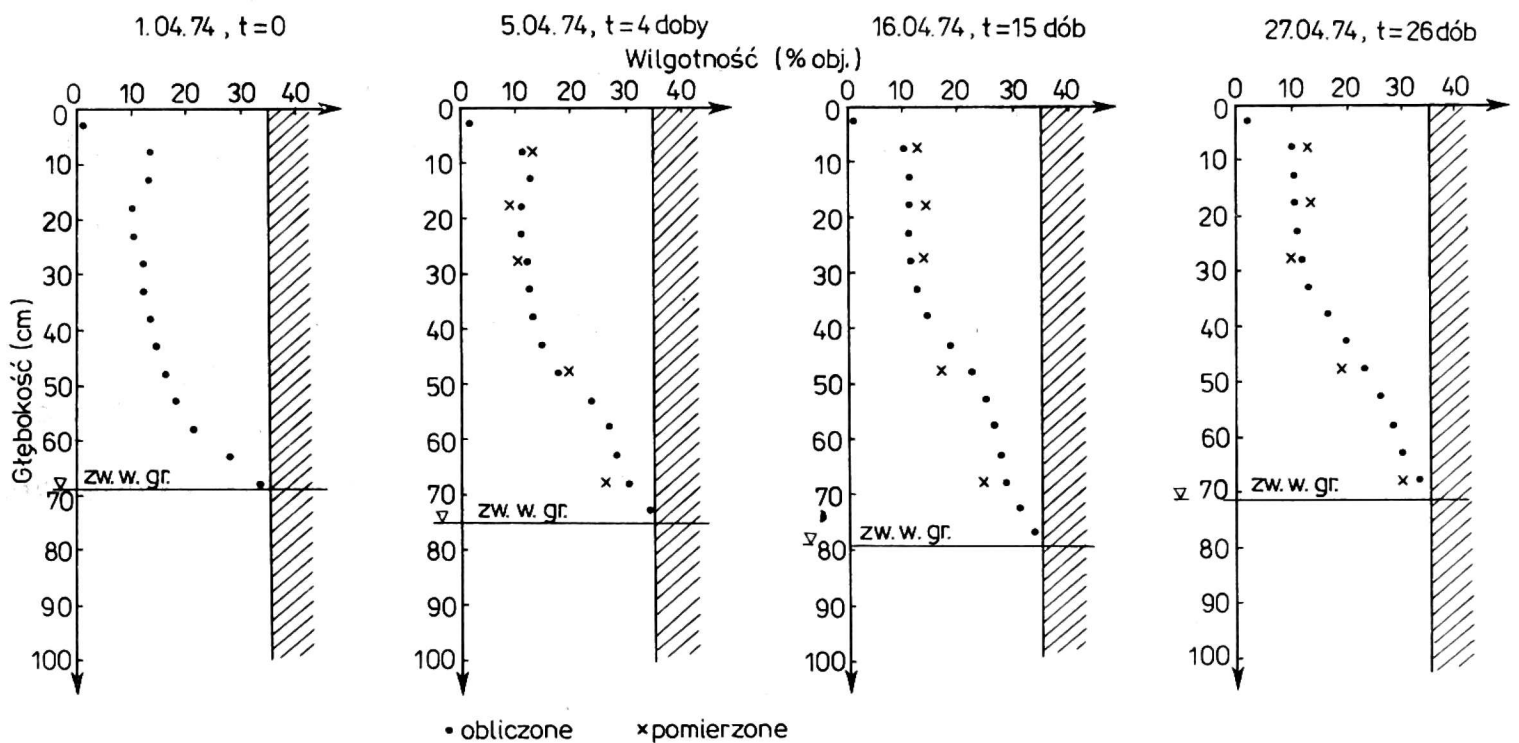
Do obliczeń dynamiki uwilgotnienia wykorzystano program w języku Fortran na maszynie ODRA 1305 oraz dane z kwietnia 1974 roku.

Na rysunku 5 przedstawiono uwilgotnienie powierzchni gleby na tle dobowych sum opadów atmosferycznych oraz średnich dobowych wartości temperatury i wilgotności względnej powietrza. Na uwagę zasługuje duży wpływ opadów z 22.04 i 26.04 na uwilgotnienie powierzchni gleby. Przedstawione wartości uwilgotnienia powierzchni gleby są górnym warunkiem brze-



Rys. 5. Uwilgotnienie powierzchni gleby (d) na tle sum dobowych opadów atmosferycznych (a) oraz średnich dobowych wartości temperatury (b) i wilgotności względnej powietrza (c) dla kwietnia 1974 r.

gowym dla rozwiązania równania ruchu wody glebowej, zgodnie z rys. 1. Dolnym warunkiem brzegowym są pomierzone wartości głębokości zalegania zwierciadła wody gruntowej pod powierzchnią terenu. W kwietniu 1974 r. zwierciadło wody gruntowej znajdowało się od 69 cm do 85 cm pod powierzchnią terenu. Obliczone i stwierdzone rozkłady uwilgotnienia w profilu glebowym pokazano na ry-



Rys. 6. Obliczone i pomierzone rozkłady uwilgotnienia w profilu glebowym

sunku 6. Na rysunku tym przedstawiono również rozkłady uwilgotnienia w dniach 1.04, 5.04, 16.04, i 27.04, które kolejno odpowiadają początkowi oraz 4, 15, i 26 dobie od rozpoczęcia obliczeń. Na uwagę zasługuje duża zgodność obliczonych i empirycznych wskaźników wilgotności gleby. Świadczy to o możliwości wykorzystania przedstawionego modelu do kontroli zmian uwilgotnienia gleby w krótkich przedziałach czasowych. Umożliwia to właściwe sterowanie gospodarką wodną w glebie, jak również może być wykorzystane w praktyce do wyznaczania terminów nawodnień i właściwego sterowania odwadniająco-nawadniającym systemem melioracyjnym.

WNIOSKI

1. Przedstawiony model matematyczny pozwala na dobre odwzorowanie przebiegu uwilgotnienia gleby, o czym świadczy duża zgodność wilgotności obliczonych i dokonanych pomiarów.

2. Przedstawiona metoda pozwala na prognozowanie zmian uwilgotnienia gleby w krótkich przedziałach czasowych na podstawie stosunkowo prostych do określenia właściwości fizyczno-wodnych gleby oraz danych meteorologicznych.

LITERATURA

1. Feddes R.A., Kowalik P., Kolińska-Malinka K., Zaradny H.: J. Hydr., 31, 13-26 1976.
2. Feddes R.A., Kowalik P., Neumann S.P., Bresler E.: Techn. Bul., I CW nr 94, 1976.
3. Feddes R.A., Kowalik P., Zaradny H.: Simulation of field water use and crop yield. J. Wiley, New York 1978.
4. Kowalik P.: Podstawy teoretyczne agrohydrologii Żuław. Wyd. GTN, Gdańsk 1976.
5. Kowalik P.: Zarys fizyki gruntów. Wyd. P.G., Gdańsk 1973.
6. Kuntze R.J., Uehara G., Graham K.: Soil Sci. Soc. Am. Proc., 32, 760-765, 1968.
7. Ostromecki J.: Wstęp do melioracji rolnych. PWRiL, Warszawa 1964.

Т. Брандык

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ
ОПИСАНИЯ УВЛАЖНЕНИЯ ПЕСЧАНОЙ ПОЧВЫ

Р е з ю м е

В статье описывается способ использования симуляционной математической модели для описания хода увлажнения песчаной почвы на участке среднего течения реки Нев. Разработанная симуляционная модель позволяет оценивать ход увлажнения в вегетационный период в любых коротких промежутках времени. Результаты могут использоваться для предусматривания сроков орошений, а также для оценки эффективности действия осушительно-оросительных сооружений.

T. Brandyk

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODEL FOR DESCRIPTION
OF MOISTENING OF SANDY SOIL

S u m m a r y

Application of the mathematical simulation model for description of the moistening course of sandy soil in the middle sector of the New river is presented in the paper. The developed simulation model enables to estimate the course of moisture changes in

the growing season within an arbitrarily short time intervals. The results can be made use of for envisaging irrigation dates and for estimation of work efficiency of drainage-irrigation structures.