

# **Statystyczna analiza multiplikatywnych składowych plonu roślin – podstawy modelowania**

*Marcin Kozak, Wiesław Mądry*

*Katedra Statystyki Matematycznej i Doświadczalnictwa SGGW*

*ul. Nowoursynowska 159, 02-787 Warszawa*

*e-mail: marcin.kozak@omega.sggw.waw.pl; w.madry@agrobiol.sggw.waw.pl*

**Słowa kluczowe:** plon roślin, składowe plonu, multiplikatywne składowe, cechy pierwotne, analiza plonu, model plonu

## **Wstęp**

Plon roślin uprawnych (dalej zwany plonem) jest cechą ilościową, określającą końcowy rezultat skomplikowanego procesu ontogenezy roślin, który jest uwarunkowany przez wiele różnych przyczyn. Zależnie od kierunku i celu badań można rozpatrywać jego uwarunkowanie przez czynniki siedliskowe, uprawowe oraz biologiczne (genetyczne i fizjologiczne). Wszystkie wymienione czynniki kształtują w trakcie ontogenezy te cechy ładu i roślin, które mają określone znaczenie plonotwórcze. Zatem ocena uwarunkowania plonu przez takie cechy dostarcza wiedzy o ich ilościowej roli w kształtowaniu plonu, może więc stanowić wartościowy przedmiot badań nad mechanizmem plonowania roślin.

Najważniejszymi plonotwórczymi cechami roślin i ładu są składowe plonu. Są one takimi cechami, zrealizowanymi w fazie zakończenia wegetacji (obserwowanymi zwykle w czasie zbioru), których suma lub iloczyn stanowi plon [4, 9, 12]. Ze względu na wymienione spojrzenie na plon, jest on traktowany jako cecha złożona (ang. complex character), odpowiednio addytywnie lub multiplikatywnie [12, 15]. Składowe plonu całkowicie wyjaśniają jego zmienność.

Przykładem plonu jako cechy złożonej addytywnie jest plon korzeni buraka cukrowego na jednostce powierzchni, traktowany jako suma mas korzeni należących do różnych frakcji ich wielkości [11]. Podobnym przykładem może być plon ziarna zbóż na jednostce powierzchni, rozpatrywany jako suma mas ziarna z roślin jednopędowych, dwupędowych i wielopędowych. Takie traktowanie plonu nazywane jest zwykle strukturą plonu. Plon ziarna zbóż na jednostce powierzchni może być traktowany

także jako iloczyn dwóch składowych (obsady roślin na jednostce powierzchni i średniego plonu z rośliny), trzech składowych (liczby kłosów na jednostce powierzchni, średniej liczby ziarniaków w kłosie oraz średniej masy ziarniaka) lub czterech składowych (liczby roślin na jednostce powierzchni, średniej liczby kłosów na roślinie, średniej liczby ziarniaków w kłosie oraz średniej masy ziarniaka). Dlatego może być on także przykładem cechy złożonej multiplikatywnie.

Zwykle rozpatruje się plon roślin jako cechę złożoną multiplikatywnie. Dlatego też w niniejszej pracy zajmujemy się jedynie plonem jako cechą określoną w ten sposób i jego uwarunkowaniem przez cechy składowe, opisanym w kategoriach statystycznych. Zależność między plonem a jego składowymi ma charakter funkcyjny o postaci:

$$Y = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_k \quad (1)$$

gdzie  $Y$  jest plonem,  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ , są składowymi plonu.

Zakładamy, że plon i jego składowe są opisane przez wektor wzajemnie skorelowanych zmiennych losowych  $[Y, X_1, X_2, \dots, X_k]'$ , który realizuje się w pewnej populacji jednostek doświadczalnych (pojedynczych roślin w łanie, poletek, łańców produkcyjnych itp.), generowanej przez określone zjawisko masowe wegetacji roślin w różnorodnych warunkach, spowodowanych przez przyczyny genetyczne lub środowiskowe (siedliskowe w określonej skali czasowo-przestrzennej i uprawowe), lub przez wszystkie te przyczyny jednocześnie.

Badania statystyczne nad poznaniem plonotwórczej roli składowych plonu, czyli uwarunkowaniem plonu przez jego składowe, nazywane analizą składowych plonu (ang. yield component analysis [4]), interesują badaczy z różnych dziedzin. Mają one znaczenie zarówno poznawcze (głównie w botanice, fizjologii plonowania oraz ilościowej genetyce populacji), jak i praktyczne w hodowli i uprawie roślin. Analiza składowych plonu polega na statystycznym modelowaniu, analizie i interpretacji zależności plonu od jego składowych. Modelowanie tych zależności powinno odzwierciedlać specyficzną postać związków korelacyjnych i przyczynowo-skutkowych między składowymi plonu kształtującymi się w procesie ontogenezy oraz matematyczny charakter zależności plonu od jego składowych, wynikający z traktowania plonu jako cechy złożonej multiplikatywnie. Zatem modelowanie statystyczne, opisujące jak najbardziej wiernie rzeczywiste uwarunkowanie plonu badanego gatunku roślin przez jego składowe, powinno uwzględniać następujące założenia:

- plon jest funkcją multiplikatywną jego składowych [1];
- składowe plonu rozwijają się w pewnej ustalonej kolejności (sekwencyjnie) lub współbieżnie;
- składowe plonu są wzajemnie skorelowane, jeśli rozwijają się współbieżnie, lub występują między nimi zależności przyczynowo-skutkowe, jeśli rozwijają się one sekwencyjnie.

W niniejszej pracy poszerzymy zakres znaczeniowy analizy składowych plonu o cechy zwane pierwotnymi cechami rozwojowymi (ang. primary characters [15]). Cechy te opisują stan rozwoju plonu w określonych fazach ontogenezy roślin – są one punktem wyjściowym do stworzenia składowych plonu.

Analizę składowych plonu wykonuje się w odniesieniu do rozważanej populacji jednostek doświadczalnych. Stosuje się odpowiednie metody statystyczne, z których większość jest oparta na liniowym modelu regresji wielokrotnej i polega na różnych zastosowaniach klasycznej lub zmodyfikowanej analizy korelacji i regresji. Dane do tej analizy powinny być obserwacjami interesujących zmiennych w próbie reprezentatywnej, wylosowanej z rozważanej populacji jednostek. Zależnie od czynników generujących zmienność cech w takiej populacji jednostek, badane zależności w analizie składowych plonu zwykle są różne.

Celem pracy jest szczegółowa charakterystyka plonu roślin jako cechy złożonej multiplikatywnie, obejmująca definicję składowych i głównych cech rozwojowych oraz model multiplikatywny plonu względem wymienionych cech plonotwórczych.

## Określenie plonu jako cechy złożonej multiplikatywnie

---

Plon został po raz pierwszy rozpatrzony jako cecha złożona multiplikatywnie przez Engledow i Wadhama [za 4]. Kolejne badania nad plonem pojmowanym w ten sposób podejmowali Waldron [za 19], Engledow i Ramiah [za 3] oraz Woodworth [za 20]. W późniejszych czasach rozumienie plonu traktowanego jako iloczyn jego składowych rozwijało się, stanowiąc inspirację do opracowania i skutecznego stosowania odpowiednich metod analizy składowych plonu [1, 4, 7, 8, 9, 13, 14, 16, 17]. W dalszych rozważaniach przedstawimy definicje pojęć związanych z multiplikatywnymi składowymi plonu roślin, tworząc w ten sposób podstawy modelowania i statystycznej analizy plonu.

### **Definicja 1** [9, 10, 12, 15]

*Cechą złożoną* nazywamy taką zmienną losową ciągłą w populacji jednostek doświadczalnych rozważanego zjawiska masowego, która jest sumą (cecha złożona addytywnie) bądź iloczynem (cecha złożona multiplikatywnie)  $k$  zmiennych losowych, zwanych składowymi.

Uwarunkowanie cech złożonych, określonych za pomocą definicji 1, jest przedmiotem badań w genetyce, hodowli i uprawie roślin. Wiele cech roślin oraz łanu może być traktowanych jako cechy złożone, jednak rozpatruje się tylko te, które są interesujące z naukowego lub praktycznego punktu widzenia. Wśród nich najważniejszą cechą złożoną multiplikatywnie, czyli stanowiącą iloczyn  $k$  składowych, jest plon.

**Definicja 2** [10]

Plon traktujemy jako cechę złożoną *multiplikatywnie* wówczas, gdy może być on określony w postaci iloczynu  $k$  składowych:

$$Y = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_k = \prod_{i=1}^k X_i \quad (2)$$

gdzie  $Y$  jest plonem,  $X_1, X_2, \dots, X_k$  są *multiplikatywnymi* składowymi plonu.

Multiplikatywne składowe plonu będziemy nazywali dalej składowymi plonu. Ich rozwój (kształtowanie) polega na wzroście i rozwoju organów roślin. Wyróżnimy dwa rodzaje rozwoju składowych plonu:

- 1) rozwój składowych plonu w określonym następstwie czasowym, powodującym związki przyczynowo-skutkowe między nimi,
- 2) rozwój składowych plonu *współbieżny* w czasie i *współzależny*.

Pierwszy rodzaj rozwoju składowych plonu nazwiemy *sekwencyjnym*, drugi zaś *niesekwencyjnym*.

Ze względu na różnice w zastosowanym w niniejszej pracy statystycznym podejściu do analizy składowych plonu, zależnie od rodzaju ich rozwoju, rozpatrzymy model plonu, stanowiący podstawę podejścia do analizy specyficznie dla obu rodzajów rozwoju składowych plonu.

Wśród badaczy wciąż toczy się dyskusja nad traktowaniem kolejności rozwoju cech składowych plonu w ich analizie. Jedni autorzy [5, 8, 15, 16, 17] uznają, że rozwój ten jest *sukcesywny* (*sekwencyjny*), tzn. odbywa się w kolejnych nierozłącznych okresach czasowych, układających się w łańcuch ontogenetyczny. Inni natomiast [6, 7, 12] uważają, że trudno jest jednoznacznie stwierdzić, która z cech składowych rozwija się pierwsza, a która druga, trzecia i kolejno. Dlatego też, ich zdaniem, w analizie składowych plonu nie powinno zakładać się *sekwencyjnego* rozwoju tych cech, lecz przyjąć, że ich rozwój jest *współbieżny* (*niesekwencyjny*) w trakcie ontogenezy. Piepho [12] porównał zastosowanie podejścia *sekwencyjnego* i *niesekwencyjnego* do analizy składowych plonu i wykazał, że ich wyniki wyraźnie różnią się od siebie.

Naszym zdaniem obydwie spojrzenia na kolejność rozwoju składowych plonu mogą być uzasadnione, albowiem rozwój jednych jest wyraźnie *sekwencyjny* (np. takich składowych plonu ziarna zbóż na jednostce powierzchni, jak liczba kłosów na jednostce powierzchni, średnia liczba ziaren w kłosie oraz średnia masa ziarniaka), innych natomiast *niesekwencyjny*, czyli *współbieżny* (np. takich składowych technologicznego plonu cukru z jednostki powierzchni uprawy buraka cukrowego, jak plon korzeni oraz wydajność cukru z korzenia). Zatem w poprawnej analizie składowych plonu przydatne są zarówno metody statystyczne uwzględniające założenie o *sekwencyjnym*, jak i *niesekwencyjnym* rozwoju składowych.

## Model plonu w sekwencyjnym rozwoju jego składowych

---

### Definicja 3 [10]

Rozwojem sekwencyjnym składowych plonu nazywamy kształtowanie się tych cech w kolejnych  $i$ -tych ( $i = 1, 2, \dots, k$ ), zazwyczaj nierozłącznych, okresach (etapach) ontogenezy roślin, co powoduje, że każda składowa może rozwijać się zależnie od składowych poprzedzających ją w rozwoju, nie wywierając na nie wpływu.

Sekwencyjny rozwój składowych plonu odbywa się w porządku quasi-chronologicznym. Zwykle nie można wydzielić rozłącznych okresów kształtowania poszczególnych cech, ponieważ istnieją wyraźne okresy, w których kształtują się one równocześnie. Rozwój pierwszej składowej plonu ( $i = 1$ ) nie jest warunkowany przez kolejne składowe ( $i > 1$ ). Z biologicznych praw rozwoju ładu roślin wynika, że druga składowa plonu rozwija się zależnie od poprzedzającej ją w rozwoju pierwszej składowej, niezależnie natomiast od kolejnych ( $i > 2$ ). Przyjmujemy więc, że każda  $i$ -ta ( $i > 1$ ) składowa plonu jest statystycznie zależna od składowych poprzedzających ją w rozwoju (w części jest ich skutkiem, nie będąc ich przyczyną) oraz może być przyczyną składowych następujących po niej. Wynika z tego, że związków między tymi cechami nie interpretujemy jako współzależności, lecz jako ukierunkowane, sekwencyjne zależności przyczynowo-skutkowe, które są spowodowane przez czynniki wspólne działające na składowe plonu w częściowo nakładających się okresach oraz przez efekty następcze wcześniejszych składowych na późniejsze w łańcuchu ontogenetycznym.

Mimo że składowe plonu rozwijają się ostatecznie w kolejnych etapach ontogenezy roślin, ich wartości mogą być modyfikowane do końca wegetacji roślin przez czynniki takie jak choroby, szkodniki, wyleganie, warunki pogodowe lub inne. Dlatego w modelowaniu analizy składowych plonu, zmierzającej do możliwie wiarygodnej oceny wpływu składowych na plon, rozpatrujemy ich realizacje w momencie zakończenia procesu tworzenia plonu, czyli w czasie jego zbioru. Dzięki temu możliwe jest rozpatrywanie plonu jako cechy złożonej multiplikatywnie. Dążąc do odpowiedniego ujęcia zespołu związków między plonem a jego składowymi, opisujących statystycznie uwarunkowanie biologiczne plonu roślin przez te składowe, byłoby pożądane, aby w badaniach eksperymentalnych, dostarczających dane dla analizowanych cech, nie wystąpiły wspomniane czynniki działające destrukcyjnie na łąn w trakcie wegetacji roślin, w okresie pomiędzy fizjologicznym wykształceniem składowych, a zbiorem.

### Definicja 4 [10]

Składową plonu  $X_i$  rozwijającą się sekwencyjnie nazywamy cechą ładu roślin, ukształtowaną fizjologicznie w  $i$ -tym okresie ( $i = 1, 2, \dots, k$ ), a zrealizowaną ostatecznie i obserwowaną w czasie zbioru, która jest wyrażona następująco [1, 8, 9, 15]:

$$\begin{aligned} X_i &= V_i \text{ dla } i = 1 \\ X_i &= V_i/V_{i-1} \text{ dla } i = 2, 3, \dots, k-1, \\ X_i &= Y/V_{i-1} \text{ dla } i = k \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie:  $X_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ , jest  $i$ -tą składową plonu,  
 $V_i$  ( $V_{i-1}$ ) jest  $i$ -tą (( $i-1$ )-ą) główną cechą rozwojową plonu ( $V_k = Y$ ),  
 $Y$  jest plonem.

### Definicja 5 [10]

*Pierwotną cechą rozwojową plonu  $V_i$  nazywamy taką losową cechę łąnu, która określa stan rozwoju plonu po zakończeniu  $i$ -tego ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) okresu ontogenezy roślin [15].*

Biorąc pod uwagę (2) i (3), plon jako cechę złożoną multiplikatywnie można przedstawić w postaci następującej funkcji [1, 8, 15]:

$$Y = V_1 \cdot (V_2/V_1) \cdot \dots \cdot (Y/V_{k-1}) = V_1 \prod_{i=2}^k (V_i/V_{i-1}) = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_k \prod_{i=1}^k X_i \quad (4)$$

Model (4) jest modelem rozwojowym plonu jako cechy złożonej multiplikatywnie. Uwzględnione w nim pierwotne cechy rozwojowe plonu  $V_i$  są pierwotnymi plonotwórczymi cechami łąnu, opisującymi stan rozwoju plonu po zakończeniu  $i$ -tego okresu ontogenezy roślin. Pierwotną cechą rozwojową po zakończeniu ostatniego ( $k$ -tego) okresu ontogenezy roślin jest plon ( $V_k = Y$ ).

Rozwój kolejnej pierwotnej cechy rozwojowej jest kontynuacją rozwoju poprzedniej cechy  $V_{i-1}$ . Każda  $i$ -ta składowa plonu jest przeliczeniem  $i$ -tej pierwotnej cechy rozwojowej na jednostkę ( $i-1$ )-ej pierwotnej cechy rozwojowej. Zatem składowe są wtórnymi plonotwórczymi cechami łąnu, zdefiniowanymi na podstawie pierwotnych cech rozwojowych. Są one wyrażeniem klasycznego spojrzenia na uwarunkowanie plonu przez cechy roślin i łąnu. Alternatywnym podejściem do analizy statystycznej uwarunkowania plonu przez cechy roślin i łąnu mogłoby być opisanie zależności plonu od pierwotnych cech rozwojowych.

Dla zobrazowania definicji 3, 4 i 5 poniżej przedstawimy przykład pierwotnych cech rozwojowych i składowych plonu.

**Przykład 1.** Rozpatrujemy plon ziarna zbóż na jednostce doświadczalnej (roślinie lub jednostce powierzchni) jako cechę złożoną multiplikatywnie. Jego pierwotne cechy rozwojowe i składowe, kształtujące się w kolejnych okresach rozwoju, przedstawiono w tabeli 1.

Pierwszym etapem rozwoju plonu ziarna zbóż na jednostce doświadczalnej jest wykształcenie pędów kłosonośnych, którego rezultatem jest pierwsza pierwotna cecha rozwojowa plonu  $V_1$ , czyli liczba kłosów na jednostce doświadczalnej. Jest ona równoważna pierwszej składowej plonu. Ten etap rozwoju trwa od siewu do fizjologicznego wykształcenia  $V_1$  i  $X_1$ , czyli do fazy kłoszenia. W dalszym rozwoju roślin wykształca się liczba ziaren na jednostce doświadczalnej, czyli druga pierwotna cecha

**Tabela 1.** Cechy ładu roślin zbożowych rozwijające się sekwencyjnie, warunkujące plon ziarna na jednostce doświadczalnej

Okres rozwoju <sup>1</sup>	Pierwotna cecha rozwojowa	Cecha składowa
1	$V_1 =$ liczba kłosów na j.d. <sup>2</sup>	$X_1 = V_1 =$ liczba kłosów na j.d.
2	$V_2 =$ liczba ziaren na j.d.	$X_2 = V_2/V_1 =$ średnia liczba ziaren w kłosie na j.d.
3	$V_3 = Y =$ masa ziarna (plon) na j.d.	$X_3 = Y/V_2 =$ średnia masa ziarniaka na j.d.

<sup>1</sup> okresy (etapy) ontogenezy, w których pierwotne cechy rozwojowe kończą swój rozwój, a cechy składowe plonu zaczynają i kończą swój rozwój;

<sup>2</sup> j.d. oznacza jednostkę doświadczalną (roślinę lub jednostkę powierzchni)

rozwojowa  $V_2$ . Jej rozwój kończy się w fazie zawiązania ziarniaków. Ilorazem  $V_2$  i  $V_1$  jest druga składowa plonu, tj. średnia liczba ziarniaków w kłosie (odniesiona do tej samej jednostki powierzchni, na której określa się liczbę kłosów). Składowa ta rozwija się w okresie od krzewienia do końca rozwoju  $V_2$ , a więc znacznie pokrywającym się z pierwszym etapem rozwoju  $V_1$  i  $X_1$ .

Po wykształceniu się drugiej pierwotnej cechy rozwojowej  $V_2$ , w dalszym rozwoju ostatecznie wykształca się masa ziarna z jednostki doświadczalnej, czyli plon ziarna, który jest trzecią pierwotną cechą rozwojową,  $V_3 = Y$ . Wykształcenie masy ziarna na jednostce doświadczalnej, czyli plonu, kończy się w stadium dojrzałości pełnej, a w praktyce przy zbiorze. Trzecia składowa plonu, średnia masa ziarniaka (odniesiona także do tej samej jednostki powierzchni, na której określa się dwie pierwsze składowe plonu), jest ilorazem plonu ziarna na jednostce doświadczalnej i drugiej głównej cechy rozwojowej  $V_2$  (liczby ziaren na jednostce doświadczalnej). Jej rozwój odbywa się w trzecim okresie ontogenezy, tzn. w okresie od zawiązania ziarniaków do stadium dojrzałości pełnej.

## Model plonu w niesekwencyjnym rozwoju jego składowych

Zdarza się, że składowe plonu rozwijają się w czasie ontogenezy współbieżnie oraz współzależnie. W takim przypadku mamy do czynienia z równoczesnym wykształceniem wszystkich cech – składowych oraz cechy złożonej, czyli plonu. U roślin uprawnych mamy wiele przykładów takich cech, jednak wszystkie one dotyczą tylko dwóch składowych plonu w modelu multiplikatywnym (2) dla rozwoju niesekwencyjnego. Dlatego też podrozdział ten będzie uwzględniał jedynie taki przypadek. Z tego samego względu, w rozwoju niesekwencyjnym składowych plonu nie będziemy wydzielali pierwotnych cech rozwojowych plonu, albowiem cechy te nie wzbogacają analizy i interpretacji wyników.

**Definicja 6** [10]

*Niesekwencyjnym rozwojem składowych plonu nazywamy kształtowanie się tych cech współbieżnie i współzależnie w trakcie ontogenezy.*

Ponieważ składowe plonu w rozwoju niesekwencyjnym charakteryzują się współbieżnością kształtowania, mogą być (i zazwyczaj są) współzależne. Powoduje to, że wpływ jednej składowej na plon jest uwikłany z wpływem drugiej składowej, a wszelka ocena statystyczna tego wpływu jest z natury rzeczy niejednoznaczna. Dla zobrazowania definicji 6 poniżej przedstawimy przykład składowych plonu, które kształtują się współbieżnie i współzależnie w trakcie ontogenezy.

**Przykład 2.** Rozpatrujemy plon ziarna zbóż na roślinie lub jednostce powierzchni jako cechę złożoną multiplikatywnie. Wyróżniamy dwie składowe plonu, rozwijające się współbieżnie w trakcie ontogenezy:

- plon całkowitej masy nadziemnej na roślinie lub jednostce powierzchni;
- współczynnik plonowania rolniczego, czyli indeks żniwny (ang. harvest index – HI), zdefiniowany jako iloraz plonu ziarna oraz plonu całkowitej masy nadziemnej.

Obie te składowe rozwijają się współbieżnie ze względu na równoczesny przebieg mechanizmów ich kształtowania oraz wspólne przyczyny. Badając wpływ współczynnika plonowania rolniczego na plon, badamy związek plonu ze strukturą masy roślin, która z kolei jest zależna od struktury łanu kształtującej się w trakcie całego okresu wegetacji. Badanie to jest więc próbą oceny wpływu zmienności struktury łanu na plonowanie roślin [13, 14].

## Sposoby obserwacji plonu i plonotwórczych cech łanu

W celu przeprowadzenia analizy składowych plonu za pomocą dowolnej metody statystycznej, potrzebna jest  $n$ -elementowa próba prosta, wylosowana z rozpatrywanej populacji jednostek doświadczalnych. Na  $j$ -tych ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) jednostkach doświadczalnych obserwujemy w czasie zbioru zmienne losowe  $[Y, V_1, \dots, V_{k-1}, X_1, \dots, X_k]$ , stanowiące plon oraz pierwotne cechy rozwojowe i składowe plonu. Obserwacja (określanie) wartości tych cech w praktyce nie jest łatwa i wymaga zastosowania różnych sposobów, zależnych od gatunku roślin, możliwości technicznych i osobowych. Bierzemy pod uwagę tylko takie sposoby obserwacji rozpatrywanych cech, które spełniają dwa warunki:

- 1) błąd obserwacji badanych cech, złożony z błędu próbki materiału roślinnego, pobieranej na jednostce doświadczalnej (jeśli obserwacja cechy nie jest dokonywana na całej jednostce, jak w przypadku np. obserwacji masy 1000 ziaren) oraz fizycznego błędu pomiaru cechy, jest możliwie najmniejszy;
- 2) obserwacje cech podlegają modelowi multiplikatywnemu.



Wymienione warunki sposobów obserwacji zapewniają dużą wiarygodność wyników analizy uwarunkowania plonu przez jego składowe lub pierwotne cechy rozwojowe w rozważanej populacji jednostek doświadczalnych. Z badań przeprowadzonych z pszenżytem ozimym w Katedrze Agronomii (Zakład Szczegółowej Uprawy Roślin) SGGW w Warszawie wynika, że błąd próbki przy dokonywaniu obserwacji składowych plonu ziarna na poletkach o powierzchni około  $20 \text{ m}^2$  może być bardzo duży. Wskazuje na to stosunkowo mała wartość (poniżej 55%) współczynnika determinacji plonu ziarna, obserwowanego na całych poletkach, przez jego trzy składowe (podane w tabeli 1), obserwowane na podpoletkach o powierzchni  $1 \text{ m}^2$  (dane nie publikowane). Dla danych z obserwacji zarówno plonu ziarna, jak i tych składowych na podpoletkach, stwierdzono dużą wartość współczynnika determinacji plonu przez jego składowe, przekraczającą 95% [13, 14].

Aby zapewnić możliwie najmniejszy błąd obserwacji rozpatrywanych cech, należy wybrać taką metodę obserwacji, w której wykorzystuje się cały lub prawie cały materiał roślinny na jednostce doświadczalnej. Jest to ważne i szczególnie trudne wtedy, gdy obserwacje są przeprowadzane na jednostkach powierzchni. Wzięcie całego materiału roślinnego przy obserwacji plonu i cech plonotwórczych nie nastęrcza zwykle trudności, gdy jednostką obserwacji jest roślina. Wyjaśnimy to na przykładzie. Załóżmy, że na  $j$ -tych ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) roślinach w próbie losowej obserwujemy plon  $Y$  oraz jego  $k - 1$  pierwotnych cech rozwojowych  $V_i$  dla  $i = 1, \dots, k - 1$ . Wartość cech składowych  $X_i$  ( $i = 1, \dots, k$ ) obliczamy zgodnie ze wzorem (3), otrzymując w ten sposób dane, dla których jest spełniony model (2).

Z takim sposobem podejścia do obserwacji cech można spotkać się np. w badaniach nad analizą plonu owoców truskawki na pojedynczej roślinie. Obserwując pierwotne cechy rozwojowe, tj. liczbę kwiatostanów, liczbę owoców na roślinie oraz masę owoców na roślinie, nie popełniamy błędu próbki, jedynie błąd pomiaru (jak wspomniano wcześniej, dążymy do tego, aby był on jak najmniejszy). Uznajemy więc, że tak uzyskane dane są dobrym materiałem doświadczalnym do analizy składowych plonu.

U zbóż nie mamy możliwości bezpośredniego obserwowania wszystkich pierwotnych cech rozwojowych na jednostce powierzchni – technicznie niemożliwe jest obserwowanie liczby ziaren na jednostce powierzchni (np. na  $1 \text{ m}^2$ ). W takich przypadkach stosujemy inny sposób obserwacji plonu, jego pierwotnych cech rozwojowych oraz składowych. Polega on na obserwacji plonu oraz  $(k - 1)$  składowych, następnie obliczeniu wartości obserwacji jednej brakującej składowej z teoretycznej zależności, opisanej w modelu (2) oraz obliczeniu wartości obserwacji  $(k - 1)$  pierwotnych cech rozwojowych z zależności (3).

Założmy, że na  $j$ -tych ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) jednostkach powierzchni, pochodzących z reprezentatywnej (prostej) próby losowej, obserwujemy plon  $Y$  oraz jego  $(k - 1)$  składowych  $X_i$  dla  $i = 1, \dots, k$  oraz  $i \neq i'$  (czyli nie obserwujemy cechy składowej  $X_{i'}$ ). Wartość  $j$ -tej obserwacji cechy składowej  $X_{i'}$  obliczamy za pomocą następującej zależności:

$$\hat{X}_{ij} = \frac{Y_j}{\prod_{i=1, i \neq i'}^k X_{ij}} \quad (5)$$

gdzie:  $\hat{X}_{ij}$  jest obliczaną wartością cechy składowej  $X_i$  na  $j$ -tej jednostce powierzchni,  
 $Y_j$  jest obserwacją plonu  $Y$  na  $j$ -tej jednostce powierzchni,  
 $\prod_{i=1, i \neq i'}^k X_{ij}$  jest iloczynem  $j$ -tych obserwacji składowych plonu ( $i = 1, \dots, k$  oraz  $i \neq i'$ ).

W ten sposób otrzymujemy następujący model multiplikatywny (2) dla obserwacji plonu z próby względem obserwacji jego składowych:

$$Y_j = \hat{X}_{ij} \cdot \prod_{i=1, i \neq i'}^k X_{ij} \quad (6)$$

Model (6) w próbie jest analogiczny do modelu teoretycznego (populacyjnego) (2). Składowa  $X_i$ , dla której obserwacje są obliczane za pomocą równania (5), powinna być tą składową, o której *a priori* wiemy, że jej rzeczywiste obserwacje są obciążone największym błędem (próbki lub/oraz obserwacji).

Na podstawie obserwacji wszystkich składowych plonu, obliczamy wartości drugiej i kolejnych pierwotnych cech rozwojowych, posługując się relacjami (3). Opisaną tutaj metodę obserwacji plonu i jego składowych opracował i zastosował w praktyce u roślin zbożowych Rozbicki [13] (por. przykład 1). Obserwuje się wtedy plon ziarna oraz liczbę kłosów na jednostce powierzchni i średnią masę ziarniaka (masę tysiąca ziaren) z próbki ziaren z poletka, a na ich podstawie, korzystając ze wzoru (5), oblicza się średnią liczbę ziaren w kłosie w odniesieniu do jednostki powierzchni. Zwróćmy uwagę na to, że w przypadku powyżej opisanej obserwacji cech składowych plonu roślin zbożowych, popełniany jest błąd próbki tylko przy obserwacji masy tysiąca ziaren. Jest to nieuniknione. Dlatego należy szczególnie zadbać o to, aby próbki ziaren z poletek (mikropoletek, w podanym przykładzie) do wyznaczenia średniej masy ziarniaka były reprezentatywne, tzn. odpowiednio liczne i prawidłowo pobrane.

Podobnie wygląda obserwacja składowych plonu buraka cukrowego [20]. Obserwowany jest plon korzeni z jednostki powierzchni i obsada korzeni na jednostce powierzchni (pierwsza składowa). Druga składowa, czyli średnia masa korzenia, obliczana jest na podstawie ilorazu plonu oraz obsady korzeni, czyli na podstawie równania (5).

W praktyce doświadczalnej spotyka się także takie sposoby obserwacji rozpatrywanych cech, które nie są prawidłowe. Ich zastosowanie prowadzi do uzyskania danych obciążonych dużym błędem obserwacji, mimo że takie obserwacje podlegają modelowi multiplikatywnemu (2). Przykładem błędnego postępowania jest obserwacja jednych cech składowych na całej powierzchni jednostki doświadczalnej, innych

zaś na próbce roślin z takiej jednostki oraz obliczanie wartości plonu na podstawie ich iloczynu. W takim przypadku dane z obserwacji podlegają modelowi (2), lecz wartości tak obliczonego plonu na jednostce doświadczalnej mogą znacznie odbiegać od jego prawdziwej wartości. Powodem może być błąd próbki, jaki jest popełniany przy obserwacjach niektórych ze składowych (np. średniej liczby ziaren w kłosie oraz średniej masy ziarniaka u roślin zbożowych). Analiza składowych plonu wykonana na podstawie tak zebranych danych empirycznych, pomimo tego, że spełniają one warunek modelu (2), nie pozwala na wiarygodne wnioskowanie. Wynika to z faktu, że znaczne błędy obserwacji plonu i jego składowych, które są nie tylko losowe, ale też mogą być systematyczne, mogą zniekształcić prawdziwy obraz uwarunkowania plonu przez obie kategorie plonotwórczych cech łanu, opisany za pomocą danej metody.

Inny błędny sposób obserwacji plonu i cech składowych polega na tym, że składowe są obserwowane i obliczane wyżej opisanym sposobem na małych próbach z poletka (np. powierzchni  $0,5 \text{ m}^2$ ), plon zaś jest obserwowany na całym poletku. Dlatego błąd obserwacji (głównie błąd próbki) składowych plonu, odnoszonych do całych poletek, jest znaczny. Świadczy o tym przytaczany przykład rzeczywisty dla pszenżyta ozimego. Ponadto dane obserwowane w ten sposób nie są opisane za pomocą modelu multiplikatywnego (2).

## Podsumowanie

---

W pracy przedstawiono podstawy statystycznego modelowania plonu roślin, traktowanego jako cecha złożona multiplikatywnie. Podaliśmy sześć definicji, które określają analitycznie plon i w ten sposób opisują jego zależność od składowych. Zaprezentowano również ścisłą definicję składowych oraz pierwotnych cech rozwojowych. Praca zawiera rozważania na wciąż kontrowersyjne w literaturze międzynarodowej zagadnienie ontogenetycznej kolejności (sekwencyjności) oraz współbieżności rozwoju składowych plonu. Uznaliśmy, że jedne składowe rozwijają się sekwencyjnie, inne zaś równocześnie w trakcie ontogenezy.

Problem kolejności rozwoju składowych w trakcie ontogenezy ma duże znaczenie w analizie składowych plonu, gdyż decyzja o charakterze rozwoju plonu decyduje o wyborze matematycznej postaci zależności przyczynowo-skutkowych między plonem, a jego składowymi, jak również samymi składowymi. Postać tej zależności decyduje z kolei o wyborze odpowiedniego podejścia i metody analizy statystycznej do badania uwarunkowania plonu przez jego składowe.

Podjęliśmy raczej rzadko spotykane do tej pory w literaturze rozważania na temat sposobów obserwacji plonu oraz jego składowych. Tematyki tej nie należy lekceważyć, gdyż ma ona duże znaczenie w analizie składowych plonu, a nierzadko błędny sposób obserwacji składowych może doprowadzić do wyraźnie zniekształconych, a nawet błędnych wniosków.

Wydaje się nam, że zawarte w niniejszej pracy rozważania nad statystycznym modelowaniem plonu powinny w znacznym stopniu ułatwić zrozumienie istoty i często niezauważanej specyfiki składowych plonu. Treść pracy może stanowić podstawy prawidłowej analizy składowych plonu, która w wielu badaniach stanowi efektywną metodę analizy biologicznego uwarunkowania plonu roślin uprawnych w trakcie ontogenezy.

## Literatura

- 
- [1] Artyszak A., Podlaska J., Ostrowska D., Kucińska K., Mądry W. 2000. Vliv počátečního rustu rostlin cukrovky na výnos cukru odrudy PN MONO 1. Sborník z konference „Řepářství 2000“, Praha: 180–183.
- [2] Eaton G.W., Kyte T.R. 1978. Yield Component Analysis in Strawberry. *J. Am. Soc. Hort. Sci.* 103: 578–583.
- [3] Engledow F.L., Ramiah K. 1930. Investigation of yield in the cereals, VII. A study of development and yield of wheat based upon varietal comparison. *J. Agric. Res.* 20: 265–344.
- [4] Engledow F.W., Wadham S.M. 1923. Investigation of yield in the cereals. *J. Agri. Sci.* 95: 111–115.
- [5] Fraser J., Eaton G.W. 1983. Applications of yield component analysis to crop research. *Field Crop Abstracts* 36: 787–796.
- [6] Grafius J.E. 1969. Stress: A necessary ingredient of genotype by environment interactions. International Barley Genetics II, Washington State University Press, Washington: 346–355.
- [7] Hardwick R.C., Andrews D.J. 1980. Genotypic and environmental variation in crop yield. A method of estimating the interdependence of the components of yield. *Euphytica* 26: 177–188.
- [8] Hühn M. 1987. Stability analysis of winter rape (*Brassica napus* L.) by using plant density and mean yield per plant. *J. Agron. & Crop Sci.* 159: 73–81.
- [9] Jolliffe P.A., Eaton G.W., Lovett Doust J. 1982. Sequential analysis of plant growth. *New Phytologist* 92: 287–296.
- [10] Jolliffe P.A., Courtney W.H. 1984. Plant growth analysis: additive and multiplicative components of growth. *Annals of Botany* 54: 243–254.
- [11] Kozak M. 2002. Statystyczna analiza uwarunkowania zmienności plonu przez jego składowe. SGGW, Praca doktorska, Warszawa: 124 ss.
- [12] Kozak M., Mądry W., Wszyński Z. 2002. Metoda analizy wpływu masy korzeni z różnych frakcji na plon korzeni buraka cukrowego. *Fragmenta Agronomica* 19: 251–262.
- [13] Piepho H.P. 1995. A simple procedure for yield component analysis. *Euphytica* 84: 43–48.
- [14] Rozbicki J. 1997. Agrotechniczne uwarunkowania wzrostu, rozwoju i plonowania pszenżyta ozimego. Rozprawa habilitacyjna, Fundacja Rozwój SGGW, Warszawa: 94 ss.

- [15] Rozbicki J., Mądry W. 1998. Uwarunkowanie plonu ziarna pszenżyta ozimego przez jego składowe i wybrane cechy botaniczno-rolnicze łanu w zmiennych warunkach uprawowych i pogodowych. *Biuletyn IHAR* 205/206: 195–204.
- [16] Sparnaaij L.D., Bos I. 1993. Component analysis of complex characters in plant breeding. I. Proposed method for quantifying the relative contribution of individual components to variation of the complex character. *Euphytica* 70: 225–235.
- [17] Tai G.C.C. 1975. Analysis of genotype-environment interactions based on the method of path coefficient analysis. *Can. J. Gen. Cytol.* 17: 141–149.
- [18] Thomas R.L., Grafius J.E., Hahn S.K. 1971. Transformation of sequential quantitative characters. *Heredity* 26: 189–193.
- [19] Waldron L.R. 1929. A partial analysis of yield of certain common and durum wheats. *J. Am. Soc. Agron.* 21: 295–309.
- [20] Woodworth C.M. 1931. Breeding for yield in crop plants. *J. Am. Soc. Agron.* 23: 388–395.

## Statistical analysis of multiplicative crop yield components – background of yield modelling

---

**Key words:** crop yield, yield components, multiplicative components, primary characters, yield component analysis, yield model

### Summary

Paper presented the considerations on statistical modelling of yield treated as a complex trait. The ideas of primary characters in yield development and multiplicative yield components were given. These yield-contributing characters are the basis of yield component analyses. Paper considered also the controversial subject of sequential or non-sequential development of yield components, as well as some methodological aspects of doing observations on the yield and yield-contributing characters. At using proper approach to observations of considered characters, obtained data are accurate and precise for procedures of yield component analysis. The paper may be treated as an initial important step to design and to apply the yield component analysis as well as to interpret the results detected by using this analysis.