

## KOLEJNOŚĆ OBRÓBKI ELEMENTÓW MEBLOWYCH

Wojciech Lis

Katedra Ekonomiki i organizacji Drzewnictwa AR w Poznaniu

Przedmiotem artykułu są zagadnienia związane z seryjnym i powtarzalnym produkowaniem wyrobów meblowych. Zależność między serią produkcyjną wyrobów ( $N$ ), partią obróbkową detali ( $n$ ) a kompletem detali ( $d$ ) jest następująca:

$$n = N \cdot d. \quad (1)$$

Długość cyklu produkcyjnego uzależniona jest od sposobu rozwiązania zagadnień dotyczących kolejności wytwarzania wyrobów oraz ich elementów (detali) przez maszyny. Problemy te można następująco usystematyzować:

1) jeśli rozważana jest produkcja jednego detalu bądź jednej partii obróbkowej detali na wielu maszynach, można wyznaczyć cykl produkcyjny detalu lub partii obróbkowej -  $T$ ; cykl produkcyjny detalu lub partii obróbkowej trwa od momentu rozpoczęcia obróbki detalu na pierwszej maszynie do jej zakończenia na ostatniej maszynie;

2) jeżeli rozpatruje się produkcję wielu partii różnych detali na jednej maszynie, można ustalić cykl produkcyjny maszyny -  $V$ , po upływie którego obróbka detali na maszynie powtarza się w tej samej kolejności. W okresie jednego cyklu maszyny można obrabiać kilka serii wyrobów. W odróżnieniu od cyklu maszyny  $V$ , przez  $V_N$  oznaczamy tę część cyklu maszyny, podczas której wyprodukowany zostaje komplet  $d$  detali, pozwalający na zmontowanie serii gotowych wyrobów. Czasy  $V_N$  dla poszczególnych serii (np. 1, 2, 3) produkowanych w cyklu maszyny nie muszą być równe ( $V_{N1} \neq V_{N2} \neq V_{N3}$ ). Suma tych czasów musi być jednak równa cyklowi produkcyjnemu maszyny ( $V = V_{N1} + V_{N2} + V_{N3}$ ).

3) jeżeli rozważana jest produkcja wielu partii różnych detali wykonywanych na wielu maszynach, można ustalić:

- cykl produkcyjny serii wyrobów złożonych zwany też czasem łącznym -  $T_N$ ,
- okres powtarzalności produkcji zwany też okresem rytmu produkcji -  $X$ ,

którym jest najdłuższy cykl produkcyjny ze wszystkich rozpatrywanych maszyn ( $X = V_{\max}$ ).

W niniejszym artykule zajmujemy się zagadnieniami sekwencyjnymi, detali wyrobów złożonych, które:

- 1) wchodzi w skład jednego lub kilku typów wyrobów,
- 2) obrabiane są na jednej maszynie.

Zadanie polega na ustaleniu optymalnego cyklu produkcyjnego maszyny zgodnie z zależnością:

$$V = O + P \quad (2)$$

gdzie:

V - cykl produkcyjny maszyny,

O - czas obróbki detali,

P - czas przezbrajania maszyny.

Łączny czas przezbrajania jest sumą czasów dostosowania obrabiarki do wykonywania detali w ściśle określonej kolejności. Na przykład po zakończeniu produkcji detalu A, a przed rozpoczęciem detalu B wykonujemy przezbrojenie maszyny, które oznaczmy jako AB. Czas dostosowania maszyny zależy więc zarówno od detalu obrabianego poprzednio (A), jak również od detalu, który będzie obrabiany po przezbrojeniu maszyny (B).

Czasy dostosowania maszyny, określone metodą z detalu na detal lub krótko Z - NA nazywamy czasami przezbrojeń prostych i oznaczamy P. Wyznaczony według wzoru (2) cykl produkcyjny maszyny stanowi podstawę do zaprojektowania harmonogramów produkcji oraz do rozwiązywania problemu „wąskich gardeł” w komórkach produkcyjnych.

Zagadnieniu określenia kolejności obróbki detali poświęcone są między innymi prace [1, 2]. Optymalizacja harmonogramów produkcji wykonywana jest w pracach [5-7]. W pracy [8] minimalizację cyklu produkcyjnego komórki produkcyjnej przeprowadzono na podstawie problemu komiwojażera.

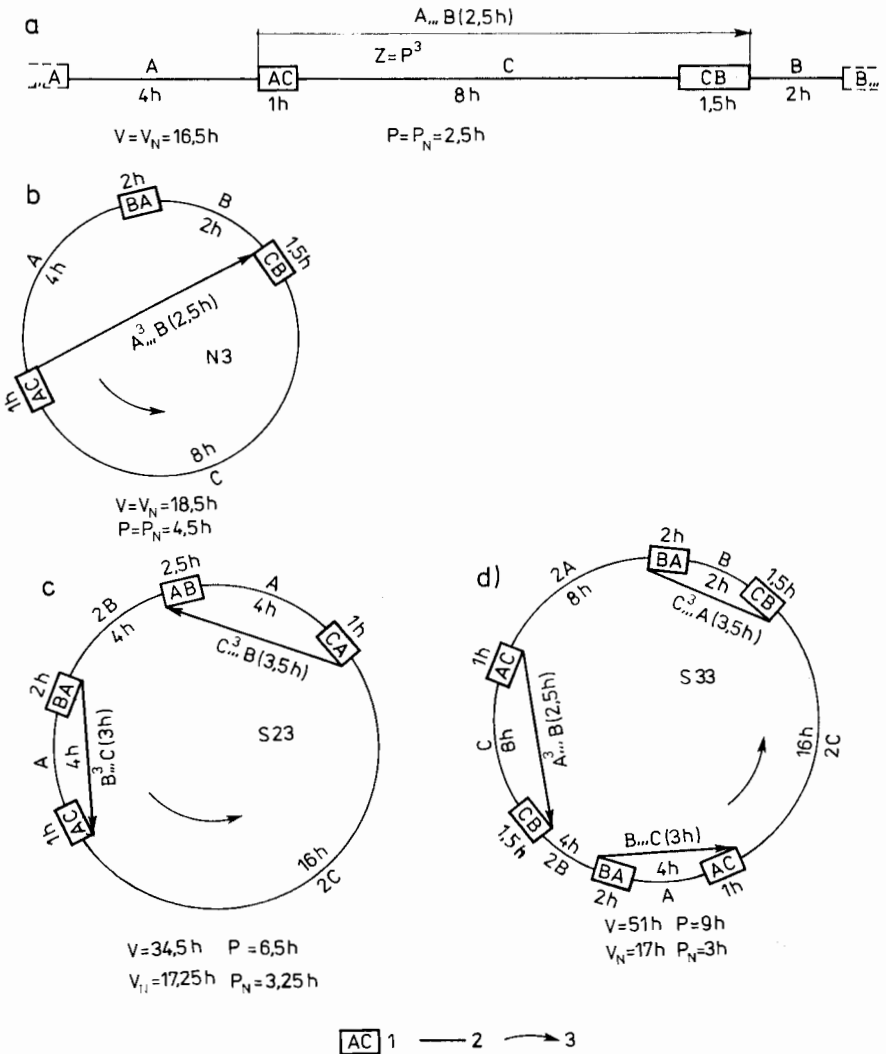
#### PRZEDSTAWIENIE ZAGADNIENIA

Wytwarzanie detali na jednej maszynie może odbywać się w sposób:

- a) niepowtarzalny,
- b) powtarzalny lecz nieseryjny,
- c) powtarzalny i seryjny.

Ilustrację tych sposobów produkowania detali stanowi rysunek 1. Zamieszczone na nim schematy a ÷ d są harmonogramami obciążenia tej samej maszyny podczas obróbki tych samych detali wchodzących w skład wyrobów jednego typu i w identycznych

warunkach produkcyjnych (te same normy czasów obróbki i przezbrojeń). Czas obróbki jednej serii wyrobów, stały dla dowolnej kolejności detali, wynosi na każdym z tych schematów  $0 = 14$  h. Różne natomiast są czasy przezbrojeń maszyny, a w związku z tym również jej cykle produkcyjne.



Rys. 1. Cykl produkcyjny maszyny; a - produkcja niepowtarzalna, b - produkcja powtarzalna jednocykliczna (nieseryjna), c, d - produkcja powtarzalna wielocykliczna (seryjna), 1 - przezbrojenie, 2 - obróbka elementu meblowego, 3 - kierunek grafu, A, B, C - elementy składowe zestawu mebli

Rysunek 1a przedstawia produkcję detali A, B, C w sposób niepowtarzalny. Zaproponowana sekwencja wymaga najkrótszego w analizowanych warunkach cyklu produk-

cyjnego maszyny  $V = 16,5$  h i czasu przezbrajania  $P = 2,5$  h. Czas dostosowania maszyny jest ściśle uzależniony od kolejności obróbki. Czas przezbrajania dla sekwencji detali ACB wynosi  $2,5$  h.

Określony na rysunku 1a cykl produkcyjny maszyny nie uwzględnia jej przezbrożenia na pierwszy obrabiany detal (A) oraz po wykonaniu ostatniego detalu (C). Zawiera więc wyłącznie przezbrożenia wykonywane w trakcie realizacji serii wyrobów gotowych, jeśli detale A, B, C wchodzi w skład tego samego wyrobu. Nie może więc zostać zastosowany w produkcji powtarzalnej, ponieważ jest dla tych warunków niekompletny.

Na rysunku 1b podano schemat produkcji powtarzalnej jednocyklicznej - w jednym cyklu maszyny wytwarzana jest jedna seria wyrobów złożonych. Produkcja w następnych okresach powtarzana jest zawsze w tej samej kolejności. Partie obróbkowe detali nie muszą, choć mogą być równoliczne. Nie muszą też stanowić wielokrotności serii wyrobów, wynikającej ze wzoru (1). Stąd też produkcję tego typu określamy jako powtarzalną nieseryjną - z wyprodukowanych detali nie musi zostać zmontowana seria wyrobów. Na rysunku 1b uzyskano, dla najkorzystniejszej w tych warunkach kolejności detali ACBA: cykl produkcyjny maszyny  $C = 18,5$  h oraz łączny czas przezbrojeń  $P = 4,5$  h.

Produkowanie jednocykliczne pożądane jest przede wszystkim podczas realizowania zamówień na sukcesywne, ustabilizowane dostawy detali dla różnych odbiorców. Sytuacje, kiedy produkcja detali nie powtarza się bądź jest powtarzana w poszczególnych seriach w tej samej sekwencji, należą do klasycznych już zagadnień obróbki detali na jednej maszynie. Problemy tego rodzaju rozważane są między innymi w pracach [1, 2].

W niniejszym artykule zajmować się będziemy przede wszystkim zagadnieniem określania cyklu maszyny, jeśli produkcja tych samych detali powtarza się, ale w innej kolejności. Podczas seryjnego wytwarzania detali tego samego wyrobu, w jednym cyklu produkcyjnym maszyny można wykonać kilka serii wyrobów. Wtedy następna seria rozpoczyna się od detalu, którym zakończyła się seria poprzednia. W kolejnych seriach detale produkowane są więc w różnych kolejnościach. Produkcję tego typu określamy jako powtarzalną seryjną lub powtarzalną wielocykliczną (w jednym cyklu maszyny wykonywanych jest wiele serii wyrobów). Wówczas partie tych samych detali muszą być równoliczne lub stanowić wielokrotność odpowiadającą liczbie detali w wyrobie gotowym, wzór (1); mogą być obrabiane w różnych kolejnościach w poszczególnych seriach. Na przykład serię 1 rozpoczynamy detalem, którym zakończyliśmy serię (1-1), a kończymy ją detalem, którym rozpoczniemy serię (1+1). Cykl produkcyjny maszyny składa się wtedy z 2, 3 lub z więcej serii, zamiast z jednej. Na jedną serię przypada  $(m-1)$  przezbrojeń, zamiast  $m$ . Oczywiście, w cyklu maszyny muszą znaleźć się co najmniej dwie takie serie. Maksymalnie może być ich  $m$  ( $2 \leq l \leq m$ ,  $l$  - liczba serii w cyklu maszyny,  $m$  - liczba detali różnych typów w

wyrobie). Produkcję powtarzalną wielocykliczną ilustrują schematy na rysunkach 1c i 1d.

Na rysunku 1c cykl produkcyjny maszyny składa się z dwu serii - BAC i CAB. Na jedną serię przypada średnio 3,25 h przebrojeń. Jest to o 1,25 h mniej niż w tych samych warunkach na rysunku 1b. Na rysunku 1d cykl maszyny zawiera trzy serie: ACB, BAC i CBA. Średnio na jedną serię przypada jeszcze krótszy czas przebrojeń - 3 h.

Spośród obu przedstawionych schematów produkcji powtarzalnej seryjnej, korzystniejszy jest w tym przypadku wariant zawierający 3 serie wyrobów w okresie cyklu maszyny. Stwierdzić też należy, że realizując proces produkcyjny detali tego samego wyrobu w sposób wielocykliczny, zamiast w sposób jednocykliczny, uzyskujemy znaczące efekty ekonomiczne. Na przykład podczas dwuzmianowej pracy maszyny w ciągu miesiąca, wytwarzanie wyrobów zgodnie ze schematem na rysunku 1b ( $V = V_N = 18,5$  h) umożliwia wyprodukowanie 22 serii wyrobów w czasie 407 h. Produkcja zgodnie ze schematem na rysunku 1d ( $V_N = \frac{V}{N} = \frac{51}{3} = 17$  h) pozwala natomiast na wykonanie 24 serii tych wyrobów w czasie 408 h.

Roważany w niniejszym artykule problem polega na ustaleniu, z ilu serii powinien składać się cykl produkcyjny maszyny i w jakiej kolejności w każdej z serii muszą być produkowane detale, aby średni czas przebrojeń przypadający na jedną serię był najkrótszy.

#### ZAŁOŻENIA METODY

Przebrożenia proste  $P$  określa się na podstawie pomiarów produkcyjnych i ich analizy. Wymagane jest wyznaczenie przebrojeń  $P$  z każdego produkowanego na rozważanej maszynie detalu na każdy inny detal. Ustalone w ten sposób wielkości  $P$  utworzą macierz kwadratową stopnia  $g$  (tab. 1). Jest to macierz antysymetryczna, ponieważ przebrożenie z detalu  $A$  na detal  $B$  (przebrożenie proste  $AB$ ) nie musi być równe przebrożeniu  $BA$ . Przez  $g$  oznaczamy liczbę wszystkich detali obrabianych na maszynie. W odróżnieniu od tego przez  $m$  oznaczamy tę liczbę spośród wszystkich detali obrabianych na maszynie, która wchodzi w skład tego samego wyrobu gotowego.

Kwadratowa macierz przebrojeń (przedstawiona graficznie) utworzy wielobok ze wszystkimi możliwymi przekątnymi. W wieloboku tym wierzchołkom odpowiadają produkowane detale, łukom (bokom i przekątnym) - proste przebrożenia  $P$ . Oczywiście, każdy łuk wymaga oszacowania w dwu kierunkach (np.  $AB$  i  $BA$ ), z uwagi na omawianą już niesymetryczność macierzy. Krótko mówiąc, kwadratową macierz przebrojeń  $P$  można przedstawić jako zorientowany graf pełny. Nosi on też nazwę zorientowanego grafu Hamiltona. W takim grafie pełnym o  $m$  zadanych wierzchołkach znajdujemy:

T a b e l a 1

Proste przebrojenia P linii „Homag - PCV”

NA Z	A	B	C	D	E	F
A	X	60	90	70	75	110
B	80	X	65	20	35	45
C	90	30	X	25	20	40
D	110	20	40	X	30	45
E	105	25	25	15	X	40
F	130	50	55	45	50	X

1) dla każdej pary wierzchołków - początkowego i oraz końcowego  $j$  - najkrótszą łączącą te wierzchołki ścieżkę Hamiltona, którą oznaczamy  $i..^m..j$ , gdzie:  $m$  - odpowiada liczbie wierzchołków, łącznie ze skrajnymi i oraz  $j$ . Problem znalezienia najkrótszej łamanej łączącej dwa wybrane punkty ( $i$  oraz  $j$ ) spośród  $m$  punktów zadanych na płaszczyźnie i przechodzącej przez wszystkie pozostałe punkty tylko jeden raz nosi nazwę problemu marszruty - routing problem [4]. Wobec tego najkrótszą ścieżkę Hamiltona z wierzchołka  $i$  do wierzchołka  $j$  w grafie pełnym stopnia  $m$  można określić jako najkrótszą marszrutę  $m$ -elementową  $i..^m..j$ ;

2) najkrótszy obwód Hamiltona, który przez analogię oznaczmy  $i..^m..i$ , przechodzący przez wszystkie  $m$  wierzchołków tylko jeden raz. Problem znalezienia najkrótszej łamanej zamkniętej, łączącej  $m$  zadanych punktów na płaszczyźnie i przechodzącej przez każdy z tych punktów tylko jeden raz, nosi nazwę problemu komiwojażera (salesman statesman problem).

Optymalizację łącznego czasu przebrojeń w cyklu produkcyjnym maszyny możemy wykonać dla przypadków:

- produkcji jednocyklicznej - w postępowaniu I-etapowym,
- produkcji wielocyklicznej - w postępowaniu II-etapowym.

W obu etapach, dla  $3 \leq m \leq g$ , ustalamy wszystkie  $m$ -elementowe marszruty  $i..^m..j$ , które nazywamy przebrojeniami zagregowanymi oraz ewentualnie obwody  $i..^m..i$ , które nazywamy przebrojeniami powtarzalnymi.

Odpowiednie marszruty i obwody wyznaczamy na podstawie wszystkich podzbiorów

3, 4, 5 ... m ... g - elementowe zbioru g produkowanych detali. Podzbiory te zapisujemy w odpowiednich macierzach m-elementowych ( $3 \leq m \leq g$ ). Dla każdej takiej macierzy wyznaczamy wszystkie najkrótsze marszruty  $i \dots j$ , przy czym każdy produkowany detal stanowi kolejno początek marszruty i oraz jej koniec j; m - odpowiada każdorazowo wymiarowi rozpatrywanej macierzy kwadratowej. Ustalone najkrótsze marszruty  $i \dots j$ , czyli przebrożenia zagregowane, zestawiamy również w macierzy kwadratowej stopnia m.

Poszukiwanie najkrótszych marszrut rozpoczyna się od marszrut 3-elementowych  $i \dots j$ , które określamy dla wszystkich  $\binom{m}{3}$  kombinacji macierzy kwadratowych 3-elementowych utworzonych z rozpatrywanej macierzy m-elementowej. Kolejno, na podstawie marszrut  $i \dots j$ , wyznaczamy najkrótsze marszruty 4-elementowe. Najkrótsze marszruty 5-elementowe wyznacza się na podstawie najkrótszych marszrut  $i \dots j$  itd.

Zastosowana metoda umożliwia znalezienie na podstawie określonej macierzy marszrut 3-elementowych, jednej kolumny odpowiedniej macierzy najkrótszych marszrut 4-elementowych. Z kolei macierz najkrótszych marszrut  $i \dots j$  służy do ustalenia jednej, ściśle określonej kolumny najkrótszych marszrut 5-elementowych itd.

W I etapie agreguje się, zgodnie z podaną zasadą, przebrożenia proste P, zawarte w macierzy stopnia m. Powstają w ten sposób zagregowane przebrożenia proste  $P^m$ , które tworzą macierz kwadratową tego samego stopnia m, co macierz P.

Jeżeli przebrożenia  $P^m$  posłużą do obliczeń II etapu, tzn. do wyznaczania przebrożeń powtarzalnych wielocyklicznych, oznaczamy je jako przebrożenia złożone Z. Wtedy  $Z = P^m$ . Przebrożenia Z, w II etapie, poddajemy takiej samej agregacji, jak przebrożenia P w I etapie. W wyniku II etapu otrzymujemy zagregowane przebrożenia złożone  $Z^m$ .

W sensie fizycznym przebrożenie złożone Z (nie zagregowane) stanowi sumę takich przebrożeń prostych, która umożliwia wykonanie na maszynie wszystkich m detali wchodzących w skład serii gotowych wyrobów. Przebrożenia Z tworzą więc również macierz kwadratową stopnia m, albo inaczej mówiąc zorientowany graf Hamiltona stopnia m. W II etapie optymalizacji, dla tego grafu Z, poszukuje się najkrótszych obwodów Hamiltona - dróg zamkniętych l-elementowych, dla  $2 \leq l \leq m$ .

Drugi zamknięte wyznaczyć można również w I etapie, dla grafu P stopnia m. Nazywamy je przebrożeniami powtarzalnymi jednocyklicznymi i oznaczamy  $N_m$ . Przebrożenia  $N_m$  informują o tym, w jaki sposób należy dostosować maszynę, jeśli produkcja m detali powtarza się zawsze w tej samej kolejności.

Przebrożenia powtarzalne określone w dwu etapach nazywamy wielocyklicznymi i oznaczamy  $S_m$ . Wtedy ustalenia I etapu (ścieżki Hamiltona albo marszruty  $Z = P^m$ ) wyznaczają potencjalną kolejność m detali w serii. Ustalenia II etapu określają z ilu (l) i z jakich serii winien składać się proces produkcyjny, aby średni czas przebrożeń wykonywanych podczas produkcji powtarzalnej był najkrótszy w czasie

realizowania jednej serii (rys. 1c i 1d). Wyliczenie drogi zamkniętej w każdym z etapów wystarczy ograniczyć do jednego wiersza każdej macierzy.

Do wyznaczenia najkrótszych marszrut i obwodów można zastosować np. programowanie dynamiczne [3, 9]. W niniejszym artykule omawiamy metodę bazującą na regułach programowania dynamicznego i na zasadzie optymalności Bellmana. Metoda ta jednak nie polega na bezpośrednim zapisie szeregu równań rekurencyjnych. Nie byłoby to bowiem zbyt przejrzyste, a ze względu na niezbędną do wykonania liczbę działań - bardzo pracochłonne. Posługujemy się metodą dogodną w konkretnym przypadku opartą na macierzach kwadratowych. Macierzowa prezentacja danych, uzyskiwanych w sposób rekurencyjny, umożliwia sprawną rozbudowę programu produkcyjnego o dalsze detale w miarę zmian w procesie wytwarzania. Ułatwia też wybór określonych fragmentów programu, jeśli produkcja określonych detali zostanie zaniechana lub jest okresowo zbędna.

## OPIS METODY

### Wyznaczanie marszrut - przebrojeń zagregowanych

Postępowanie optymalizacyjne rozpoczynamy od ustalenia wszystkich podmacierzy 3-elementowych dla macierzy kwadratowej stopnia  $m$  zawierającej proste przebrojenia  $P$ . Dla podmacierzy 3-stopnia, których jest  $\binom{m}{3}$ , określamy zagregowane przebrojenia proste -  $P^3$ . Przebrojenie zagregowane  $P^3$  jest:

- 1) sumą odpowiednich dwóch przebrojeń prostych,
- 2) takim przebrojeniem złożonym  $Z$ , w trakcie którego można wyprodukować łącznie ze skrajnymi trzy detale ( $Z = P^3$ ).

Przebrojenia zagregowane  $P^3, P^4, \dots, P^m$  (analogicznie też  $Z^3, Z^4, \dots, Z^m$ ) oznaczamy będziemy niekiedy podając wyłącznie detale skrajne, np.  $A^3.B, A^4.C, C^m.D$  itd. oraz łączną liczbę detali (3, 4, ...,  $m$  itd.). Podczas wyznaczania marszrut i obwodów jest to zazwyczaj wystarczające. Pełna kolejność detali, którą łatwo można uzupełnić na podstawie odpowiedniej macierzy przebrojeń zagregowanych, wymagana jest dopiero w rozwiązaniu końcowym.

Obliczanie zagregowanych przebrojeń  $P^3$  dla zadanych trzech detali  $i, n, p$ , gdy  $i$  stanowi początek serii, a  $p$  - jej koniec, wykonujemy według reguły:

$$P_{in} + P_{np} = P_{i/n/p} \rightarrow P_{ip}^3, \quad (3)$$

w której:

- $P_{in}$  - proste przebrojenie maszyny, jeśli po zakończeniu detalu  $i$  obrabiany jest detal  $n$ ,
- $P_{np}$  - proste przebrojenie maszyny, gdy po zakończeniu detalu  $n$  obrabiany jest detal  $p$ ,



$P_{i/n/p}$  - suma prostych przebrojeń = przebrojenie proste zagregowane, podczas którego obróbka rozpoczyna się od detalu  $i$ , obejmuje kolejno detal  $n$  i kończy się na detalu  $p$ ,

$P_{in}^3$  - przebrojenie proste zagregowane, podczas którego obrabia się na maszynie 3 detale, poczynając od  $i$ , kończąc na  $p$ .

Dla każdej macierzy 3-stopnia należy znaleźć sześć wielkości  $P^3$ , co przy oznaczeniu rozważanych detali ( $i, n, p$ ) liczbami 1, 2, 3, przebiega według zależności:

$$\begin{aligned} P_{12} + P_{23} &= P_{1/2/3} \rightarrow P_{13}^3 & P_{13} + P_{32} &= P_{1/3/2} \rightarrow P_{12}^3 \\ P_{21} + P_{13} &= P_{2/1/3} \rightarrow P_{23}^3 & P_{23} + P_{31} &= P_{2/3/1} \rightarrow P_{21}^3 \\ P_{31} + P_{12} &= P_{3/1/2} \rightarrow P_{32}^3 & P_{32} + P_{21} &= P_{3/2/1} \rightarrow P_{31}^3 \end{aligned} \quad (4)$$

W wyniku zastosowania formuły 3 macierz 3-elementowa przebrojeń prostych  $P$  przekształcona zostaje w macierz 3-elementową zagregowanych przebrojeń  $P^3$ , co można wyrazić zależnością:

$$\begin{bmatrix} x & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & x & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & x \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x & P_{12}^3 & P_{13}^3 \\ P_{21}^3 & x & P_{23}^3 \\ P_{31}^3 & P_{32}^3 & x \end{bmatrix}$$

W toku dalszych obliczeń przebrojenia  $P^3$  służą do wyznaczenia minimalnych zagregowanych przebrojeń  $P^4$ . Pozwalają one na wykonanie, łącznie ze skrajnymi, czterech detali, np.  $i, n, p, q$ . Obliczenia przebiegają według formuły:

$$\left. \begin{aligned} P_{i/n/p} + P_{pq} &= P_{i/np/q} \\ P_{ip}^3 + P_{pq} &= P_{iq}^4 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{minimum } P_{iq}^4. \quad (5)$$

w której: minimum  $P_{iq}^4$  - wielkość minimalna zagregowanego przebrojenia prostego, podczas którego obrabia się na maszynie 4 detale, poczynając od  $i$  a kończąc na  $q$ .

Zastosowanie wzoru (5) pozwala wyznaczyć, na podstawie kwadratowej macierzy 3-stopnia zawierającej przebrojenia  $P^3$ , jedną kolumnę macierzy 4-stopnia zawierającą przebrojenia  $P^4$ . Ustalenie każdej wielkości  $P^4$  wymaga porównania dwóch sum:  $P_{ip}^3 + P_{pq} = P_{iq}^4$ . W każdej kolumnie macierzy 4-stopnia znajdują się trzy przebrojenia  $P^4$ . Wyznaczenie pełnej macierzy 4-stopnia, zawierającej przebrojenia  $P^4$ , wymaga uprzedniego określenia czterech odpowiednich macierzy 3-stopnia, zawierających przebrojenia  $P^3$  i znalezienia w każdej z nich jednej kolumny przebrojeń  $P^4$ .

Następnie, na podstawie macierzy 4-stopnia, ustala się przezbrojenia  $P^5$  według reguły:

$$\left. \begin{array}{l} P_{i/np/q} + P_{qr} = P_{i/npq/r} \\ P_{iq}^4 + P_{qr} = P_{ir}^5 \end{array} \right\} \rightarrow \text{minimum } P_{ir}^5. \quad (6)$$

Postępowanie jest analogiczne, jak podczas określania przezbrojeń  $P^4$ . Porównywać jednak i wybierać minimum należy już z trzech sum:  $P_{iq}^4 + P_{qr} = P_{ir}^5$ , a nie z dwóch, jak w pierwszym kroku. Kolejno określa się kolumny macierzy 5-stopnia (po cztery przezbrojenia  $P^5$  w każdej z nich) oraz macierz 5-stopnia (5 kolumn).

Podobnie w kolejnych krokach wyznacza się dalsze przezbrojenia  $P^m$ , kolumny i macierze dla coraz większych  $m$ . W każdym kroku wzrasta oczywiście liczba ustalanych i porównywanych wielkości oraz zmienia się, zgodnie z rachunkiem kombinacji  $\binom{g}{m}$ , liczba rozważanych macierzy.

Łącznie dla  $g$  detali należy określić:  $\binom{g}{3}$  różnych macierzy 3-stopnia,  $\binom{g}{4}$  macierzy 4-stopnia, ...,  $\binom{g}{m}$  macierzy  $m$ -stopnia. W każdej macierzy  $m$ -elementowej należy jednocześnie znaleźć  $g-m$  kolumn odpowiednich macierzy  $(m+1)$ -elementowych, tj. np.  $g-3$  kolumn macierzy 3-stopnia,  $g-4$  kolumn macierzy 4-stopnia itd.

I etap minimalizacji przezbrojeń kończymy wtedy, gdy wyznaczone marszruty najkrótsze  $P^m$  obejmują wszystkie wierzchołki grafu, a przezbrojenia zagregowane  $P^m$  zawierają wszystkie produkowane detale. Zakończenie I etapu optymalizacji równoznaczne jest z określeniem pełnej macierzy przezbrojeń złożonych  $Z$ . Graficzny przykład przezbrojenia złożonego stanowi rysunek 1a. Na pozostałych schematach (rys. 1) również oznaczone są przezbrojenia złożone - w tym przypadku  $Z = P^3$ .

W II etapie agregacji przezbrojeń wyznaczamy marszruty 3, 4, ...,  $m$ , ...,  $g$ -elementowe dla grafu  $Z$ , czyli zagregowane przezbrojenia  $Z^3, Z^4, \dots, Z^m, \dots, Z^g$ . Postępowanie i liczba rozwiązywanych macierzy są identyczne jak w I etapie, podczas agregacji przezbrojeń  $P^3, P^4, \dots, P^m, \dots, P^g$ .

#### Wyznaczanie obwodów - przezbrojeń powtarzalnych

W obu etapach minimalizacji obok marszrut - ścieżek Hamiltona, które określiliśmy przezbrojeniami zagregowanymi  $i..j$  - odpowiednio  $P^m$  i  $Z^m$  wyznaczyć możemy obwody Hamiltona, które nazywamy przezbrojeniami powtarzalnymi. Obwód, który przez analogię do marszruty oznaczaliśmy  $i..i$ , określamy w rozpatrywanej metodzie jako sumę ścieżki Hamiltona dla grafu  $m$  o zadanych wierzchołkach skrajnych  $i$  oraz  $j$  ( $i..j$ ) + łuk o przeciwnych wierzchołkach skrajnych  $ji$ .

Poszukiwanie minimalnego obwodu Hamiltona  $i..i$  na podstawie ścieżki Hamiltona można wyrazić zależnościami:

$$\text{lub } \left. \begin{array}{l} i \dots j + j_i = i \dots i \\ ij + j \dots i = i \dots i \end{array} \right\} \rightarrow \text{minimum } i \dots i \text{ dla } 3 \leq m \leq g. \quad (7)$$

Przebrożenia powtarzalne ustala się dodając przebrożenia zagregowane o zadanych detalach skrajnych i oraz  $j$  + przebrożenia niezagregowane o przeciwnych detalach skrajnych.

1. Przebrożenia jednocykliczne (nieseryjne) - Nm

$$P_{ij}^m + P_{ji} = Nm \quad \text{dla} \quad 3 \leq m \leq g; \quad (8)$$

graficzną ilustrację tych przebrożeń (na przykładzie N3) stanowi rysunek lb.

2. Przebrożenia wielocykliczne (seryjne) - S1m

$$Z_{ji}^m + Z_{ji} = S1m \quad \text{dla} \quad 3 \leq m \leq g \quad \text{oraz} \quad 3 \leq l \leq m; \quad (9)$$

przykład graficzny (jako S33) stanowi rysunek ld.

Określenie optymalnych przebrożeń wielocyklicznych wymaga, przed wykonaniem obliczeń według wzoru (9), wyznaczenia przebrożeń 2-seryjnych (tzn. dla  $l=2$ ) - S2m. Są one sumą dwu przebrożeń złożonych nie zagregowanych  $Z = P^m$  o przeciwnych detalach skrajnych:

$$Z_{ij} + Z_{ji} = S2m. \quad (10)$$

Graficzną ilustrację przebrożenia tego typu (jako S23) stanowi rysunek lc.

#### PRZYKŁAD

Macierz przebrożeń prostych  $P$  dla 6 detali produkowanych na linii „Homag - PCV”, będącej „wąskim przekrojem” wydziału obróbki zasadniczej w fabryce mebli zawiera tabela 1. Należy ustalić optymalne przebrożenia powtarzalne jednocykliczne (N 6) i wielocykliczne (S 16).

Kwadratową macierz danych (tab. 1) dzielimy na  $20 = \binom{6}{3}$  macierzy kwadratowych 3-elementowych. Przykład macierzy 3-stopnia, dla detali A, B, C zamieszczono w tabeli 2. W górnej części krutek tej macierzy zawarte są przebrożenia proste przeniesione z tabeli 1. Zgodnie z wzorami (3) i (4) określamy przebrożenia  $P^3$ . Wielkości  $P^3$  zamieszczono w dolnej części krutek. Technika wyznaczenia  $P^3$  jest następująca: przebrożenie zagregowane  $P^3$  jest sumą przebrożeń  $P$  znajdujących się w tym samym wierszu i w tej samej kolumnie, na przecięciu których poszukiwane  $P^3$  samo się znajduje. Na przykład  $A \dots B$  (ACB) określono jako sumę elementów: AC - leżącego w tym samym wierszu co  $A \dots B$  + CB - leżącego w tej samej kolumnie co  $A \dots B$

T a b e l a 2

Zasady wyznaczania przezbrojeń  $P^3$  oraz  $P^4$ 

NA Z	A	B	C	D
A	X	60 <u>120</u>	<u>90</u> 125	140 CB
B	80 155	X	65 170	195 AC
C	90 110	<u>30</u> <u>150</u>	X	<u>170</u> AB
D	70	<u>20</u>	25	

( $P^3 = P_{\text{wiersz}} + P_{\text{kolumna}}$ ). Odpowiada to wielkościom liczbowym:  $90 + 30 = 120$ , podkreślonych linią przerywaną w tabeli 2.

W tabeli 2 ustalono również na podstawie formuły (5) trzy wielkości przezbrojeń zagregowanych  $P^4$ . Przykładowo, wyznaczając  $P^4$  o symbolu C<sup>4</sup>.D należy porównać C<sup>3</sup>.A (CBA) + AD = 110 + 70 oraz C<sup>3</sup>.B (CAB) + BD = 150 + 20. Ponieważ wykonujemy minimalizację, rozwiązaniem jest liczba 170 i odpowiadająca jej sekwencja CABD. Sposób wyznaczenia tego przezbrojenia oznaczono w tabeli 2 przez podkreślenie linii ciągłą.

Analogicznie ustalono A<sup>4</sup>.D i B<sup>4</sup>.D. Te trzy wielkości  $P^4$  tworzą całą kolumnę D macierzy 4-stopnia dla detali A, B, C, D. Należy też zwrócić uwagę na dolny wiersz (D) w tabeli 2. Wiersz ten dodawany do kolejnych przezbrojeń  $P^3$  służy do wyznaczenia minimalnych przezbrojeń  $P^4$  oraz kolumny macierzy 4-stopnia. Zapisane w nim przezbrojenia proste P przeniesione są z kolumny D w tabeli danych dla odpowiednich detali (tutaj A, B, C, D).

Dla  $g = 6$  detali, w każdej z 20 macierzy 3-stopnia, należy znaleźć  $6-3=3$  kolumny odpowiednich macierzy 4-stopnia (por. tab. 5).

W podobny sposób jak w tabeli 2 kolumnę D, na podstawie macierzy 3-stopnia dla detali A, B, C ustalamy:

- kolumnę C dla detali A, B, D,
- kolumnę B dla detali A, C, D,
- kolumnę A dla detali B, C, D.

Uzyskujemy w ten sposób pełną macierz przezbrojeń zagregowanych  $P^4$ . Taką właśnie macierz 4-stopnia dla detali A, B, C, D zamieszono w tabeli 3.

Tabela 3

Zasady wyznaczenia przebrojeń  $P^5$ 

NA Z	A	B	C	D	E	F
A	×	135 CD	120 BD	140 CB	140 BDC	160 BDC
B	150 DC	×	190 AD	195 AC	210 ADC	230 ADC
C	125 DB	180 AD	×	<u>170</u> AB	<u>200</u> ABD DBA	215 ABD
D	150 CB	190 CA	190 BA	×	210 BAC	230 BAC
E	75	35	20	<u>30</u>		
F	110	45	40	45		

W kolejnym kroku (tab. 3) wyznaczono według zależności (5) - przebrojenia  $P^5$ . Na przykład określenie  $C^5.E$  wymaga porównania:  $C^4.D + DE = 170 + 30$ ,  $C^4.B + BE = 180 + 35$ ,  $C^4.A + AE = 125 + 75$ . Wielkość minimalną, czyli poszukiwane przebrojenie  $P^5$ , stanowi  $C^4.DE$  (CABDE) = 200, podkreślone linią ciągłą. Jest to jedno z rozwiązań alternatywnych. Taki sam łączny czas przebrajania uzyskamy przy kolejności detali CDBAE. Dolne wiersze E i F w tabeli 3 są odpowiednimi kolumnami macierzy 5-stopnia, zawierającej przebrojenia proste P, dla właściwych pięciu detali (tab. 1).

Dla  $g = 6$  detali każda macierz 4-stopnia służy do określenia dwóch ( $g - m = 6 - 4 = 2$ ) kolumn różnych macierzy 5-stopnia. W tabeli 3 wyznaczono: kolumnę E dla detali A, B, C, D, E oraz kolumnę F dla detali A, B, C, D, F. Łącznie należy przeliczyć  $15 = \binom{6}{4}$  macierzy 4-stopnia. Ponadto w I etapie obliczamy jeszcze:  $6 = \binom{6}{5}$  macierzy 5-stopnia i  $1 = \binom{6}{6}$  macierz  $m = g = 6$ .

I etap minimalizacji zakończony jest po uzyskaniu marszrut  $P^6$ , które są przebrojeniami złożonymi Z. Odpowiednie wielkości oraz kolejność detali zamieszczono w tabeli 4. Należy je interpretować następująco: wykonanie serii wyrobów złożonych z 6 rodzajów detali A, B, C, D, E, F, np. w ten sposób, by serię rozpocząć od

Przebrożenia złożone  $Z = P^6$  oraz przebrożenia powtarzalne  $S_{26}$

NA Z	A	B	C	D	E	F
A	x	205 AECFDB 435	200 ABDFEC 405	195 ABFCED 420	200 ABDFCE 410	175 ABDECF <u>365</u>
B	230 BDFECA	x	270 BADFEC BAEDFC 540	265 BAECFD 535	270 BADFCE 535	245 BADECF 495
C	205 CFEDBA CFEDBA	270 CAEFDB CEDFAB	x	260 CFBAED CABFED CEFBAE 530	260 CFDBAE 535	<u>240</u> CABDEF CDBAEF CEBADF 485
D	225 DFCEBA DECFA	270 DFECAB	270 DBAEFC	x	280 DBACFE 545	240 DBAEFC 485
E	210 ECFDBA	265 EDFCAB	275 EFDBAC EBADFC	265 ECABFD ECFBAD EFCABD	x	240 ECABDF 495
F	190 FCEDBA	250 FDECAB	245 FDBAEC	245 FECABD	255 FCDBAE FCABDE FDBACE	x

detalu A i zakończyć ją detalem F wymaga najkrótszego łącznego czasu przeobrażenia linii, tj. 175 minut. Ten minimalny czas przeobrażenia związany jest z kolejnością detali ABDECF. Przy produkowaniu detali w innej kolejności łączny czas przeobrażenia linii musi być dłuższy.

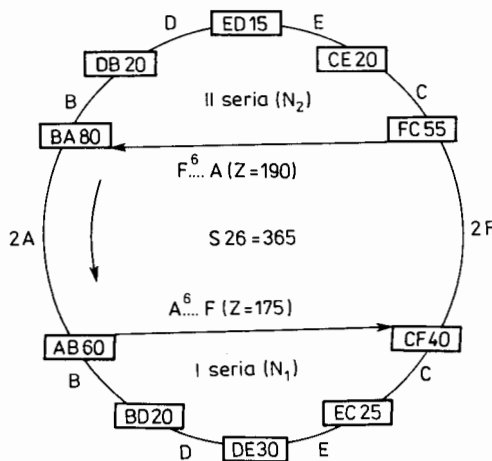
Przebrożenia jednocykliczne  $N_6$  ustalamy na podstawie wzoru (8) i danych z tabel 1 i 4. Określamy  $N_6$  dodając do pierwszego wiersza tabeli 1 pierwszą kolumnę tabeli 4 (może to być dowolny wiersz tabeli 1 lub 4 i odpowiadająca mu kolumna

drugiej tabeli). Optymalna wielkość  $N_6 = 285$  minut. Odpowiada jej kolejność detali AECFDBA.

Wyliczenie przezbrojeń powtarzalnych wielocyklicznych  $S_{16}$  wymaga znalezienia obwodów 2- i 6-elementowych dla macierzy  $Z = P^6$  z tabeli 4. Obwody 2-elementowe ustalamy na podstawie wzoru (10). Odpowiednie obliczenia przezbrojeń  $S_{26}$  podano w tabeli 4. Wielkości  $S_{26}$  znajdują się u dołu krątek w górnym trójkącie macierzy. Optymalna jest wielkość 365 minut. Odpowiada jej kolejność serii A...F...A.

Określenie optymalnej wielkości  $S_{16}$  wymaga wykonania obliczeń II etapu, tj. znalezienia jeszcze obwodów 3, 4, 5 i 6-elementowych, dla grafu  $Z$  z tabeli 4. Obliczenia II etapu są podobne, jak w I etapie. Dla każdej jednak macierzy stopnia  $m$  wymagają zamknięcia obwodu według wzorów (7) i (9), w sposób omówiony przy ustalaniu  $N_6$ .

Przykład określenia minimalnego obwodu  $S_{36}$  dla 3 detali A, D, F podano w tabeli 5. Po uprzednim wyznaczeniu przezbrojeń  $Z^3$  na podstawie macierzy  $Z$  (co wykonujemy analogicznie jak w I etapie, gdzie określiliśmy  $P^3$  na podstawie macierzy  $P$ ) porównujemy obwody:  $A...D + DA = 420 + 225$  oraz  $A...F + FA = 435 + 190$ . Wielkością mniejszą - rozwiązaniem - jest liczba 625, której odpowiada kolejność serii A...D...F...A. Sposób jej ustalenia podkreślono w tabeli 5. Kolejność detali w seriach należy odczytać z tabeli 4.



Rys. 2. Optymalna kolejność elementów meblowych wytwarzanych na linii „Homag - PCV”; A, B, C, D, E, F - elementy meblowe, AB - przezbrojenie proste linii obróbkowej z detalu A na detal B, A...F - przezbrojenie złożone, umożliwiające wyprodukowanie jednej serii zestawów mebli

Aby znaleźć optymalną wielkość  $S_{36}$  należy, podobnie jak w I etapie, przeanalizować 20 macierzy  $Z^3$ . Spośród tak określonych 20 obwodów wybieramy najmniejszy. Jest on optymalnym przezbrojeniem  $S_{36}$ . Na podstawie  $Z^3$  ustalamy przezbrojenia  $Z^4$ .

T a b e l a 5

Wyznaczenie przezbrojeń S 36, Z<sup>3</sup>, Z<sup>4</sup>

Z \ Na	A	D	F	B	C	E
A	X	195 420	175 <u>435</u>	685 DF	680 DF	690 DF
D	225 430	X	240 400	635 FA	630 FA	630 FA
F	<u>190</u> 470	245 385	X	655 AD	655 AD	665 AD
B	205	270	250	<u>625</u> ADFA		
C	200	270	245			
E	200	280	255	645 AFDA		

W tabeli 5 wyznaczono 3 kolumny odpowiednich macierzy 4-elementowych, w których zawarte są Z<sup>4</sup>. Postępowanie jest analogiczne, jak podczas określania w I etapie P<sup>4</sup>. Następnie należy porównać 15 obwodów 4-elementowych. Najmniejszy z nich, to optymalna wielkość S 46. W dalszym ciągu określa się Z<sup>5</sup>, 6 obwodów 5-elementowych i optymalną wielkość S 56. Podobnie - optymalne S 66.

T a b e l a 6

Wybór optymalnej wielkości przezbrojenia S 16 dla linii „Homag - PCV”

S 26	S 36	S 46	S 56	S 66
365	625	885	1150	1420
AFA	AFCA ADFA	ADFCA	ADFCEA	ACEBDFCA AEBDFCA
<u>182,5</u>	208,3	221,3	230,0	236,6
A B D E C F    F C E D B A				



Zestawienie najkrótszych dróg zamkniętych dla  $2 \leq l \leq 6$  zamieszczono w tabeli 6. W trzecim wierszu tej tabeli wyliczono średnią wielkość przebrojeń, przypadającą na jedną serię wyrobów  $\left(\frac{S16}{1}\right)$ . U dołu tabeli określono optymalną kolejność obróbki detali w cyklu produkcyjnym linii „Homag - PCV”. Tę optymalną kolejność ilustruje rysunek 2. Obok symboli przebrojeń prostych (np. AB) podano czasy ich wykonywania w minutach (np. 60).

#### UWAGI DOTYCZĄCE PRZEBRAJANEJ MASZYNY

Maszyna, dla której wykonuje się optymalizację przeobrażania, winna być obciążona w znacznym stopniu zadaniami produkcyjnymi. Teoretycznie można oczywiście wykonać minimalizację łącznego czasu dostosowywania dowolnej maszyny. Znaczenie praktyczne ma wyłącznie optymalizacja przeprowadzona dla stanowiska mającego względnie długi cykl produkcyjny. Obrabiarka taka winna jednocześnie charakteryzować się długimi i zróżnicowanymi przeobrażeniami prostymi. Tylko dla takiej maszyny można uzyskać licząc się w praktyce efekty ekonomiczne.

#### LITERATURA

1. Baran-Jarosz B.: Metoda rozwiązywania pewnego zagadnienia sekwencyjnego. Prz. Statyst., 1973, 2, 181-192.
2. Baran-Jarosz B., Grabowski W.: Wyznaczanie kolejności detali przechodzących w procesie produkcji ciąg operacji. Prz. Statyst., 1971; 3-4, 365-376.
3. Bellman R. E., Dreyfus S. F.: Programowanie dynamiczne. PWE, Warszawa 1967.
4. Hellwig Z.: Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. PWN, Warszawa 1980.
5. Jankowska-Zorychta Z.: Modele uszeregowania prac na maszynach. Prz. Statyst., 1973, 1, 11-25.
6. Jankowska-Zorychta Z.: Opis matematyczny pewnego zagadnienia z dziedziny organizacji produkcji. Prz. Statyst., 1971, 2, 119-128.
7. Lis W.: Optymalizacja przeobrażania obrabiarek w przemyśle drzewnym. Roczn. AR Poznań 1984, 142.
8. Solich R.: Problem wyznaczania kolejności produkcji wyrobów złożonych. Prz. Statyst., 1973, 2, 211-229.
9. Wentzel E.: Elementy programowania dynamicznego. PWE, Warszawa 1966.

Войцех Лис

#### ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ОБРАБОТКИ МЕБЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Р е з ю м е

Рассматривается метод оптимизации последовательности обработки мебельных элементов (сложных изделий) и мебельных гарнитуров (многократных изделий). Метод основывается на анализе времен переармировки станков. Он делает возможной минимизацию общего времени переармировки приходящегося в среднем на один произведенный мебельный гарни-

тур (многоциклические повторяемые переармировки), или минимизацию времени переармировки проводимой в располагаемом времени работы (повторимые одноциклические переармировки или неповторимые переармировки). Применяли 2-этапный рекуррентный процесс и матричное представление данных.

Разработанный метод был проведен на примере оптимизации последовательности производства плитовых фанерованных элементов многофункциональной мебели производимой на линии обработки "Гомаг".

Wojciech Lis

## PROCESSING SEQUENCE OF THE FURNITURE ELEMENTS

### Summary

The method of optimization of the processing sequence of particular furniture elements (complex products) is presented. The method is based on the analysis of the re-armament time of the woodworking machines. It allows to minimize the total re-armament time falling, on the average, for a manufactured series of products (repeated many-cyclical re-armaments), or to minimize the time of re-armaments performed within the work time being at disposal (repeated one-cyclical re-armaments or non-repeated re-armaments). The 2-stage recurrence procedure and matrix presentation of the data were applied. The above method was verified on the basis of an example of optimization of the sequence of manufacturing plate elements of veneered many-functional furniture pieces produced within the "Homag" processing line.