

EUGENIUSZ BERNADZKI, HENRYK ŻYBURA

**Tempo wzrostu wysokości buka  
w dolnym piętrze  
drzewostanów sosnowych<sup>1</sup>**

Темп роста высоты бука в нижнем ярусе сосновых насаждений

Rate of height growth in beech in lower storey  
of pine stands

WSTĘP

**S**pełnianie przez las wielostronnych funkcji jak również optymalne wykorzystanie zdolności produkcyjnych siedlisk leśnych można osiągnąć między innymi przez zakładanie drzewostanów wielopiętrowych. Zarówno dobór gatunków jak i dalsze ich pielęgnowanie wymaga znajomości prawidłowości wzrostu drzew wchodzących w skład drzewostanów wielogatunkowych o zróżnicowanej strukturze piętrowej. Badania z tego zakresu są trudne. Duża liczba kombinacji warunków wzrostu drzew stanowi jedną z przyczyn, że wiedza o ich wzroście w drzewostanach wielogatunkowych jest jeszcze niezbyt bogata i ścisła (1, 4, 6, 7). Przewadzone dotychczas badania nad aproksymacją wzrostu wysokości dotyczyły głównie drzewostanów jednogatunkowych (3, 5, 8). W niniejszej pracy podjęto próbę matematycznego scharakteryzowania przebiegu wzrostu wysokości buka występującego w dolnym piętrze drzewostanów sosnowych.

OBIEKT I METODYKA BADAŃ

Materiał empiryczny zebrano w 29 drzewostanach sosnowych z bukiem w dolnym piętrze, występujących na siedliskach lasu mieszanego. Obiekt badań stanowiły drzewostany Wolińskiego Parku Narodowego (5 drzewostanów), nadl. Susz (8 drzewostanów) i nadl. Miłomłyn (16 drzewostanów). Jednym z kryteriów wyboru powierzchni badawczych

<sup>1</sup>) Praca wykonana w ramach centralnego program badań podstawowych 04.10, w temacie 03.10.07.01, „Badania porównawcze rozwoju drzewostanów naturalnych i zagospodarowanych”.

był warunek obecności dobrze ukształtowanego piętra bukowego. Na powierzchniach tych o wielkości 0,4—1,0 ha pomierzono między innymi pierśnice buka, a następnie utworzono 5 klas grubości o jednakowej liczbie drzew. Z każdej klasy wybrano po 2 lub 3 drzewa próbne (2). Na drzewach tych po ścięciu zmierzono ich długość oraz określono liczbę sło-  
jów w sekcjach 1- lub 2-metrowych w zależności od ich długości.

## WYNIKI BADAN

### 1. Aproksymacja wzrostu wysokości

Z pomierzonych drzew próbnych wybrano dla każdej powierzchni po 5 najwyższych buków. Na ich podstawie obliczono średnie wysokości w kolejnych 5-letnich okresach życia. Następnie przeprowadzono transformację wysokości (H) do postaci  $Z = \frac{W}{\sqrt{H}}$ , która dała w efekcie prostoliniową zależność z wiekiem (W)

$$Z = a + b W \quad (1)$$

gdzie a i b są parametrami równań. Przekształcając powyższe równanie otrzymano funkcję wzrostu wysokości o postaci

$$H = \left( \frac{W}{a + bW} \right)^2 \quad (2)$$

Dla każdego z badanych drzewostanów sporządzono krzywą wzrostu wysokości obliczając parametry a i b równań (tab. 1). Obliczony wskaźnik korelacji (R) oceniający siłę badanego związku jest bardzo wysoki i zbliżony do jedności. Wyrównane krzywe wzrostu wysokości dla kilku przykładowo wybranych drzewostanów przedstawia ryc. 1.

### 2. Empiryczny model wzrostu wysokości

Opracowane krzywe wzrostu wysokości buka utworzyły zbiór linii o zbliżonym kształcie, lecz różniącym się położeniem. Rozchodzą się one od punktu zerowego układu współrzędnych i wraz z wiekiem obejmują coraz szersze pole (ryc. 1). Ze zbioru linii wybrano tę, która przedstawiała najszybszy wzrost buka (M2). Przebieg wzrostu wysokości w tym drzewostanie przyjęto za wyjściowy do opracowania modelu. Empiryczne równanie obrazujące zależność wysokości od wieku w drzewostanie M2 ma następującą postać

$$H = \left( \frac{W}{4,3645 + 0,1275W} \right)^2 \quad (3)$$

Parametry równań zależności wysokości (H) od wieku (W) buka przedstawionej

funkcją  $H = \left( \frac{W}{a+bW} \right)^2$  oraz siła tego związku

Symbol i nr pow.	Parametry równań i siła związku			Symbol i nr pow.	Parametry równań i siła związku		
	a	b	R		a	b	R
W 1	6,92	0,135	0,993	S 1	4,22	0,131	0,999
W 2	5,64	0,132	0,999	S 2	5,23	0,144	0,998
W 5	4,40	0,170	0,999	S 4	3,83	0,143	0,997
W 6	4,97	0,169	0,996	S 5	4,59	0,141	0,998
W 7	5,14	0,125	0,999	S 6	3,63	0,157	0,999
T 1	6,46	0,122	0,994	S 7	3,34	0,150	0,999
T 2	5,76	0,127	0,998	S 8	3,74	0,146	0,998
T 3	5,67	0,124	0,998	M 1	4,46	0,152	0,997
T 4	5,06	0,154	0,997	M 2	4,36	0,127	0,999
T 5	4,89	0,130	0,999	M 3	6,19	0,101	0,998
St 1	7,34	0,136	0,997	M 4	4,48	0,140	0,999
St 2	5,63	0,139	0,999	M 5	5,32	0,130	0,998
St 3	4,72	0,147	0,999	M 6	3,72	0,159	0,997
St 4	4,36	0,151	0,996	M 7	4,67	0,140	0,998
St 5	5,16	0,128	0,991				

- W — powierzchnie próbne założone w Wolińskim Parku Narodowym  
M, T i St — powierzchnie próbne założone w nadl. Miłomłyn  
S — powierzchnie próbne założone w nadl. Susz

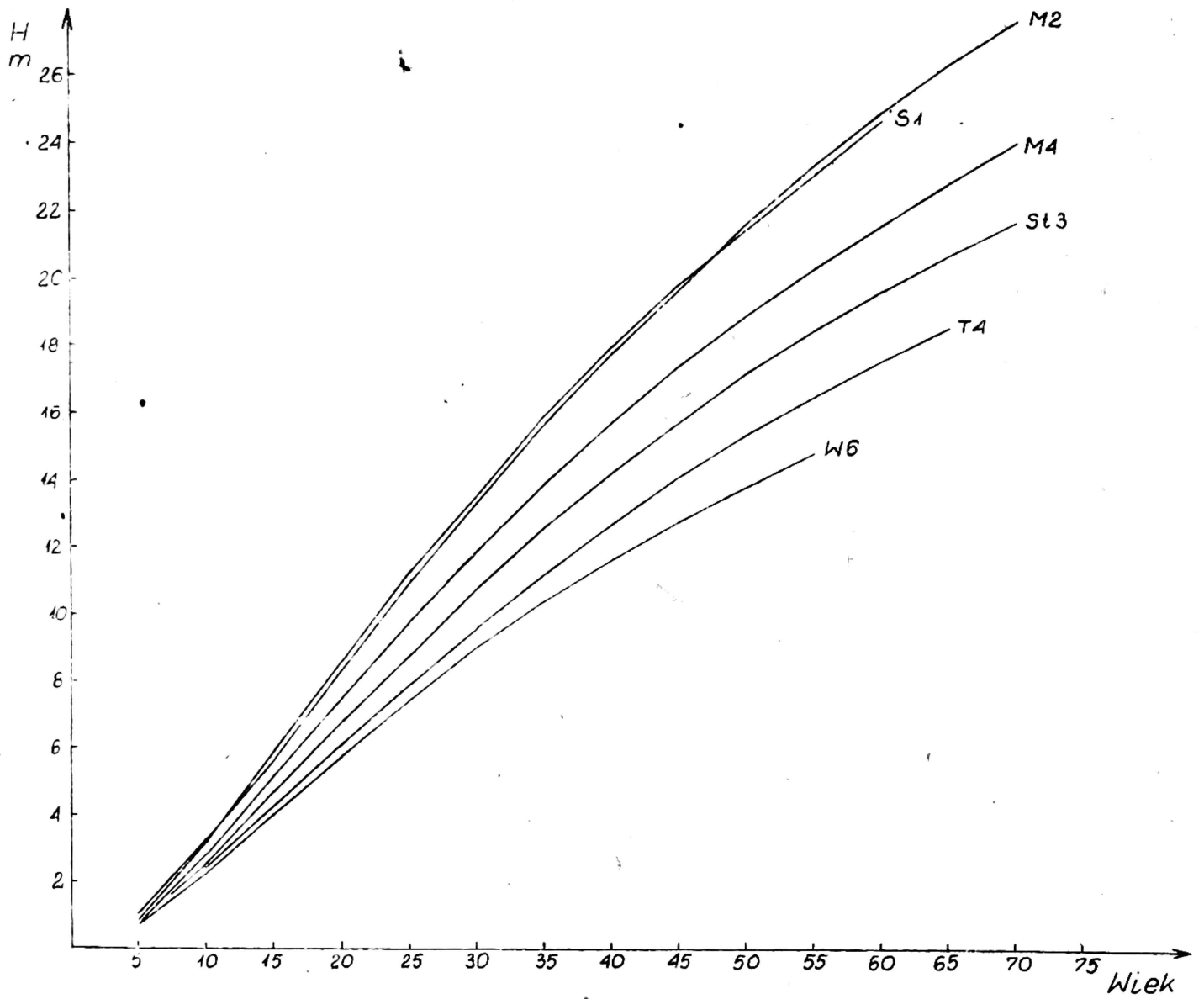
Zgodnie z funkcją (3) buk w wieku 75 lat osiąga wysokość 29 m. Równania dla drzewostanów osiągających inne wysokości w wieku lat 75 utworzono mechanicznie przez obniżenie linii wzrostu wysokości 29 tak, aby różnica w wieku 75 lat wynosiła 2 m. Parametry równań uzyskuje się mnożąc równanie 3 przez 29/27; 29/25; 29/23 itd. W ten sposób otrzymano linie o numerach 27, 25, 23 itd. Parametry równań podaje tab. 2, a graficznym obrazem modelu wzrostu jest ryc. 2.

### 3. Sposób korzystania z modelu

W celu określenia krzywej wzrostu drzewa lub grupy drzew należy znaleźć linię wzrostu wysokości, dla której uzyskuje się w danym wieku najmniejszą różnicę między wysokością drzewa lub drzew i wysokością opracowanego modelu. Dokładnego określenia numeru krzywej wzrostu wysokości można dokonać posługując się wzorem:

$$H_{75} = 29 H \left( \frac{W}{4,3645 + 0,1275W} \right)^{-2} \quad (4)$$

Równanie to jest przekształceniem funkcji (3). Mianownik przedstawia przebieg wzrostu wysokości krzywej oznaczonej numerem 29. Numer krzywej można obliczyć wstawiając do licznika numer dowolnej linii, a do mianownika równanie jej wzrostu wysokości.

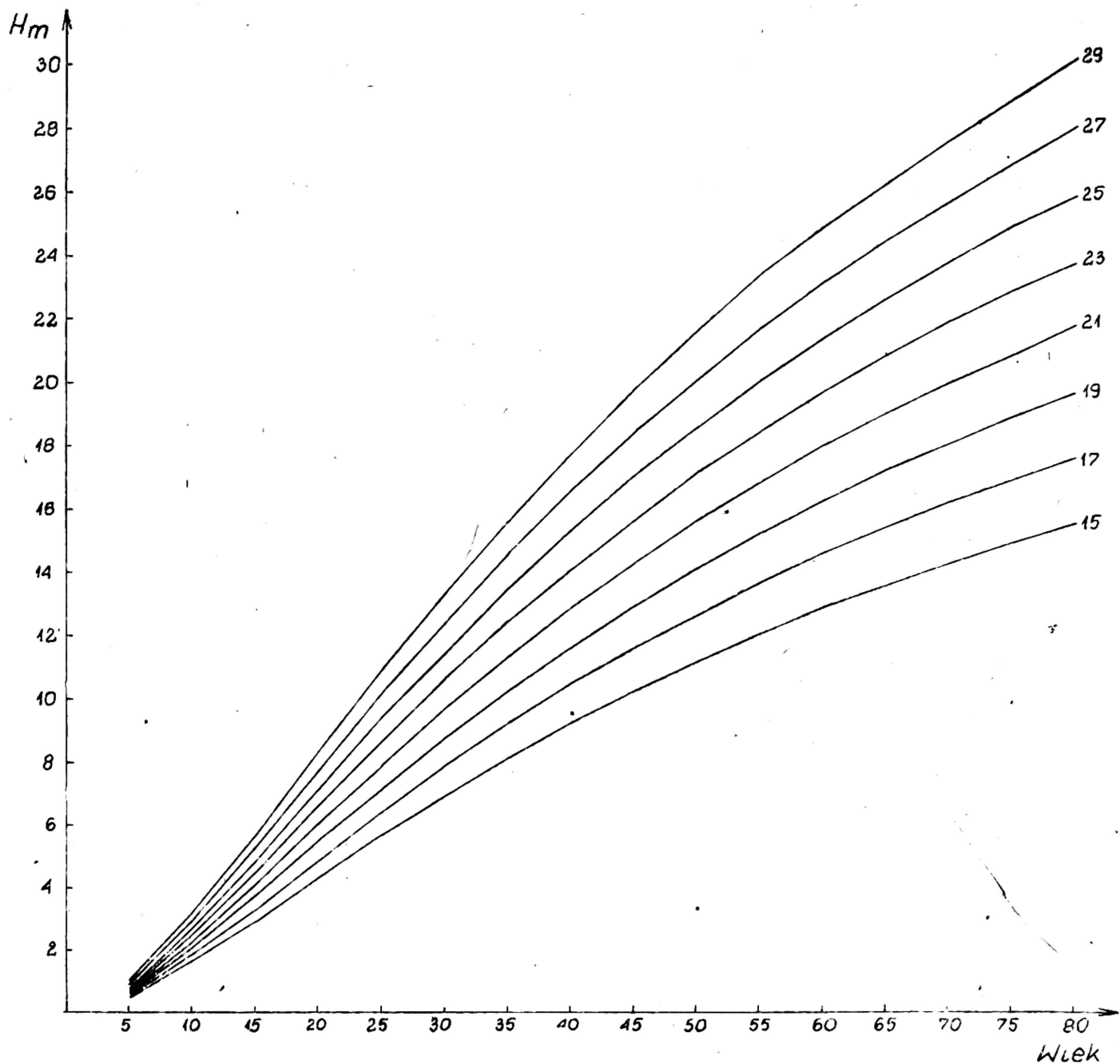


Ryc. 1. Przebieg wzrostu wysokości buka w drzewostanach sosnowych

Tabela 2

**Parametry a i b równań krzywych modelu wzrostu wysokości buka  
w drzewostanach sosnowych**

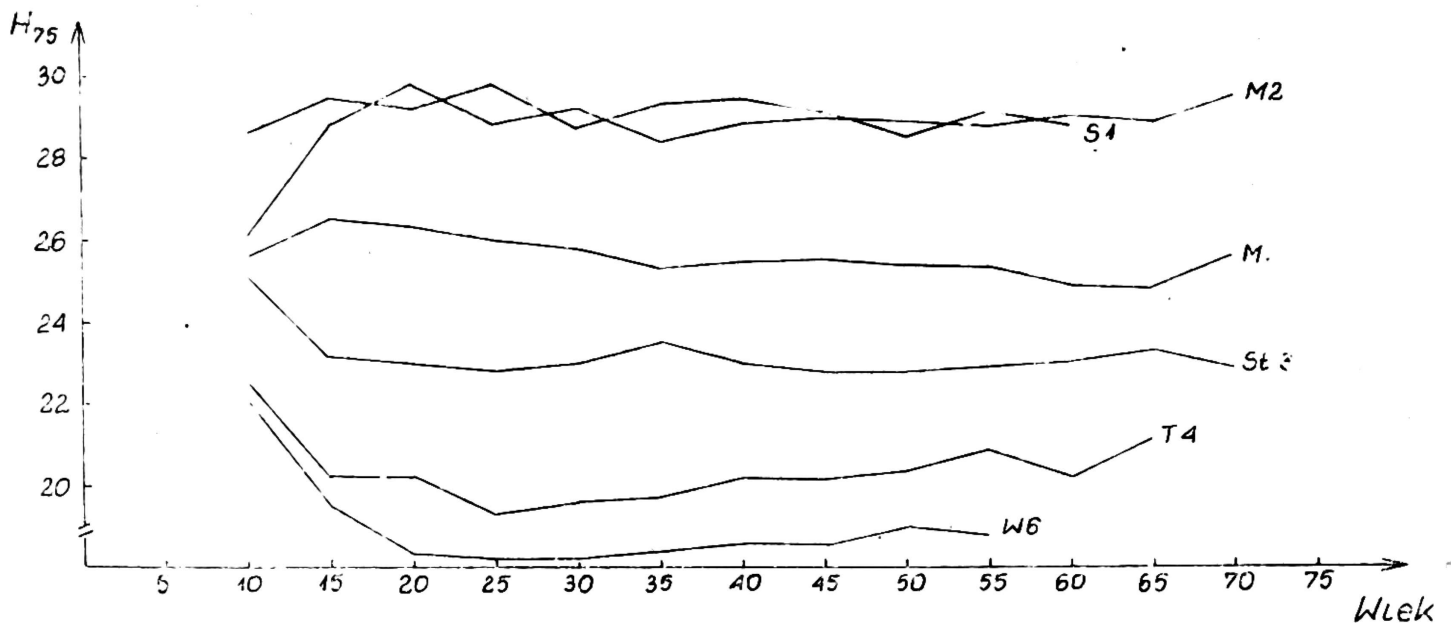
Nr krzywej wzrostu wysokości	a	b
15	6,0686	0,1773
17	5,7004	0,1665
19	5,3921	0,1575
21	5,1289	0,1498
23	4,9008	0,1432
25	4,7007	0,1373
27	4,5233	0,1321
29	4,3645	0,1275



Ryc. 2. Model wzrostu wysokości buka w drzewostanach sosnowych

#### 4. Porównanie wzrostu wysokości buka z modelem.

Dla każdego z badanych drzewostanów obliczono średnie wysokości 5 najwyższych buków uzyskiwane w kolejnych 5-letnich przedziałach wieku. Stosując równanie 4 obliczono tempo wzrostu wysokości z odstopniowaniem wieku co 5 lat. Model można uznać za prawidłowy wówczas, jeżeli wartość  $H_{75}$  nie ulega systematycznym zmianom wraz z wiekiem. Przeprowadzone w 29 drzewostanach porównania wykazały, że dla wieku 5 lat uzyskuje się duże wahania tempa wzrostu wysokości. Przy dalszym wzroście wieku tempo wykazuje niewielkie wahania. Przykładowo na ryc. 3 przedstawiono zmianę tempa wzrostu wysokości ( $H_{75}$ ) wraz z wiekiem buka w kilku drzewostanach. Wartość  $H_{75}$  ulega niewielkim zmianom wraz z wiekiem. W pozostałych drzewostanach przebieg ten jest podobny. Z przedstawionych danych wynika, że model dobrze charaktery-



Ryc. 3. Zmiana z wiekiem tempa wzrostu wysokości buka w drzewostanach sosnowych

zuje przebieg wzrostu wysokości buka drugiego piętra w drzewostanach sosnowych.

#### WNIOSKI

1. Wzrost wysokości buka występującego w dolnym piętrze drzewostanów sosnowych można ująć w schemat, którego matematycznym obrazem jest funkcja:

$$H = \frac{H_{75}}{29} \left( \frac{W}{4,3645 + 0,1275W} \right)^2$$

Równanie to pozwala na ustalenie tempa wzrostu wysokości ( $H_{75}$ ).

2. Ocenę tempa wzrostu wysokości można przeprowadzić opierając się na opracowanym modelu wzrostu wysokości. W tym celu należy określić przeciętny wiek i wysokość buka drugiego piętra w drzewostanach sosnowych.

3. Tempo wzrostu może być pomocne przy badaniu wpływu drzewostanu sosnowego na wzrost dolnego piętra.

Z Katedry Hodowli Lasu SGGW-AR  
w Warszawie

#### LITERATURA

1. Assmann E.: Nauka o produktywności lasu. Warszawa: PWRiL 1968.
2. Bernadzki E., Andrzejczyk T.: Wzrost i zasobność dwupiętrowych drzewostanów bukowo-sosnowych w lasach taborskich. Sylwan 1983 R. 127 nr 1.

3. Bruchwald A.: Zmiana z wiekiem wysokości górnej w drzewostanach sosnowych. Sylwan 1979 R. 123 nr 2.
4. Bruchwald A., Dudzińska T., Dudek A., Michalak K., Wróblewski L.: Wstępne wyniki badań nad produktywnością drzewostanów świerkowo-sosnowych północno-wschodniej Polski. Sylwan 1985 R. 129 nr 9.
5. Kramer H.: Die Oberhöhe als Bestandesmerkmal. Allg. Forst- u. Jagdztg. 1959 Jg. 130 H. 10.
6. Miś R.: Badania nad wydajnością drzewostanów mieszanych Bałtyckiej Krainy Przyrodniczo-Leśnej. Pr. Komis. Nauk Leś. Pozn. TPN 1970 T. 30.
7. Miś R.: Próba przedstawienia współzależności między wysokością, wiekiem i miąższością drzew w drzewostanach mieszanych za pomocą równań matematycznych. Fol. For. Pol., Ser. A. 1972 z. 19.
8. Żybuła H.: Tempo wzrostu wysokości odnowień podokapowych świerka w północno-wschodniej części Polski. Sylwan 1982 R. 126 nr 1, 2, 3.

Praca wpłynęła do Komitetu Redakcyjnego 25 października 1988 r.

### Краткое содержание

Эмпирический материал собран в 29 сосновых насаждениях с буком нижнем ярусе. Для каждого насаждения определено на основании 5 самых высоких буков ход роста по высоте. Потом была разработана следующая функция:

$$H = \frac{H_{75}}{29} \left( \frac{W}{4,3695 + 0,1275 W} \right)^2$$

служащая для определения темпа роста высоты ( $H_{75}$ ) в зависимости от возраста ( $W$ ) и высоты ( $H$ ). Проведение сравнения роста высоты бука с разработанной моделью показало, что хорошо отражает он ход роста высоты деревьев нижнего яруса. Темп роста высоты может помочь при исследовании влияния соснового насаждения на формирование условий роста нижнего яруса.

### Summary

The empirical material was collected in 29 pine stands with beech in lower storey. For every stand, one determined on the basis of 5 highest beech trees the run of the height growth. Then, one elaborated the following function

$$H = \frac{H_{75}}{29} \left( \frac{W}{4.3695 + 0.1275 W} \right)^2$$

used for determination of the rate of height growth ( $H_{75}$ ) in dependence on the age ( $W$ ) and height ( $H$ ). A comparison of the height growth in beech with the use of elaborated model proved that it well reflected the height growth of trees of the lower storey. The rate of the height growth can be instrumental in studying the influence of pine stand on the formation of growth conditions of the lower storey.