

Szacowanie rozmiarów szarej strefy w Polsce

Anna Czapkiewicz^a, Katarzyna Brzozowska-Rup^b

Streszczenie. Szara gospodarka jako zjawisko wielowymiarowe budzi kontrowersje oraz przysparza badaczom licznych problemów. Ze względu na to, że podmioty gospodarcze działające w gospodarce nieobserwowanej (ukrytej) dążą do pozostawiania poza systemami ewidencjonowania, niemożliwy jest bezpośredni pomiar rozmiaru tego zjawiska. Celem artykułu jest przedstawienie rezultatów szacowania rozmiarów szarej strefy w Polsce na podstawie zidentyfikowanych rozbieżności między PKB w ujęciu produkcyjnym a PKB w ujęciu wydatkowym. Zaproponowano autorskie podejście, oparte na idei metod rezidualnych. W badaniu wyznaczono dwa modele opisujące zależności pomiędzy przyrostami PKB a przyrostami wskaźników wykorzystywanych w wymienionych definicyjnych ujęciach PKB. Zidentyfikowane rozbieżności między PKB w ujęciu produkcyjnym a PKB w ujęciu wydatkowym posłużyły do oszacowania rozmiaru szarej gospodarki w Polsce, wyrażonej w postaci udziału w PKB. Analizę przeprowadzono na podstawie danych panelowych z Banku Danych Lokalnych GUS dotyczących wartości wybranych wskaźników makroekonomicznych mierzonych w skali województw za lata 2000–2017.

Uzyskane wyniki są zbliżone do oszacowań rozmiaru szarej strefy podawanych przez GUS oraz EY, a częściowo także przez United Nations Global Compact. Zaprezentowana w artykule analiza stanowi część badań prowadzonych w Ośrodku Badań Gospodarki Nieobserwowanej w Urzędzie Statystycznym w Kielcach w ramach doskonalenia metodologii stosowanej przez statystykę publiczną w Polsce.

Słowa kluczowe: gospodarka nieobserwowana, szara strefa, metody badania szarej gospodarki, dane panelowe, PKB, metoda produkcyjna, metoda wydatkowa

JEL: C10, C51, E26, O17

Estimating the size of the shadow economy in Poland

Abstract. The shadow economy, as an interdisciplinary phenomenon, generates many controversies and difficulties for researchers. Economic entities operating within the non-observed (hidden) economy strive to escape official records, therefore a direct estimation of the extent of the phenomenon remains unobtainable. The aim of this article is to present the results of the estimation of the size of the shadow economy in Poland on the basis of the differences between GDP calculated according to the ‘production’ and the ‘expenditure’ approaches. The authors propose an original technique based on the idea of residual methods. In the course of

^a Urząd Statystyczny w Kielcach, Ośrodek Badań Gospodarki Nieobserwowanej; Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Zarządzania / Statistical Office in Kielce, Centre for Non-observed Economy Studies (OGN); AGH University of Science and Technology, Faculty of Management.
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6144-8381>.

^b Urząd Statystyczny w Kielcach, Ośrodek Badań Gospodarki Nieobserwowanej; Politechnika Świętokrzyska w Kielcach, Wydział Zarządzania i Modelowania Komputerowego / Statistical Office in Kielce, Centre for Non-observed Economy Studies (OGN); Kielce University of Technology, Faculty of Management and Computer Modelling. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1231-8027>. Autor korespondencyjny / Corresponding author, e-mail: k.brzozowska-rup@stat.gov.pl.

the study, two models describing the dependencies between the growth of GDP and the growth of indicators used in the in the above-mentioned approaches to GDP calculation were established. The identified differences between the value of this measure calculated according to the production and expenditure approaches were used for the estimation of the size of the shadow economy in Poland, presented as a share in GDP. The analysis was carried out on the basis of panel data reflecting the values of selected macroeconomic indicators measured on the voivodship scale in the years 2000–2017, drawn from the Local Data Bank of Statistics Poland. The obtained results resemble to a large extent the estimates of the shadow economy by Statistics Poland and EY, and also partly that by United Nations Global Compact. The analysis presented in the paper is part of the research conducted by the Centre for Non-Observed Economy Studies (OGN) at the Statistical Office in Kielce, whose aim is to improve the methodology currently used by official statistics in Poland.

Keywords: non-observed economy, shadow economy, methods of researching the shadow economy, panel data, production approach to GDP, expenditure approach to GDP

1. Wprowadzenie

Szara strefa jest zjawiskiem odnoszącym się do wszelkich zarejestrowanych działalności produkcyjnych przyczyniających się do wzrostu obserwowalnego PKB, które z różnych przyczyn nie są ujmowane przez podstawowe dane statystyczne. Szacowanie rozmiaru szarej strefy jest niezwykle istotne zarówno ze względu na konieczność uwzględnienia jej w systemie rachunków narodowych¹, jak i w perspektywie rozwoju społeczno-gospodarczego.

W literaturze przedmiotu funkcjonuje wiele określeń odnoszących się do zjawiska szarej strefy, takich jak gospodarka nieformalna, nieobserwowana lub ukryta (Cichocki, 2006; Feige, 1997; Schneider i Enste, 2000). Jednak zgodnie z definicją sformułowaną przez Komisję Europejską (ESA, 2010) gospodarka nieobserwowana ma znacznie szerszy zasięg (OECD, 2002, *Annex 2*, s. 215) i obejmuje:

- gospodarkę nielegalną, która dotyczy tworzenia dóbr i świadczenia usług zakazanych w danym kraju, gdzie obie strony są dobrowolnymi partnerami transakcji gospodarczej (produkcja narkotyków, przemyt, np. tytoniu, czy sutenerstwo);
- działalność w szarej strefie zdefiniowaną zgodnie z wytycznymi Eurostatu (ESA, 2010) jako działania produkcyjne w sensie ekonomicznym, całkowicie legalne pod względem spełniania norm i regulacji prawnych, ale ukrywane przed władzami publicznymi;
- gospodarkę sektora nieformalnego, która polega na pracy poza rejestracją i działalnością na małą skalę, gdzie stosunek pracy zachodzi głównie na podstawie osobistych relacji, a nie umów prawnych;

¹ Kraje powinny dążyć do kompletności szacunków PKB i PNB. Reguły i normy pomiaru efektów działalności gospodarczej w krajach o gospodarce rynkowej opracowano zgodnie z zaleceniami Europejskiego Systemu Rachunków Narodowych ESA 2010 wynikającymi z wytycznych ONZ, tj. z Systemu Rachunków Narodowych SNA-93 oraz SNA 2008 (System of National Accounts).

- działalność gospodarstw domowych na własny użytek, która służy zaspokojeniu potrzeb członków gospodarstwa domowego;
- niezgłoszoną działalność produkcyjną – nieujęta w wyniku braków w programie zbierania podstawowych danych statystycznych.

Warto podkreślić, że gospodarka nieobserwowana obejmuje niezgłoszone legalne i nielegalne transakcje (zarówno podmiotów zarejestrowanych, jak i niezarejestrowanych). Natomiast szara strefa odnosi się do działań produkcyjnych w sensie ekonomicznym, które są całkowicie legalne (pod względem spełniania norm i regulacji prawnych), ale ukrywane przed władzami publicznymi z chęci uniknięcia:

- płacenia podatku dochodowego, podatku od wartości dodanej (VAT) i pozostałych podatków;
- płacenia składek na ubezpieczenie społeczne;
- stosowania wymogów prawa, takich jak płaca minimalna, maksymalny czas pracy czy warunki bezpieczeństwa pracy;
- stosowania procedur administracyjnych, takich jak wypełnianie kwestionariuszy statystycznych i innych formularzy.

Tego rodzaju nadużyciom sprzyjają niejasne przepisy dotyczące zakładania i prowadzenia działalności gospodarczej, niedoskonały państwowy aparat kontrolny – niska skuteczność identyfikacji nieprawidłowości, korupcja, a także przyzwolenie społeczne na unikanie płacenia podatków czy składek na świadczenia socjalne oraz ukrywanie wynagrodzeń (Fundowicz i in., 2019, 2020; Malczewska, 2019). Istotą szarej strefy są zatem m.in. ukrywanie części dochodu w celu uniknięcia opodatkowania, zatrudnianie pracowników „na czarno” czy rejestrowanie się pracujących na własny rachunek jako bezrobotnych (Główny Urząd Statystyczny [GUS], 2014; Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2002).

Do dziedzin gospodarki najbardziej narażonych na rozwój szarej strefy zalicza się: handel, usługi budowlane, turystykę, obrót paliwami ciekłymi, sektor zakładów wzajemnych i gier hazardowych, samozatrudnienie oraz prace domowe (Global Compact Network Poland, 2015/2016).

Z przeglądu literatury wynika, że istnienie szarej strefy ma niejednoznaczny związek ze wzrostem gospodarczym (Cichocki, 2006; Dymarski, 2016; Malczewska, 2019). Pracujący w szarej strefie odnoszą korzyści finansowe, dzięki czemu zwiększa się wpływ z produkcji oraz rozmiar konsumpcji. Korzyści te mają jednak charakter krótkotrwały, ponieważ są uzyskiwane kosztem pozostawania poza systemem zabezpieczenia społecznego. Długotrwałe funkcjonowanie podmiotów gospodarczych w szarej strefie prowadzi do zachowań patologicznych i zachwiania konkurencyjności przedsiębiorstw, jak również destrukcji życia społecznego i gospodarczego (Smuga, 2005).

Celem artykułu jest przedstawienie rezultatów szacowania rozmiarów szarej strefy w Polsce na podstawie zidentyfikowanych rozbieżności między PKB w ujęciu pro-

dukcyjnym a PKB w ujęciu wydatkowym. Analizą objęto dane przestrzenno-czasowe opisujące wartości wybranych wskaźników makroekonomicznych mierzonych w skali województw za lata 2000–2017.

2. Przegląd wybranych metod szacowania szarej strefy

W literaturze przedmiotu podkreśla się (m.in. Cichocki, 2006; Malczewska, 2019; Mróz, 2002), że problemem badania szarej strefy jest możliwość występowania tego zjawiska w zasadzie w każdej dziedzinie, wskutek czego funkcjonuje duża liczba synonimów oraz definicji służących do określenia go. Jednak w praktyce największą trudność stanowi ilościowe oszacowanie szarej strefy nawet po ustaleniu definicji, która pozwala na zmierzenie skali zjawiska.

Metody pomiaru szarej strefy najogólniej można podzielić na bezpośrednie i pośrednie. Do pierwszej grupy należą wszelkie badania ankietowe. Druga grupa sprowadza się do analizy danych makroekonomicznych, a jej zaletą jest niewystępowanie wad typowych dla badań ankietowych (np. subiektywizmu ocen przedsiębiorców bezpośrednio zaangażowanych w szarą gospodarkę, ograniczeń wynikających z doboru i liczebności próby itp.).

Do najczęściej wykorzystywanych metod pośrednich należą:

1. model wielu wskaźników i wielu przyczyn typu MIMIC i DYIMIMIC (Jöreskog i Sörbom, 1993), zaliczający się do klasy modeli strukturalnych, które umożliwiają określenie relacji pomiędzy endogeniczną zmienną nieobserwowalną (np. szarą strefą) a zmiennymi obserwowalnymi stanowiącymi potencjalne przyczyny występowania badanego zjawiska (w przypadku uczestnictwa w szarej strefie np. rzeczywistym i postrzeganym obciążeniem podatkowym, ciężarem regulacji – łatwością zakładania i prowadzenia działalności gospodarczej, bezrobociem rejestrowanym, płacą minimalną czy wskaźnikiem skuteczności wymiaru sprawiedliwości) oraz obserwowalnymi skutkami występowania zmiennej nieobserwowalnej. Możliwość uwzględnienia wielu potencjalnych przyczyn oraz efektów istnienia szarej strefy jest niewątpliwą zaletą tej metody, jednak w literaturze przedmiotu (Breusch, 2005; Dybka i in., 2019; Trebicka, 2014) podkreśla się jej ograniczenia. Dotyczą one w szczególności subiektywizmu w doborze zmiennych oraz przyjmowanych założeń o relacji między zmiennymi, czego skutkiem jest niestabilność oszacowań, oraz tego, że wynikiem zastosowania tej metody jest informacja o względnych zmianach wielkości szarej strefy, a oszacowanie jej wartości wymaga dodatkowej techniki wyznaczenia punktów odniesienia (wielkości bazowej) rozmiaru szarej strefy (np. na podstawie metody popytu na pieniądź);
2. podejście transakcyjne, polegające na badaniu popytu na waluty (ang. *currency demand analysis* – CDA), koncentrujące się na analizie ilości gotówki w obiegu.

Idea tej metody wywodzi się z założenia, że większość niezarejestrowanych transakcji jest dokonywana w formie płatności gotówkowych, aby nie pozostawiać śladów dla władz (Dybka i in., 2019; Feige, 1997; Gutmann, 1977; Schneider i Enste, 2000; Tanzi, 1980, 1983). Zastosowanie tego podejścia wymaga znajomości wartości dodanej i zasobów pieniądza w gospodarce, jak również rozmiaru samej szarej gospodarki w ustalonym okresie bazowym. Szczegółowe informacje dotyczące metod monetarnych, wraz z ich zaletami i wadami, można znaleźć w podręczniku OECD (2002) na temat pomiaru gospodarki nieobserwowanej;

3. metody rezydualne – w tym przypadku rozmiar szarej strefy szacowany jest na podstawie rozbieżności² pomiędzy deklarowanym a rzeczywistym stanem gospodarki wyrażanej za pomocą wybranych wskaźników, np. rozbieżności pomiędzy:
 - oficjalną a rzeczywistą siłą roboczą mierzonymi za pomocą oficjalnego i faktycznego zatrudnienia lub aktywności nierejestrowanej (Schneider i Enste, 2000);
 - wartością PKB mierzonego w ujęciu dochodów i w ujęciu wydatków (Madzarevic-Sujster i Mikulic, 2002, za: Cichocki, 2006);
 - dochodami a wydatkami, gdzie wychodzi się z założenia, że poziom uzyskiwanych dochodów ma odzwierciedlenie w wydatkach (Frey i Pommerehne, 1984; Frey i Weck-Hanneman, 1984);
4. metoda tzw. fizycznego wkładu, oparta na bilansach zużycia energii elektrycznej (ang. *electricity consumption method*) (Lackó, 1999, 2000), ponieważ zużycie energii elektrycznej jest szczególnym wskaźnikiem ogólnej aktywności gospodarczej – element tej metody stanowi konstrukcja miernika aktywności gospodarczej (Dymarski, 2016);
5. metody delfickie – wykorzystujące opinie i oceny ekspertów.

Szczegółowy przegląd bezpośrednich i pośrednich metod wykorzystywanych do szacowania szarej strefy można znaleźć m.in. w pracach: Adaira (2021), Błasiaka (2018), Cichockiego (2006), Dybki i in. (2019), Dymarskiego (2016), Fundowicza i in. (2019, 2020), Grzegorzewskiej-Mischki i Wyrzykowskiego (2015), Malczewskiej (2019), Mediny i Schneidera (2018), Mroza (2002), Schneidera (2005), Schneidera i Buehna (2016), Schneidera i Dell'Anno (2005), Schneidera i Enstego (2000). Warto zwrócić uwagę na pierwsze polskie badania szarej strefy prowadzone w ZBSE GUS i PAN przez zespół pod kierunkiem Zienkowskiego (Rajewski i Zienkowski, 1995; Zienkowski, 1996).

Pomimo wielu prac prowadzonych przez krajowe urzędy statystyczne oraz ośrodki naukowe problem opracowania niepodważalnej metody szacunku szarej strefy,

² Problem estymacji wielkości szarej strefy na podstawie rozbieżności między wybranymi wskaźnikami ekonomicznymi (np. siły roboczej albo PKB) polega na tym, że różnice te mogą oprócz istnienia szarej strefy obejmować również inne przyczyny (Cichocki, 2006; Malczewska, 2019).

akceptowanej przez wszystkie środowiska zajmujące się tym zagadnieniem, pozostaje nierozwiązany.

3. PKB jako źródło informacji o rozmiarze szarej strefy

PKB jest najważniejszym miernikiem rozmiarów i zmian poziomu produkcji (tj. wartości nowo wytworzonej) opracowywanym przez krajowe urzędy statystyczne (Wyżnikiewicz, 2017). Zgodnie z rozporządzeniem Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) nr 549/2013 z dnia 21 maja 2013 r. w sprawie europejskiego systemu rachunków narodowych i regionalnych w Unii Europejskiej PKB jest definiowany jako końcowy rezultat działalności produkcyjnej jednostek produkcyjnych będących rezydentami danego kraju. Wartość tego wskaźnika utożsamia się z miarą poziomu rozwoju gospodarczego, a jego dynamikę – z miarą wzrostu gospodarczego (Wyżnikiewicz, 2017). Pomimo wielu dyskusji nad jego adekwatnością (Mączyńska, 2014) nadal jest stosowany jako jeden z podstawowych mierników efektów pracy społeczeństwa danego kraju.

W 1995 r. w dokumentach ESA pojawiła się koncepcja włączenia szacunków szarej strefy gospodarczej do PKB. Ze względu na złożoność problemu szczegółowe elementy wdrożenia zmian metodologicznych zostały opracowane w dokumentach ogólnosięwiatowego SNA 2008 i ESA 2010 z terminem obowiązywania od września 2014 r. (Wyżnikiewicz, 2017). Rachunki PKB to integralna część systemu rachunków narodowych. Zgodnie z zasadami metodologicznymi GUS rachunki te „stanowią spójny zbiór wskaźników makroekonomicznych, dostępnych z niewielkim opóźnieniem, dających pełny obraz finansowej i niefinansowej działalności gospodarczej kraju” (GUS, 2010, s. 5). Są one prowadzone niezależnie z dwóch stron: tworzenia i rozdysponowania, a następnie poddawane bilansowaniu tych stron, z wykorzystaniem dodatkowo informacji dochodowych.

Na potrzeby omawianego badania przyjęto następujące modele obliczania wartości PKB:

- od strony produkcji – wartość wytworzonych dóbr i usług finalnych obliczana jest jako różnica między produkcją całkowitą a wartością dóbr i usług zużytych do tej produkcji:

$$PKB = \text{produkcja globalna kraju} - \text{zużycie pośrednie}, \quad (1)$$

- od strony wydatków – zakłada się, że PKB jest w przybliżeniu równy sumie wydatków wszystkich nabywców dóbr finalnych wytworzonych w ciągu roku, a obliczane są następujące kategorie:

$$PKB = \text{konsumpcja} + \text{inwestycje} + \text{wydatki rządowe} + \text{eksport netto}. \quad (2)$$

4. Metoda badania

Przed podjęciem próby szacowania szarej strefy warto zauważyć, że informacje na temat jej wielkości mogą być ukryte w anomaliach pojawiających się w przyrostach wskaźników makroekonomicznych. Bilansowanie wartości PKB odbywa się na poziomie wartości wskaźnika, podczas gdy przyrosty nie podlegają kontroli i korekcie. W związku z tym istnieje duże prawdopodobieństwo wykrycia nieoczekiwanych i/lub nietypowych zdarzeń w zmianach przyrostów wskaźnika opisującego badane zjawisko.

Proponowane podejście polega na zidentyfikowaniu rozbieżności między PKB w dwóch ujęciach: produkcyjnym i wydatkowym. W tym celu wyznacza się dwa modele opisujące zależności pomiędzy przyrostami PKB a przyrostami wskaźników wykorzystywanych w wymienionych definicyjnych ujęciach PKB. Ponadto za pomocą analizy przyrostów logarytmów danych wskaźników makroekonomicznych można wyeliminować efekt inflacji.

Rozważmy zatem dwa modele regresji liniowej, w których zmienną objaśnianą są roczne zmiany PKB, oznaczone jako P , a zmiennymi objaśniającymi – roczne zmiany odpowiednich składowych, na podstawie których wyznacza się PKB. W pierwszym modelu zmiennymi objaśnianymi są przyrosty produkcji globalnej (PG) oraz przyrosty zużycia pośredniego (ZP), a w drugim modelu – przyrosty: konsumpcji (C), inwestycji (I), wydatków rządowych (G) oraz eksportu netto (EN). Przy założeniu, że rozważane czynniki są jedynymi składowymi PKB, w obu modelach przyjmuje się wyraz wolny równy 0.

W ten sposób model I, który odnosi się do definicji PKB od strony produkcji, jest wyrażony wzorem

$$P_{t,n}^I = \gamma_1 PG_{t,n} + \gamma_2 ZP_{t,n} + \varepsilon_{t,n}, \quad (3)$$

przy czym $t = 1, \dots, T$ oznacza lata, natomiast $n = 1, \dots, 16$ indeksuje odpowiednie replikacje. Zakładamy, że $\varepsilon_{t,n} \sim N(0, \sigma_\varepsilon)$.

Model II, który odnosi się do definicji PKB w ujęciu wydatków, przyjmuje postać

$$P_{t,n}^{II} = \gamma_1 C_{t,n} + \gamma_2 I_{t,n} + \gamma_3 G_{t,n} + \gamma_4 EN_{t,n} + \eta_{t,n}, \quad (4)$$

$$\eta_{t,n} \sim N(0, \sigma_\eta).$$

Ze względu na krótki szereg czasowy założono, że wariancje σ_ε oraz σ_η są stałe w czasie.

Estymację parametrów modeli I i II przeprowadzono za pomocą metody największej wiarygodności. Następnie, na podstawie poniższych wzorów, wyznaczono prognozowane wartości $\widehat{PKB}_{t,n}^I$ oraz $\widehat{PKB}_{t,n}^{II}$:

$$\begin{aligned}\widehat{PKB}_{t,n}^I &= \widehat{PKB}_{t,n}^I \exp(P_{t,n}^I), \\ \widehat{PKB}_{t,n}^{II} &= \widehat{PKB}_{t,n}^{II} \exp(P_{t,n}^{II}).\end{aligned}\tag{5}$$

Rozmiar szarej gospodarki zdefiniowano wzorem:

$$S_{New} = \left| \frac{\widehat{PKB}_t^I - \widehat{PKB}_t^{II}}{PKB_t} \right|,\tag{6}$$

gdzie \widehat{PKB}_t^I oraz \widehat{PKB}_t^{II} – średnia arytmetyczna prognozowanych wartości PKB odpowiednio ze wzorów (5).

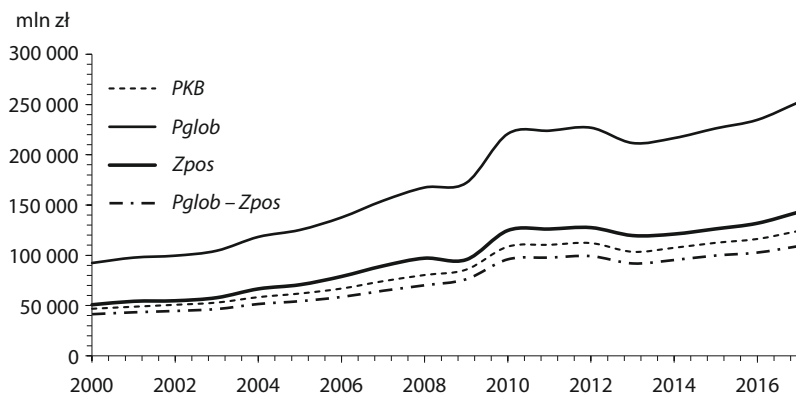
W badaniu empirycznym wykorzystano dane z Banku Danych Lokalnych (BDL) GUS zebrane dla wszystkich województw Polski w latach 2000–2017. Pod uwagę wzięto:

- PKB w mln zł;
- produkcję globalną w mln zł;
- zużycie pośrednie w mln zł;
- konsumpcję (przeciętne miesięczne wydatki na towary i usługi konsumpcyjne oraz pozostałe wydatki przeznaczone na zaspokojenie potrzeb gospodarstwa domowego w przeliczeniu na osobę) w zł;
- inwestycje (nakłady inwestycyjne na mieszkańca ogółem) w zł;
- wydatki rządowe (w przeliczeniu na mieszkańca) w zł;
- eksport netto (w przeliczeniu na mieszkańca) w zł.

Na wyk. 1 przedstawiono zmiany w czasie wartości: PKB, produkcji globalnej i zużycia pośredniego oraz różnicy między produkcją globalną a zużyciem pośrednim, wyznaczonych jako średnie z danych dla 16 województw.

Jak należało się spodziewać, wartości analizowanych zmiennych rosną w czasie. Wzrost produkcji globalnej jest większy niż wzrost zużycia pośredniego, o czym świadczy wykres różnicy tych dwóch wskaźników. Ponadto przebieg zmieniających się w czasie wartości analizowanych wskaźników sugeruje brak stacjonarności analizowanych szeregów czasowych. Niestacjonarność została potwierdzona testem ADF, w wyniku którego dla każdego rozważanego szeregu czasowego uzyskano p -value < 0,01.

Wykr. 1. Zmiany w czasie wartości PKB, produkcji globalnej (P_{glob}), zużycia pośredniego (Z_{pos}) oraz różnicy pomiędzy produkcją globalną i zużyciem pośrednim ($P_{glob} - Z_{pos}$)

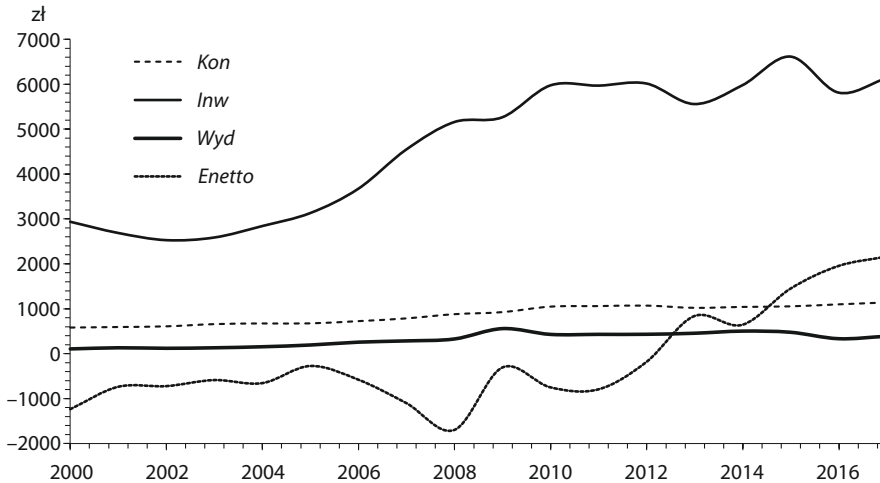


Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z BDL GUS.

Z kolei metoda wydatkowa konstrukcji wskaźnika PKB bazuje na wielkości: konsumpcji, inwestycji, wydatków rządowych i eksportu netto. W analizie jako wskaźnik konsumpcji przyjęto przeciętne miesięczne wydatki na towary i usługi konsumpcyjne oraz pozostałe wydatki przypadające na osobę. Wydatki na towary i usługi konsumpcyjne obejmują towary zakupione za gotówkę, również przy użyciu karty płatniczej lub kredytowej, na kredyt i otrzymane bezpłatnie oraz spożycie naturalne, czyli towary i usługi konsumpcyjne pobrane na potrzeby gospodarstwa domowego z działalności rolniczej bądź działalności gospodarczej na własny rachunek. Pozostałe wydatki obejmują m.in. kwoty przekazane innym gospodarstwom domowym i instytucjom niekomercyjnym, w tym dary. Jako wskaźnik inwestycji przyjęto dane, które uwzględniają informacje dotyczące rzeczowego majątku trwałego – wartość brutto środków trwałych w gospodarce narodowej oraz dane o nakładach inwestycyjnych (nakładach finansowych lub rzeczowych), których celem jest stworzenie nowych środków trwałych albo rozbudowa lub modernizacja istniejących obiektów majątku trwałego. Wskaźnik ten został podany w cenach bieżących przeliczonych na mieszkańca³. Jako wydatki rządowe (w równaniu (2)) przyjęto wydatki budżetów województw na mieszkańca. Wydatki budżetów jednostek samorządu terytorialnego grupuje się zgodnie z zasadami określonymi w ustawie o finansach publicznych. Eksport netto w zł został przeliczony na mieszkańca.

³ Wskaźniki odnoszące się do liczby i struktury ludności (płeć, grupy wieku) od 2010 r. zostały przeliczone zgodnie z bilansem sporządzonym na podstawie wyników NSP 2011.

Wykr. 2. Zmiany w czasie wskaźnika konsumpcji (*Kon*), wskaźnika inwestycji (*Inw*), wydatków rządowych (*Wyd*) oraz różnicy pomiędzy eksportem i importem (*Enetto*) w przeliczeniu na mieszkańca



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z BDL GUS.

Na wyk. 2 przedstawiono zmiany w czasie wskaźnika konsumpcji (*Kon*), wskaźnika inwestycji (*Inw*), wydatków rządowych (*Wyd*) oraz różnicy pomiędzy eksportem i importem przypadającej na mieszkańca (*Enetto*). Wartości analizowanych wskaźników rosną w czasie. Również dla tych szeregów czasowych niestacjonarność została potwierdzona testem ADF, w wyniku którego dla każdego rozważanego szeregu czasowego uzyskano p -value $< 0,01$.

Celem omawianego badania jest zmierzenie szarej gospodarki w skali kraju. Jednak ze względu na to, że w rachunkach narodowych „rachunki produktu krajowego brutto są prowadzone niezależnie z dwóch stron: tworzenia i rozdysponowania, a następnie poddawane bilansowaniu tych stron, z wykorzystaniem dodatkowo informacji dochodowych” (GUS, 2005, s. 1), do oszacowania różnicy między wartością PKB od strony produkcji a jego wartością od strony wydatków wykorzystano dane roczne z poziomu województw. Takie rozwiązanie umożliwia dokładniejszą identyfikację ewentualnego śladu istnienia szarej strefy w gospodarce. Zatem replikacje w modelach opisanych wzorami (3) i (4) będą tworzone według województw.

W analizie wykorzystano logarytmiczne przyrosty rozważanych szeregów czasowych, definiowanych jako

$$\ln\left(\frac{B_{t,n}}{B_{t-1,n}}\right), \quad (7)$$

gdzie:

$B_{t,n}$ – wartość danego czynnika w roku t , dla n -tego województwa,

$B_{t-1,n}$ – wskazanie tego czynnika w roku poprzednim.

Przekształcenie to pozwala zarówno wychwycić anomalię, którą może być nieproporcjonalny przyrost, jak i uzyskać stacjonarne szeregi czasowe. Stacjonarność szeregów została potwierdzona testem ADF (dla wszystkich analizowanych szeregów czasowych uzyskano p -value $> 0,1$).

W tabl. 1 przedstawiono podstawowe statystyki opisowe dla analizowanych zmiennych z poziomu województw za lata 2000–2017.

Tabl. 1. Statystyki opisowe zmiennych^a wykorzystanych do oszacowania szarej strefy w latach 2000–2017

Zmienne	Średnia arytmetyczna	Mediana	Odchylenie standardowe	Wariancja	Skośność	Kurtoza
$P_{t,n}$	0,055	0,051	0,028	0,505	0,588	0,264
$PG_{t,n}$	0,057	0,048	0,037	0,658	0,575	-0,300
$ZP_{t,n}$	0,058	0,054	0,049	0,851	0,260	-0,455
$C_{t,n}$	0,039	0,037	0,040	1,020	0,299	0,146
$I_{t,n}$	0,046	0,055	0,134	2,903	-0,361	0,993
$G_{t,n}$	0,079	0,087	0,248	3,152	-0,293	1,850
$EN_{t,n}$	0,098	0,086	0,041	0,419	0,672	-0,378

a Zmienne z poziomu województw.

Uwaga. $P_{t,n}$ – roczne zmiany PKB, $PG_{t,n}$ – przyrosty produkcji globalnej, $ZP_{t,n}$ – przyrosty zużycia pośredniego, $C_{t,n}$ – przyrosty konsumpcji, $I_{t,n}$ – przyrosty inwestycji, $G_{t,n}$ – przyrosty wydatków rządowych, $EN_{t,n}$ – przyrosty eksportu netto.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z BDL GUS.

Podczas analizy statystyk opisowych przedstawionych w tabl. 1 można zauważyć pewną asymetrię prezentowanych danych. Dla przyrostów: PKB, produkcji globalnej, zużycia pośredniego, konsumpcji oraz eksportu netto wartość średniej arytmetycznej jest większa niż wartość mediany, a wskaźnik skośności – dodatni. Oznacza to, że dla tych szeregów czasowych jest znacznie więcej zmian stosunkowo niewielkich niż dużych. Natomiast w przypadku inwestycji i wydatków rządowych zależność przedstawia się odwrotnie. Wartość średniej arytmetycznej niższa od mediany oraz ujemna skośność wskazują na częstsze występowanie dużych przyrostów tych wskaźników z roku na rok w skali kraju.

5. Wyniki badania

W celu wyznaczenia rozmiaru szarej strefy rozważono podejście bazujące na różnicy pomiędzy wartością PKB mierzonego w ujęciu dochodów i w ujęciu wydatków. Analizie poddano zatem modele opisane wzorami (3) i (4), dla których estymatory zostały wyznaczone metodą największej wiarygodności. Uwzględniono w nich przyrosty logarytmów analizowanych wartości, a replikacje były tworzone według województw.

W wyniku obliczeń uzyskano następujące relacje⁴:

$$P_{t,n}^I = 1,925^{***} PG_{t,n} - 0,942^{***} ZP_{t,n} + \varepsilon_{t,n} \quad (8)$$

oraz:

$$P_{t,n}^{II} = 0,791^{***} C_{t,n} + 0,341^{***} I_{t,n} - 0,062^* G_{t,n} + 0,558^{**} EN_{t,n} + \eta_{t,n}. \quad (9)$$

Odchylenie standardowe błędu dla modelu I wyniosło $\sigma_\varepsilon^2 = 0,005$, a dla modelu II – $\sigma_\eta^2 = 0,025$.

Z analizy wyników uzyskanych dla modeli I i II można wyciągnąć wniosek, że model I lepiej opisuje przyrosty PKB niż model II. Wariancja błędu losowego dla tego modelu jest zdecydowanie mniejsza.

Po uzyskaniu parametrów modeli konstruowanych dla przyrostów dokonano transformacji odwrotnej, w wyniku której obliczono szacowaną wartość PKB jako

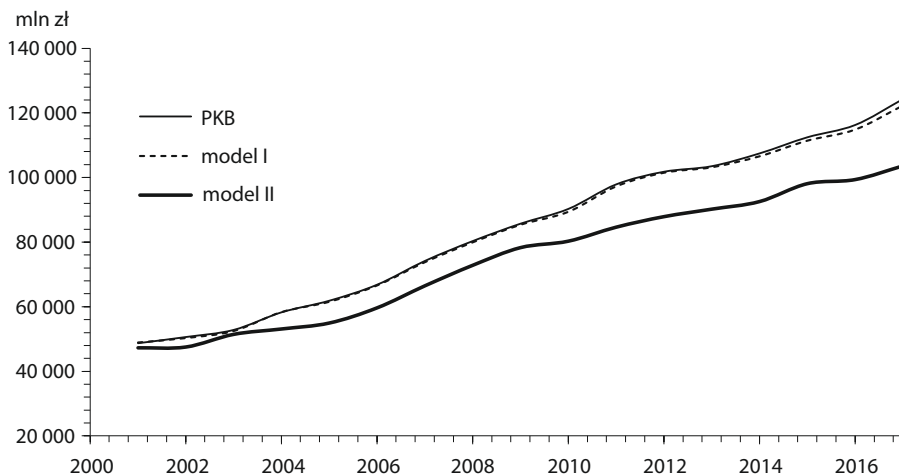
$$\widehat{PKB}_{t,n} = \widehat{PKB}_{t-1,n} \exp(\hat{P}_{t,n}). \quad (10)$$

Jako wartość $\widehat{PKB}_{0,n}$ przyjęto pierwsze obserwacje szeregów czasowych (dla każdego województwa), które były analizowane. Na podstawie modeli I i II wyznaczono prognozowane wartości PKB. Następnie obliczono średnie arytmetyczne prognoz z województw, dzięki czemu uzyskano odpowiednio wartości \widehat{PKB}_t^I oraz \widehat{PKB}_t^{II} .

Na wyk. 3 zestawiono rzeczywiste wartości PKB oraz wartości uzyskane z modeli I i II.

Analiza wyk. 3 pozwala zauważyć, że o ile model I bardzo dobrze prognozuje wartości rzeczywiste PKB, o tyle dla modelu II różnica pomiędzy wartościami teoretycznymi i prognozowanymi jest znaczna.

⁴ Liczba gwiazdek obok wartości współczynników oznacza, że odpowiadające im zmienne objaśniające mają wpływ na zmienną objaśnianą na poziomie istotności: jedna gwiazdka – 0,1, dwie gwiazdki – 0,5, trzy – 0,01.

Wykr. 3. Przeciętne rzeczywiste wartości PKB oraz wartości uzyskane na podstawie modelu I i modelu II, odpowiednio \overline{PKB}_t^I i \overline{PKB}_t^{II} 

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z BDL GUS.

W tabl. 2 zestawiono prognozowane wartości PKB uzyskane na podstawie obu modeli oraz wielkość szarej gospodarki oszacowaną jako udział w PKB oraz wartość w mln zł, wyznaczoną ze wzoru (8).

Tabl. 2. Rzeczywiste i prognozowane wartości PKB oraz szacowany rozmiar szarej strefy

L a t a	PKB	\overline{PKB}_t^I	\overline{PKB}_t^{II}	S_{New} – udział szarej strefy w PKB w %	Szara strefa w mln zł
	w mln zł				
2005	61904,3	61546,8	54931,0	10,7	6615,9
2006	66864,1	66610,0	59627,4	10,4	6982,6
2007	74225,2	73796,2	66443,8	9,9	7352,4
2008	80379,3	79934,0	72801,8	8,9	7132,2
2009	85762,9	85382,3	78271,6	8,3	7110,7
2010	90330,9	89377,0	80264,5	10,1	9112,5
2011	97926,6	97239,4	84593,4	12,9	12646,0
2012	101839,1	101478,2	87859,5	13,4	13618,7
2013	103555,9	103164,2	90180,2	12,5	12984,0
2014	107526,8	106565,1	92527,3	13,1	14037,9
2015	112515,3	111402,5	98065,7	11,9	13336,8
2016	116321,7	114830,3	99329,3	13,3	15501,0
2017	124334,3	122276,3	103559,7	15,1	18716,6

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z BDL GUS.

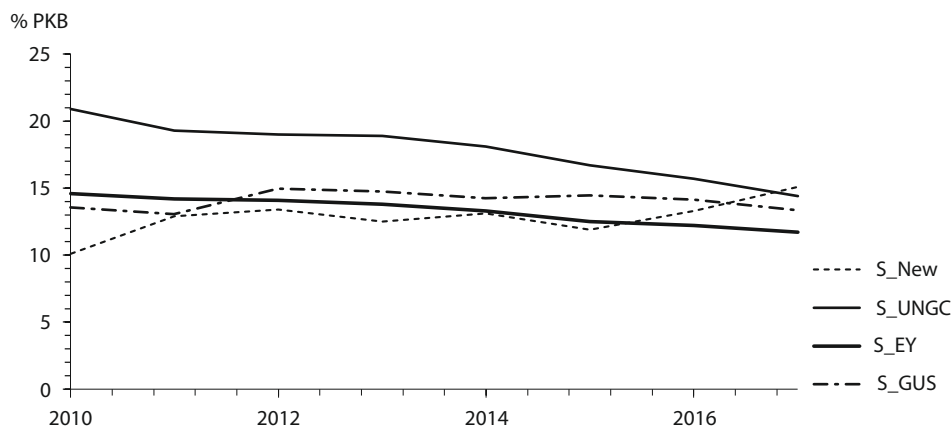
W tabl. 3 zestawiono uzyskane wyniki oszacowań szarej strefy (S_{New}) z wielkościami prezentowanymi w opracowaniach literaturowych (Global Compact Network Poland, 2015/2016), w szczególności w porównaniu z odpowiednimi danymi GUS (S_{GUS}), United Nations Global Compact (UNGC – S_{UNGC}) oraz EY (S_{EY}).

Tabl. 3. Szacunki szarej strefy w Polsce w % PKB w latach 2010–2017 za pomocą różnych metod

L a t a	S_{New}	S_{UNGC}	S_{EY}	S_{GUS}
2010	10,1	20,9	14,6	12,6
2011	12,9	19,3	14,2	12,1
2012	13,4	19,0	14,1	14,0
2013	12,5	18,9	13,8	13,8
2014	13,1	18,1	13,3	13,3
2015	11,9	16,7	12,5	13,5
2016	13,3	15,7	12,2	13,2
2017	15,1	14,4	11,7	12,4

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z BDL GUS oraz Global Compact Network Poland (2018/2019).

Wykr. 4. Porównanie rozmiarów szarej strefy w Polsce w badaniu własnym (New) oraz szacunków według UNGC, EY i GUS



Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z BDL GUS.

Na podstawie analizy powyższych wyników (tabl. 3 oraz ich graficznej prezentacji na wyk. 4) można stwierdzić, że oszacowanie szarej strefy bazujące na różnicy pomiędzy wartością PKB mierzonego w ujęciu produkcyjnym i w ujęciu wydatków dało wyniki bardzo zbliżone do oszacowań GUS oraz EY. Oszacowanie szarej strefy w ujęciu UNGC dla lat 2010–2016 było znacznie wyższe od pozostałych, a jedynie

dla roku 2017 bardzo zbliżyło się do oszacowania szarej gospodarki, którą wyznaczono w badaniu omawianym w artykule.

Reasumując, zaprezentowana metoda wyznaczenia szarej strefy przyniosła w rozpatrywanym przypadku bardzo obiecujące wyniki, zbliżone do otrzymywanych dzięki zastosowaniu metody GUS. Jej zaletą jest również łatwość użycia, ponieważ nie wymaga dodatkowych założeń i bazuje na stosunkowo prostych obliczeniach.

6. Podsumowanie

Jednym z największych wyzwań w szacowaniu wielkości szarej strefy jest brak możliwości bezpośredniego pomiaru tego zjawiska.

Niezależnie od zastosowanej definicji szarej gospodarki powszechną praktyką jest podawanie wielkości niezadeklarowanej gospodarki jako jej udziału w PKB. Takie podejście umożliwia przeprowadzanie porównań międzynarodowych i międzyokresowych.

W artykule przedstawiono metodę szacowania szarej strefy skonstruowaną na podstawie założenia, że w pomiarze PKB podejście od strony wydatków jest spójne z podejściem od strony produkcji. A zatem w przypadku gdy wartość PKB określa się według tych dwóch podejść, różnica pomiędzy nimi może być traktowana jako przybliżona wartość rozmiaru szarej gospodarki.

Przyjęto założenie, że informacje na temat rozmiaru szarej strefy mogą być ukryte w anomaliiach pojawiających się w przyrostach wskaźników makroekonomicznych, na podstawie których wyznacza się PKB. Zaproponowano podejście polegające na zidentyfikowaniu rozbieżności między PKB w ujęciu produkcyjnym a PKB w ujęciu wydatkowym. W tym celu wyznaczono dwa modele opisujące zależności pomiędzy przyrostami PKB a przyrostami wskaźników wykorzystywanych w wymienionych ujęciach definicyjnych PKB. Wyniki uzyskane na podstawie zaprezentowanej metody były zbliżone do oszacowań szarej strefy podawanych przez GUS oraz EY, a częściowo także do wyników UNGC. Szacowany udział szarej strefy w polskiej gospodarce wynosił w 2017 r. około 15% PKB.

Przedstawiona metoda oprócz zalet – stosunkowo prostej konstrukcji modelu i wykorzystania powszechnie dostępnych danych – ma również wady. Istnieje prawdopodobieństwo, że oszacowana różnica między PKB w ujęciach produkcji i wydatków może wynikać nie tylko z istnienia szarej strefy, ale w pewnej mierze z błędów w statystykach wykorzystywanych do wyznaczenia PKB. Kolejną niedogodnością jest wykorzystywanie w modelu wyłącznie danych historycznych.

W związku z powyższym obecnie w Ośrodku Gospodarki Nieobserwowanej w Urzędzie Statystycznym w Kielcach trwają prace nad taką modyfikacją zaprezentowanego podejścia, która umożliwi jednoczesne uchwycenie w modelu efektu ist-

nienia szarej strefy i zakłóceń natury losowej w wartościach zmiennych objaśniających. Równolegle podjęto prace nad adaptacją proponowanych metod do prognozowania rozmiaru szarej strefy w Polsce. Adaptacja ta będzie polegać m.in. na konstrukcji modelu wielorównaniowego, w którym uwzględnione zostaną zmienne dotyczące uszczupień publicznoprawnych, asymetrii handlu i innych dostępnych baz danych.

Bibliografia

- Adair, P. (2021). Non-Observed Economy vs. Shadow Economy and Informal Employment in Poland: A Range of Mismatching Estimates. W: W. Andreff (Ed.), *Comparative Economic Studies in Europe: A Thirty Year Review – In Honour of Horst Brezinski* (s. 249–278). Palgrave MacMillan.
- Błasiak, Z. A. (2018). Przydatność metod ekonometrycznych w badaniach nad szarą strefą. *Roczniki Ekonomii i Zarządzania*, 10(2), 143–175. <http://dx.doi.org/10.18290/reiz.2018.10.2-10>.
- Breusch, T. (2005). *Estimating the Underground Economy using MIMIC Models*. <https://econwpa.ub.uni-muenchen.de/econ-wp/em/papers/0507/0507003.pdf>.
- Cichocki, S. J. (2006). Metody pomiaru szarej strefy. *Gospodarka Narodowa*, 205(1/2), 37–61. <https://doi.org/10.33119/GN/101449>.
- Dybka, P., Kowalczyk, M., Olesiński, B., Rozkrut, M., Torój, A. (2019). Currency demand and MIMIC models: towards a structured hybrid method of measuring the shadow economy. *International Tax and Public Finance*, 26(1), 4–40. <https://doi.org/10.1007/s10797-018-9504-5>.
- Dymarski, K. (2016). *Estymacja rozmiaru szarej strefy w oparciu o dane ankietowe gospodarstw domowych* [rozprawa doktorska, Uniwersytet Warszawski]. https://depotuw.ceon.pl/bitstream/handle/item/1404/Konrad_Dymarski_rozprawa_doktorska.pdf?sequence=1.
- Feige, E. L. (1997). Revisited Estimates of the Underground Economy: Implications of US Currency Held Abroad. W: O. Lippert, M. Walker (Eds.), *The Underground Economy: Global Evidence of Its Size and Impact* (s. 151–208). Vancouver: The Fraser Institute. <https://www.fraserinstitute.org/sites/default/files/UndergroundEconomy.pdf>.
- Frey, B. S., Pommerehne, W. W. (1984). The Hidden Economy: State and Prospects for Measurement. *Review of Income and Wealth*, 30(1), 1–23. <https://doi.org/10.1111/j.1475-4991.1984.tb00474.x>.
- Frey, B. S., Weck-Hanneman, H. (1984). The hidden economy as an ‘unobserved’ variable. *European Economic Review*, 26(1–2), 33–53. [https://doi.org/10.1016/0014-2921\(84\)90020-5](https://doi.org/10.1016/0014-2921(84)90020-5).
- Fundowicz, J., Łapiński, K., Wyznikiewicz, B., Wyznikiewicz, D. (2019). *Szara strefa 2019*. Warszawa: Instytut Prognoz i Analiz Gospodarczych. http://www.ipag.org.pl/Content/Uploaded/files/IPAG_Szara_Strefa_2019.pdf.
- Fundowicz, J., Łapiński, K., Wyznikiewicz, B., Wyznikiewicz, D. (2020). *Szara strefa 2020*. Warszawa: Instytut Prognoz i Analiz Gospodarczych. https://polskabezgotowkowa.pl/files/IPAG_Szara_Strefa_2020.pdf.
- Global Compact Network Poland (2015/2016). *Przeciwdziałanie szarej strefie w Polsce*. https://ungc.org.pl/wp-content/uploads/2016/04/GCNP_raport_szara_strefa_www_poj_030416.pdf.

- Global Compact Network Poland (2018/2019). *Przeciwdziałanie szarej strefie w Polsce*. https://ungc.org.pl/wp-content/uploads/2019/07/SZARA_STREFA_www.pdf.
- Główny Urząd Statystyczny. (2005). *Informacja GUS o metodologii szacunków kwartalnych produktu krajowego brutto*. Warszawa. https://stat.gov.pl/download/cps/rde/xbcr/gus/informacja_metedologia_szac_kw_pkb.pdf.
- Główny Urząd Statystyczny. (2010). *Rachunki kwartalne produktu krajowego brutto. Zasady metodologiczne*. Warszawa. <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/rachunki-narodowe/kwartalne-rachunki-narodowe/rachunki-kwartalne-produktu-krajowego-brutto---zasady-metodologiczne,5,1.html>.
- Główny Urząd Statystyczny. (2014). *Wdrożenie ESA2010 do rachunków narodowych. Zmiany metodologiczne oraz ich wpływ na główne agregaty makroekonomiczne*. Warszawa. <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/rachunki-narodowe/europejski-system-rachunkow-narodowych-i-regionalnych-esa-2010/wdrozenie-esa2010-do-rachunkow-narodowych-zmiany-metodologiczne-oraz-ich-wplyw-na-glowne-agregaty-makroekonomiczne,8,1.html>.
- Grzegorzewska-Mischka, E., Wyrzykowski, W. (2015). Szara strefa jako skutek polityki podatkowej państwa. *Zarządzanie i Finanse*, 13(3/2), 149–164. http://zif.wzr.pl/pim/2015_3_2_10.pdf.
- Gutmann, P. M. (1977). The Subterranean Economy. *Financial Analysts Journal*, 33(6), 26–27. <https://doi.org/10.2469/faj.v33.n6.26>.
- Jöreskog, K. G., Sörbom, D. (1993). *LISREL 8: User's Reference Guide*. Chicago: Scientific Software International.
- Lackó, M. (1999). Do Power Consumption Data Tell the Story? – *Electricity Intensity and Hidden Economy in Post-Socialist Countries* (Budapest Working Papers on the Labour Market No. 2). <https://www.econstor.eu/handle/10419/108393>.
- Lackó, M. (2000). Hidden Economy – an Unknown Quantity? Comparative Analysis of Hidden Economies in Transition Countries, 1989–95. *Economics of Transition*, 8(1), 117–149. <https://doi.org/10.1111/1468-0351.00038>.
- Madzarevic-Sujster, S., Mikulic, D. (2002). *An Estimate of the Underground Economy via the National Accounts System*. Zagreb: Institute of Public Finance.
- Malczewska, P. (2019). *Szara strefa gospodarki. Determinanty i mechanizmy kształtowania*. Łódź: Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Mączyńska, E. (2014). Dylematy pomiaru gospodarki globalnej – produkt krajowy brutto. W: A. Cieślík, J. J. Michałek (red.), *Niedoskonała globalizacja. Czy światowy system gospodarczy wymaga gruntownych reform? Księga jubileuszowa Profesora Włodzimierza Siwińskiego* (s. 194–208). Warszawa: Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego. <https://doi.org/10.31338/uw.9788323515364>.
- Medina, L., Schneider, F. (2018). *Shadow Economies Around the World: What Did We LEARN Over the Last 20 Years?* (Working Paper No. 18/17). <https://www.imf.org/en/Publications/WP/Issues/2018/01/25/Shadow-Economies-Around-the-World-What-Did-We-Learn-Over-the-Last-20-Years-45583>.
- Mróz, B. (2002). *Gospodarka nieoficjalna w systemie ekonomicznym*. Warszawa: Szkoła Główna Handlowa.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2002). *Measuring the Non-Observed Economy: A Handbook*. <https://www.oecd.org/sdd/na/1963116.pdf>.

- Rajewski, Z., Zienkowski, L. (1995). Szara gospodarka w systemie rachunków narodowych. *Z Prac Zakładu Badań Statystyczno-Ekonomicznych GUS i PAN. Studia i Prace*, (223), 7–19.
- Rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE nr 549/2013 z dnia 21 maja 2013 r. (Dz.Urz.UE.L.2013.174.1).
- Schneider, F. (2005). Shadow economies around the world: what do we really know?. *European Journal of Political Economy*, 21(3), 598–642. <https://doi.org/10.1016/j.ejpoleco.2004.10.002>.
- Schneider, F., Buehn, A. (2016). *Estimating the Size of the Shadow Economy: Methods, Problems and Open Questions* (IZA DP No. 9820). <http://ftp.iza.org/dp9820.pdf>.
- Schneider, F., Dell'Anno, R. (2003). The Shadow Economy of Italy and other OECD Countries: What do we know?. *Journal of Public Finance and Public Choice*, 21(2/3), 97–120. <https://doi.org/10.1332/251569203X15668905422009>.
- Schneider, F., Enste, H. D. (2000). Shadow Economics: Size, Causes and Consequences. *Journal of Economic Literature*, 38(1), 77–114. <https://doi.org/10.1257/jel.38.1.77>.
- Smuga, T. (2005). *Metodologia badań szarej strefy na rynku usług turystycznych*. Warszawa: Instytut Koniunktur i Cen Handlu Zagranicznego. <https://www.gov.pl/web/kulturaizport/metodologia-badan-szarej-strefy-na-ryнку-uslug-turystycznych>.
- Tanzi, V. (1980). The Underground Economy in the United States: Estimates and Implications. *PSL Quarterly Review*, 33(135), 427–453. <https://ojs.uniroma1.it/index.php/PSLQuarterlyReview/article/view/12996/12801>.
- Tanzi, V. (1983). The Underground Economy in the United States: annual estimates, 1930–80. *IMF Staff Papers*, 30(2), 283–305.
- Trebicka, B. (2014). Mimic Model: A Tool to Estimate the Shadow Economy. *Academic Journal of Interdisciplinary Studies*, 3(6), 295–300. <https://doi.org/10.5901/ajis.2014.v3n6p295>.
- Wyżnikiewicz, B. (2017). Produkt krajowy brutto jako przedmiot krytyki. *Wiadomości Statystyczne*, 62(3), 5–15. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.0869>.
- Zienkowski, L. (1996). Szacunek rozmiarów szarej gospodarki (synteza). *Z Prac Zakładu Badań Statystyczno-Ekonomicznych GUS i PAN. Studia i Prace*, (233), 23–30.