

Jolanta Wojnar, Beata Kasprzyk

Uniwersytet Rzeszowski

MODELOWANIE LOGITOWE I PROBITOWE W KWALIFIKACJI DOBROBYTU GOSPODARSTW DOMOWYCH

LOGIT AND PROBIT MODELS USED FOR IDENTIFICATION OF HOUSEHOLDS WELFARE

Słowa kluczowe: modele logitowe i probitowe, czynniki ubóstwa, prawdopodobieństwo nieubogi lub ubogi

Key words: logit and probit models, poverty factors, the probability of the poor household or not

Synopsis. Zaprezentowano modele logitowe i probitowe, które mogą być wykorzystywane do identyfikacji nieubogich i ubogich gospodarstw domowych w oparciu o wybrane czynniki społeczno-ekonomiczne.

Wstęp

Ubóstwem określa się sytuację, w której jednostka (osoba, rodzina, gospodarstwo domowe) nie dysponuje wystarczającymi środkami pozwalającymi na zaspokojenie jej potrzeb. Stanowi to, tzw. ekonomiczną definicję ubóstwa, która w praktyce jego pomiaru jest przyjmowana najczęściej [Panek 2007, Sen 1976, Kot 2000].

Wybór sposobu pojmowania ubóstwa (podejście absolutne oraz podejście relatywne, sposób obiektywny lub subiektywny) stanowi wstępny etap przy podejmowaniu decyzji co do sposobu jego pomiaru [Betti, Vema 2004, Ravallion, Chen 2003, Szukielojć-Bieńkuńska 2005]. Istotne jest także przyjęcie kryteriów identyfikacji ubóstwa (podejście klasyczne, w którym ocena poziomu zaspokajania potrzeb odbywa się wyłącznie przez przyzmat dochodów/wydatków oraz podejście wielowymiarowe, w którym przy identyfikacji uwzględnia się także czynniki pozadochodowe). Efektem tego są różne metody identyfikacji gospodarstw ubogich lub nieubogich.

Rozstrzygnięcie problemu ubogiej osoby lub gospodarstwa domowego następuje po uprzednim określeniu linii ubóstwa, czyli progowego poziomu granicznego dochodu, często ustalonego arbitralnie. W przypadku podejścia klasycznego, dla wyodrębnienia subpopulacji ubogich dysponując poziomem linii ubóstwa oraz dochodów można zidentyfikować osoby (gospodarstwa domowe) żyjące w tzw. sferze ubóstwa oraz następnie określić tę sferę w wymiarze zakresu oraz intensywności ubóstwa [Kurowski 2009ab].

Celem artykułu jest zaprezentowanie modelowania logitowego i probitowego, które może być wykorzystywane do określenia sytuacji ekonomicznej ludności, czyli identyfikacji ubogich lub nieubogich gospodarstw domowych na podstawie determinant, (cech) społeczno-demograficzne. Dysponując ekwiwalentnymi rozporządzalnymi dochodami gospodarstw domowych (porównywalnymi miernikami sytuacji materialnej wszystkich pojedynczych gospodarstw domowych) oraz granicą ubóstwa, można dokonać identyfikacji ubóstwa każdego gospodarstwa domowego (co stanowi zmienną zależną modeli), a następnie skoncentrować się na ocenie natężenia, dotkliwości i skuteczności wpływu tych cech.

Wybór znanych czynników wpływających na ryzyko popadnięcia w ubóstwo, tworzy wejściowy zbiór zmiennych niezależnych modeli. Przyjęto, że w modelowaniu zmienne objaśniające powinny charakteryzować uwarunkowania danego gospodarstwa domowego takie, jak: przynależność do grupy społeczno-ekonomicznej, wykształcenie głowy gospodarstwa, klasa miejscowości zamieszkania, liczba osób w gospodarstwie domowym, liczba dzieci w rodzinie, rodzina niepełna (tak/nie), wiek członków rodziny, posiadanie oszczędności (tak/nie), struktura wydatków i inne.

Procedury estymacji modeli logitowych i probitowych przeprowadzono na podstawie wyników próby empirycznej gospodarstw domowych na Podkarpaciu w 2008 r.

Teoria estymacji modeli dwumianowych

Modele probitowe i logitowe [Guzik i in. 2004, Zeliaś i in. 2002, Maddala 2006] nazywane również modelami dwumianowymi są wykorzystywane do opisu zmiennych jakościowych. W modelach dwumianowych rozważa się zmienne dychotomiczne, których wariantom przyporządkowuje się wartość 1 lub 0. Jeżeli y_i przyjmuje wartość 1 lub 0 (dla odpowiednich wariantów zmiennej jakościowej), gdzie i oznacza jednostkę ekonomiczną, to: $P(y_i=1)=p_i$, $P(y_i=0)=1-p_i$.

Prawdopodobieństwo jest funkcją wektora zmiennych objaśniających x_i oraz wektora parametrów β , co zapisać można jako: $p_i = P(y_i=1) = F(x_i^T \beta)$, dla $i=1, 2, \dots, n$.

F jest funkcją, która przekształca prawdopodobieństwo z przedziału $(0, 1)$, na cały zbiór liczb rzeczywistych. W zależności od typu funkcji F wyróżnia się kilka rodzajów modeli dwumianowych. Najczęściej stosowane są modele logitowe i probitowe.

W modelu logitowym prawdopodobieństwa p_i są dystrybuantą rozkładu logistycznego [Cramer 2004, Zeliaś 2003, Maddala 2006]:

$$p_i = F(x_i^T \beta) = \frac{1}{1 + \exp(-x_i^T \beta)} = \frac{\exp(x_i^T \beta)}{1 + \exp(x_i^T \beta)}$$

W modelu probitowym przyjmuje się, że prawdopodobieństwa p_i są wartościami dystrybuanty rozkładu normalnego standaryzowanego.

$$p_i = F(x_i^T \beta) = \int_{-\infty}^{x_i^T \beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

Parametry modeli są szacowane przy wykorzystaniu metody największej wiarygodności.

Poprawność oszacowanego modelu można sprawdzić wykorzystując test ilorazu wiarygodności służący do weryfikacji hipotezy zerowej dotyczącej modelu tylko z wyrazem wolnym (wszystkie parametry modelu poza wyrazem wolnym są równe zero). Statystyka testu wyrażona jest wzorem [Gruszczynski 2001, Batóg, Wawrzyniak 2005]:

$$\chi^2 = 2(\ln L_{UR} - \ln L_R)$$

gdzie:

L_{UR} – wartość funkcji wiarygodności dla modelu pełnego,

L_R – wartość funkcji wiarygodności dla modelu zredukowanego do wyrazu wolnego.

Jako miary dopasowania stosuje się również współczynnik determinacji R^2 McFaddena [1974] (oparty na wartości funkcji wiarygodności) wyrażony wzorem:

$$R^2 = 1 - \frac{\ln L_{UR}}{\ln L_R}$$

Inną miarą dopasowania modeli dwumianowych jest iloraz szans, obliczany jako stosunek iloczynu poprawnie sklasyfikowanych przypadków, do iloczynu przypadków sklasyfikowanych niepoprawnie:

$$IS = \frac{n_{11} \cdot n_{00}}{n_{01} \cdot n_{10}}$$

Odpowiednie liczebności n_{ij} określają ilość przypadków, dla których wartość rzeczywista zmiennej jakościowej wynosi i , a wartość teoretyczna j . Przekształcenie prawdopodobieństwa na zmienną dychotomiczną odbywa się według standardowej zasady prognozy [Gruszczynski 2001]: $\hat{y}_i = 1$ jeżeli $p_i > 0,5$ oraz $\hat{y}_i = 0$ jeżeli $p_i \leq 0,5$. Model dobrze sprawdza się w prognozowaniu, gdy $IS > 1$, co oznacza że klasyfikacja na podstawie modelu jest lepsza od przypadkowej.

Identyfikacja zbioru zmiennych

Modele logitowe i probitowe mogą być wykorzystywane do ścisłej identyfikacji nieubogich i ubogich gospodarstw domowych. W tym celu wykorzystano badania empiryczne, uzyskane drogą wywiadów indywidualnych, na losowej próbie gospodarstw domowych z województwa podkarpackiego przeprowadzone w IV 2008 r¹. Podstawową zmienną stanowiły ekwiwalentne miesięczne dochody roz-

¹ Reprezentatywność badanej próby losowej w stosunku do populacji generalnej uzyskano ze względu na skład osobowy gospodarstw domowych, uzyskując w miarę zadowalające wyniki.

porządkalne gospodarstw domowych, które umożliwiły następnie porównanie z bezwzględną granicą ubóstwa w Polsce. Ostateczną poprawną próbę ustalono na poziomie 373 gospodarstwa domowe².

Do kwalifikacji danego gospodarstwo domowego i jako ubogie lub nieubogie wykorzystano zmienną binarną Y_i , która jako zmienna zależna charakteryzowała kategorię gospodarstwa domowego: ubogie lub nieubogie, według dochodu przypadającego na 1 osobę w danym gospodarstwie. Zmienną Y zdefiniowano następująco:

$$y_i = \begin{cases} 0, & \text{jeżeli } i\text{-te gospodarstwo domowe jest ubogie} \\ 1, & \text{jeżeli } i\text{-te gospodarstwo domowe jest nieubogie} \end{cases}$$

Wartości zmiennej zależnej Y dla badanej próby uzyskano dokonując porównania zmiennych dotyczących dochodu przypadającego na 1 osobę oraz ustalonej arbitralnie linii ubóstwa z . Przyjęto, iż zmienna losowa $y_i=0$, gdy dochód na 1 osobę w gospodarstwie domowym jest mniejszy lub równy linii ubóstwa z (gospodarstwo jest ubogie), natomiast $y_i=1$, gdy dochód na 1 osobę w gospodarstwie domowym jest większy od linii ubóstwa z (gospodarstwo jest nieubogie)³.

Klasyfikacja na nieubogie i ubogie gospodarstwa domowe powinna być dokonana na podstawie czynników społeczno-ekonomicznych. Skonstruowano następnie znane czynniki wpływające na ryzyko popadnięcia w ubóstwo, co stworzyło listę potencjalnych zmiennych objaśniających. Zmienne miały najczęściej charakter jakościowy, głównie demograficzno-społeczny. Wejściowy zbiór zmiennych niezależnych stanowiły zmienne charakteryzujące uwarunkowania danego gospodarstwa domowego i , jak: przynależność do grupy społeczno-ekonomicznej, wykształcenie głowy gospodarstwa, klasa miejscowości zamieszkania, liczba osób w gospodarstwie domowym, liczba dzieci w rodzinie, rodzina niepełna (tak/nie), wiek członków rodziny, posiadanie oszczędności (tak/nie), struktura wydatków i inne. Po selekcji zmiennych objaśniających na podstawie macierzy współzależności wybrano zmienne znacząco skojarzone ze zmienną zależną Y_i , a w miarę słabo skorelowane ze sobą.

Zbiór zmiennych objaśniających modeli ograniczył się zatem do kilku podstawowych zmiennych, tj. oszczędności (zmienna dychotomiczna, 0 – gospodarstwo nie ma oszczędności, 1 – ma oszczędności), liczby osób dorosłych, liczby dzieci oraz wykształcenia głowy gospodarstwa domowego.

Wyniki oszacowań modeli logitowych i probitowych

Wyniki estymacji dla modelu logitowego i probitowego zawierającego wszystkie 4 zmienne niezależne przedstawiono w tabeli 1. Istotność parametrów statystycznych zweryfikowano na podstawie testu t -Studenta, przyjmując poziom istotności $\alpha=0,05$. Parametry oszacowanych mode-

Tabela 1. Wyniki estymacji modeli logitowego i probitowego dla gospodarstw domowych ogółem

Zmienne	Model probitowy					Model logitowy				
	ocena parametru	błąd szacunku	t-Studenta	wartość p	efekt krańcowy dla średnich	ocena parametru	błąd szacunku	t-Studenta	wartość p	efekt krańcowy dla średnich
Wyraz wolny	0,352	0,379	0,952	0,341		0,626	0,637	0,982	0,326	
Oszczędności (x_1)	0,704	0,179	3,934	0,000	0,215	1,303	0,323	4,033	0,000	0,223
Liczba dorosłych (x_2)	-0,565	0,079	-7,143	0,000	-0,186	-0,964	0,140	-6,869	0,000	-0,181
Liczba dzieci (x_3)	-0,433	0,084	-5,143	0,000	-0,142	-0,762	0,151	-5,030	0,000	-0,143
Wykształcenie (x_4)	0,617	0,109	5,664	0,000	0,202	1,045	0,191	5,464	0,000	0,196
	$\chi^2=154,72$, $gf=4$, $p=0,000$ Logarytm wiarygodności =161,198			R^2 MacFaddena =0,324 IS=11,293		$\chi^2=154,596$, $gf=4$, $p=0,000$ Logarytm wiarygodności =161,2603			R^2 MacFaddena =0,324 IS=11,293	

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu Statistica i Gretl.

² Liczebność ogółem wyniosła 1270 osób (968 dorosłych osób i 302 dzieci).

³ Jako linię ubóstwa z przyjęto wielkość minimum socjalnego, wyznaczoną dla określonych typów gospodarstw domowych przez IPiSS w Polsce. Przyjęto wartość średnioroczną na 2008 r. [Kurowski 2009ab, Rocznik Demograficzny 2007, www.ipiss.com.pl].

li okazały się statystycznie istotne na poziomie $p < 0,005$, zatem zmienne oszczędności, liczba dorosłych, liczba dzieci i wykształcenie mają statystycznie istotny wpływ na poziom wpadnięcia w sferę niedostatku (ubóstwa) gospodarstwa domowego. Nieistotny okazał się tylko wyraz wolny, zarówno dla modelu probitowego ($p = 0,341$), jak i modelu logitowego ($p = 0,326$). W przypadku obu modeli szacunki parametrów dla zmiennych liczba dorosłych i liczba dzieci są ujemne, co oznacza że wzrost wartości tych zmiennych powoduje zmniejszenie się prawdopodobieństwa sklasyfikowania gospodarstwa do grupy gospodarstw nieubogich. Zmienne – posiadanie oszczędności i wykształcenie wpływają dodatnio na sklasyfikowanie gospodarstwa domowego do grupy gospodarstw nieubogich.

Wyniki estymacji potwierdzają podobieństwo modelu probitowego i logitowego. Efekty krańcowe obliczone dla średnich wartości zmiennych objaśniających x_1, x_2, x_3 i x_4 są prawie identyczne. W modelu logitowym otrzymano odpowiednio wartości: 0,223, -0,181, -0,143 oraz 0,196, natomiast w modelu probitowym odpowiednio: 0,215, -0,186, -0,142 i 0,202. Z analizy porównawczej wynika, że zarówno w modelu probitowym jak i logitowym na prawdopodobieństwo sukcesu najsilniej wpływa zmienna oszczędności (x_1). Wartość efektu krańcowego dla tej zmiennej wynosi 0,215 (w modelu probitowym) i 0,223 (w modelu logitowym), co oznacza, że posiadanie oszczędności zwiększa prawdopodobieństwo sukcesu, czyli uniknięcia stanu ubóstwa o 0,215 (0,223), natomiast powiększenie gospodarstwa domowego (rodziny) o jedną osobę powoduje, że prawdopodobieństwo sklasyfikowania gospodarstwa do grupy gospodarstw, których nie dotyczy problem ubóstwa maleje o 0,186 (0,181).

W ostatnim wierszu tabeli 1 zamieszczono wartości statystyki testu ilorazu wiarygodności oraz wartości ilorazów szans. Dla obu modeli statystyki χ^2 świadczą o tym, że na poziomie istotności $p = 0,05$ należy odrzucić hipotezę zerową, mówiącą o łącznej nieistotności parametrów modeli. Wartość R^2 MacFaddena w obu modelach jest identyczna i stosunkowo niska, tj. 0,324. Nie świadczy to jednak o złym dopasowaniu modeli, ponieważ w modelach prawdopodobieństwa wartość tej miary jest z reguły niska⁴.

Klasyfikacja indywidualnych przypadków (identyczna dla modeli logitowych i probitowych) wskazała na liczbę i frakcję poprawnie i niepoprawnie sklasyfikowanych gospodarstw⁵. Liczba przypadków poprawnej predykcji wyniosła 294, co stanowiło 78,8% całej zbiorowości badanych gospodarstw domowych. Wysoka wartość ilorazu trafień 11,293 oznacza, że klasyfikacja jest o wiele lepsza od tej, którą można by otrzymać przez klasyfikację całkowicie przypadkową.

Na podstawie otrzymanych modeli można dokonać oszacowań prawdopodobieństwa faktu, iż dane gospodarstwo domowe zostanie sklasyfikowane jako nieubogie, według cech społeczno-demograficznych, określonych w modelowaniu.

Przykładowo, prawdopodobieństwo tego, że gospodarstwo domowe mające oszczędności ($x_1=1$), składające się z 2 osób dorosłych ($x_2=2$) i dwójki dzieci ($x_3=2$) oraz głowy gospodarstwa domowego wyższym wykształceniem ($x_4=4$) zostanie zakwalifikowane jako nieubogie (osiąga normalny poziom dobrobytu materialnego) wynosi: 0,934516 na podstawie modelu logitowego i 0,936664 w przypadku modelu probitowego. Jeżeli rozważymy gospodarstwo, w którym liczba dzieci jest o jeden większa ($x_3=3$), zaś pozostałe parametry nie ulegną zmianie, prawdopodobieństwo klasyfikacji jako nieubogie maleje już do 0,604164 (według modelu logitowego) lub 0,628986 (według modelu probitowego).

Za kryterium podziału gospodarstw domowych i czynnik różnicujący zmienną zależną Y przyjęto miejsce zamieszkania z podziałem na wieś i miasto. Wyniki tej estymacji modeli przedstawiono w tabeli 2.

Na podstawie wyników dotyczących parametrów zestawionych modeli należy stwierdzić, że w przypadku gospodarstw miejskich zmienną najsilniej determinującą prawdopodobieństwa sklasyfikowania do grupy gospodarstw nieubogich jest wykształcenie. Zmienna ta w obu modelach ma większe wartości parametrów oraz większe wartości efektów krańcowych, określających wzrost prawdopodobieństwa na jednostkę wzrostu wykształcenia (tj np. z średniego na wyższe). Kolejną zmienną dodatnio wpływającą na wzrost prawdopodobieństwa zakwalifikowania do kategorii gospodarstw nieubogich jest fakt posiadania oszczędności.

Odwrotna sytuacja ma miejsce w przypadku gospodarstw znajdujące się na wsi. W tych gospodarstwach czynnikiem najmocniej zwiększającym szanse klasyfikacji do grupy nieubogich (o poprawnym poziomie dobrobytu ekonomicznego) jest posiadanie oszczędności. Poziom wykształcenia okazał się czynnikiem najmniej istotnym.

⁴ Można wykazać, że przy dużych próbach, gdy prawdopodobieństwa p_i nie mają wartości ekstremalnych (np. są w przedziale od 0,2 do 0,8), R^2 ma wartość ograniczoną do przedziału wartości małych, bliskich zeru, a model może być całkiem poprawny, mimo że wartość współczynnika determinacji jest niewielka [Cox 1992].

⁵ Udział przypadków z trafnymi prognozami ($n_{11} + n_{00}$) w łącznej licznie obserwacji (n), to miara trafności prognoz *ex post*, a zarazem miara jakości dopasowania modelu. Liczbę tę nazywa się zliczeniowym R^2 [Maddala 2006].

Tabela 2. Wyniki estymacji modeli logitowych i probitowych dla gospodarstw domowych według miejsca zamieszkania gospodarstwa domowego

Zmienne	Gospodarstwa miejskie n=186																			
	Model probitowy					Model logitowy														
	ocena parametru	błąd szacunku	t-Studenta	wartość p	efekt krańcowy dla średnich	ocena parametru	błąd szacunku	t-Studenta	wartość p	efekt krańcowy dla średnich										
Wyraz wolny	-0,062	0,706	-0,088	0,930		-0,072	1,123	-0,056	0,955											
Oszczędności (x_1)	0,644	0,262	2,459	0,015	0,143	1,288	0,490	2,629	0,009	0,143										
Liczba dorosłych (x_2)	-0,507	0,131	-3,864	0,000	-0,118	-0,906	0,243	-3,732	0,000	-0,106										
Liczba dzieci (x_3)	-0,487	0,134	-3,630	0,000	-0,113	-0,860	0,242	-3,548	0,000	-0,100										
Wykształcenie (x_4)	0,737	0,185	3,989	0,000	0,171	1,285	0,338	3,802	0,000	0,150										
	$\chi^2=63,669$, gf=4, p=0,000 Logarytm wiarygodności =68,735					R^2 MacFaddena =0,316 IS=18,076					$\chi^2=64,193$, gf=4, p=0,000 Logarytm wiarygodności =68,474					R^2 MacFaddena =0,319 IS=18,076				
Zmienne	Gospodarstwa wiejskie n=187																			
	Model probitowy					Model logitowy														
	ocena parametru	błąd szacunku	t-Studenta	wartość p	efekt krańcowy dla średnich	ocena parametru	błąd szacunku	t-Studenta	wartość p	efekt krańcowy dla średnich										
Wyraz wolny	0,601	0,448	1,341	0,179		1,018	0,754	1,348	0,179											
Oszczędności (x_1)	0,757	0,250	3,030	0,002	0,277	1,311	0,437	3,003	0,003	0,290										
Liczba dorosłych (x_2)	-0,585	0,103	-5,690	0,000	-0,228	-0,964	0,178	-5,411	0,000	-0,232										
Liczba dzieci (x_3)	-0,367	0,109	-3,355	0,001	-0,142	-0,939	0,195	-3,286	0,001	-0,154										
Wykształcenie (x_4)	0,398	0,105	3,315	0,001	0,194	0,820	0,255	3,220	0,001	0,198										
	$\chi^2=73,950$, gf=4, p=0,000 Logarytm wiarygodności =91,462					R^2 MacFaddena =0,288 IS=9,163					$\chi^2=73,306$, gf=4, p=0,000 Logarytm wiarygodności =91,784					R^2 MacFaddena =0,285 IS=9,163				

Źródło: jak w tab. 1.

W estymowanych modelach dla obu grup gospodarstw, zarówno liczba osób w gospodarstwie, jak również liczba dzieci wpływa na zmniejszenie prawdopodobieństwa sklasyfikowania do grupy gospodarstw nieubogich. Można jednak zaobserwować, że w gospodarstwach miejskich ta odwrotnie proporcjonalna zależność pomiędzy liczbą posiadanych dzieci a prawdopodobieństwem jest zdecydowanie wyraźniejsza.

Zgodność oszacowanych modeli z rzeczywistością jest wyższa w odniesieniu do grupy gospodarstw miejskich niż wiejskich. Zarówno model probitowy, jak i logitowy oszacowany na podstawie danych charakteryzujących gospodarstwa miejskie ma wyższą wartość współczynnika R^2 MacFaddena, jak również wyższą wartość ilorazu szans (18,076), co wskazuje na bardzo dobrą klasyfikację. Liczba przypadków poprawnej predykcji w grupie gospodarstw miejskich wynosi 156, co stanowi 83,9% całej zbiorowości, zaś w odniesieniu do grupy gospodarstw wiejskich modele poprawnie klasyfikują 141 przypadków, tj. 75,4% ogółu zbiorowości.

Podsumowanie

Modele dwumianowe okazały się przydatnym narzędziem do identyfikacji i klasyfikacji gospodarstw domowych w wymiarze poziomu materialnego na podstawie jakościowych czynników społeczno-ekonomicznych. Zastosowanie tych modeli na podstawie danych empirycznych badanej próby losowej pozwoliło stwierdzić, że nie wszystkie cechy społeczno-demograficzne określają prawdopodobieństwo klasyfikacji gospodarstwa jako ubogie/nieubogie. W modelach nieistotne okazały się zmienne: przynależność gospodarstwa do grupy społeczno-ekonomicznej, struktura wydatków i dochody na 1 osobę.

Oszacowane modele probitowe i logitowe dały zadowalające rezultaty w przypadku diagnozowania gospodarstw do kategorii ubogie i nieubogie przez istotne zmienne, jakimi są: posiadanie oszczędności, liczba członków gospodarstwa, liczba dzieci i wykształcenie głowy gospodarstwa. Najbardziej istotną determinantą wpadnięcia lub wypadnięcia z ubóstwa dla danego gospodarstwa domowego jest poziom wykształcenia. Wzrost poziomu wykształcenia bardzo znacząco powoduje spadek gospodarstw ubogich. Czynniki demograficzne (liczba osób i dzieci w gospodarstwie) powodują wzrost prawdopodobieństwa bycia ubogim.

Analiza porównawcza wyników estymacyjnych modeli probitowych i logitowych wskazuje na podobieństwo wyników, zatem przyjęcie dowolnego z tych modeli pozwala na wyciągnięcie identycznych wniosków, co do materii badanego zjawiska.

Literatura

- Batóg B., Wawrzyniak K.** 2005: Modele probitowe i logitowe jako podstawa systemu diagnoz na przykładzie sektorów warszawskiej giełdy papierów wartościowych. *Prace naukowe KEiS, US*, nr 16, s. 33.
- Betti G., Verma V.** 2004: A methodology for the study of multi-dimensional aspects of poverty and deprivation. proceedings. IAOS-IASS Joint Conference. Invited Paper Section, Amman.
- Cox D.R., Wermuth N.** 1992: A comment on the coefficient of determination for binary responses. *The American Statistician*, vol. 46.
- Cramer J.S.** 2004: The early origins of the logit model. *Studies in History and Philosophy of Biological and Biomedical Sciences*, nr 35.
- Gruszczyński M.** 2001: Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i bankowości. *Monografie i Opracowania*, nr 490, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- Guzik B., Appenzeller D., Jurek D.** 2004: Prognozowanie i symulacje. Wyd. AE, Poznań, s. 176.
- Kot S. M.** 2000: Ekonometryczne modele dobrobytu. PWN, Warszawa.
- Kurowski P.** 2009: Badania nad poziomem i strukturą zmodyfikowanego minimum socjalnego w 2008 r., IPiSS, Warszawa.
- Kurowski P.** 2009: Wysokość i struktura minimum egzystencji w 2008r. Informacja sygnałna IPiSS. [www.ipiss.com.pl].
- Maddala G.S.** 2006: Ekonometria. PWN, Warszawa.
- McFadden D.** 1974: The measurement of urban travel demand. *Journal of Public Economics*, vol 3, s. 303-328.
- Panek T.** 2007: Ubóstwo i nierówność. [W:] *Statystyka Społeczna* (red. T. Panek). PWE, Warszawa.
- Ravallion M., Chen S.** 2003: Measuring pro-poor growth. *Economics Letters*, vol. 78, nr 1.
- Rocznik Demograficzny 2007. 2009: [www.ipiss.com.pl/opracowania_min.html]. Badania nad poziomem i strukturą zmodyfikowanego minimum socjalnego w 2008 r.
- Sen A.K.** 1976: Poverty: An ordinal approach to measurement. *Econometrica*, vol. 44.
- Sytuacja gospodarstw domowych w świetle wyników badań budżetów gospodarstw domowych. Informacja sygnałna. GUS, Warszawa. [www.stat.gov.pl].
- Szukielój-Bieñkuńska A.** 2005: Miary ubóstwa i wykluczenia społecznego w praktyce i propozycjach Eurostatu. [W:] *Ubóstwo i wykluczenie społeczne. Badania. Metody. Wyniki* (red. S. Golimowska, E. Tarkowska, J. Kopińska). Instytut Pracy i Spraw Socjalnych, Warszawa.
- Zeliaś A., Pawelek B., Wanat S.** 2003: Prognozowanie ekonomiczne. PWN, Warszawa, s. 310.

Summary

The aim of this article is to present the income poverty of households using the logit and probit models. In the measurement of poverty very important is the establishment which share of persons lives with income below poverty threshold. The logit and probit functions are very useful models to identify the poor/not poor households. Using the empirical data was obtained a good qualification results. In these models the determined family factors which qualify the family as poor or not poor are: savings, the number of persons and number of children in the family. Especially the higher level of education gave the big influence to the decrease of the poverty. The demographic factors indicated the increase of the probability to be the poor family. The estimation of the probit and logit models gives the same comparable results.

Adres do korespondencji:

dr inż. Jolanta Wojnar, dr Beata Kasprzyk
 Uniwersytet Rzeszowski
 Zakład Metod Ilościowych
 ul. M. Ćwiklińskiej 2, 35-601 Rzeszów
 tel. (17) 872 17 43, (17) 872 16 21
 e-mail: jwojnar@univ.rzeszow.pl, kasprzykbeata15@gmail.com