Mózg matematyczny: jak działa? Dlaczego czasem zawodzi? Jak go wspierać?

The mathematical brain: How it works? Why sometimes fails? How to facilitate it?

Mateusz Hohol (Kraków)

Streszczenie

Matematyka jest jedną z kluczowych dziedzin aktywności intelektualnej człowieka. Od tego, jak radzimy sobie z matematyką, zależy zarówno nasz osobisty dobrostan, jak i rozwój całego społeczeństwa. Nic więc dziwnego, że neuronaukowcy, psychologowie i specjaliści od edukacji łączą swoje siły, by zrozumieć skąd biorą się w ogóle nasze zdolności matematyczne i dlaczego niektóre osoby mają poważne problemy z uczeniem się matematyki. W niniejszym artykule wskazuję, że nasze zdolności w zakresie symbolicznej matematyki są nadbudowane na „zmyśle numerycznym", którego głównym ośrodkiem mózgowym jest kora ciemieniowa. Jego pierwotnym zadaniem jest przetwarzanie liczebności niesymbolicznych, tj. ilości przedmiotów obserwowanych w otaczającym nas świecie. „Zmysł numeryczny" jest wrodzony, ponieważ przejawia działanie na bardzo wczesnym etapie ontogenezy człowieka i ma długą historię ewolucyjną, o czym świadczy jego obecność u zwierząt innych niż człowiek. Wskazuję, że dyskalkulia rozwojowa wiąże się z nieprawidłowym rozwojem „zmysłu numerycznego", zaś lęk przed matematyką z trudnością w poznawczym dostępie do informacji przetwarzanych przez ten „zmysł". Na koniec wskazuję pewne metody, pozwalające pomóc osobom z problemami z uczeniem się matematyki.

Abstract

Mathematics is one of the crucial fields of intellectual activity of the human being. Both our personal well-being and the development of the entire society depend on our mathematical competencies. It is no wonder that today neuroscientists, psychologists and education researchers join their efforts in order to understand where our mathematical abilities come from and why some people experience severe problems with learning mathematics. Here I show that our symbolic mathematical skills are built on "the number sense", that is localized mainly in the parietal cortex. Its primary task is to process non-symbolic numerosity, i.e., the number of objects perceived in the surrounding world. "The number sense" could be called "innate" since it is active even in the very early stage of human ontogeny and has a long evolutionary history, as evidenced by the presence in non-human animals. I point out that developmental dyscalculia is associated with the incorrect development of "the number sense", while math anxiety with difficulty in cognitive access to numerical information. Finally, I discuss some methods aiming to help individuals with mathematical learning problems.

Matematyka towarzyszy nam od pierwszych lat edukacji szkolnej. Czy tego chcemy czy nie, pozostaje z nami przez całe życie. Korzystamy z niej na zakupach, dzieląc ciasto na części, obliczając podwyżkę pensji czy oceniając swoje szanse w grze na loterii. Bardziej zaawansowana wiedza matematyczna jest przepustką do kariery w wielu dobrze płatnych zawodach. Od ogólnego poziomu kompetencji matematycznych całego społeczeństwa zależy w dużej mierze jego dobrobyt, mierzony produktem krajowym brutto [2]. Matematyka jest językiem nauki, a co za tym idzie narzędziem zrozumienia otaczającego nas świata. Wreszcie, matematyka od wielu stuleci postrzegana jest jako wzorzec ścisłego myślenia, a jej uprawnianie jako najlepszy z możliwych trening umysłu [8]. Nic więc dziwnego, że pytanie, skąd biorą się nasze zdolności matematyczne od zawsze nurtowało filozofów, a dziś jest przedmiotem badań prowadzonych na przecięciu psychologii, neuronauki i edukacji. Badaczy zajmują szczególnie dwa pytania: po pierwsze, w jaki sposób nasze mózgi w ogóle radzą sobie z matematyką? Po drugie, dlaczego poszczególne osoby różnią się w zakresie zdolności matematycznych, a niektóre z nich doświadczają poważnych problemów z uczeniem się matematyki.

Zmysł numeryczny

Platon, Kartezjusz czy Immanuel Kant twierdzili, że przychodzimy na świat wyposażeni w intuicję matematyczną, prowadzącą nas do podstawowych prawideł geometrii i arytmetyki oraz umożliwiającą przyswajanie bardziej zaawansowanej wiedzy matematycznej [8]. Z drugiej strony John Locke twierdził, że umysł dziecka to tabula rasa, czyli czysta tablica. Oznacza to, że nie istnieją żadne wrodzone zdolności poznawcze, będące podstawą dla matematyki. Wszystkiego musimy nauczyć się od zera. Z poglądem tym zgadzali się Hermann von Helmholtz (niezwykle wszechstronny uczony, będący jednym pionierów psychologii eksperymentalnej), Jean Piaget (który dał podwaliny dla nowoczesnej psychologii rozwojowej) czy Alan Turing („ojciec założyciel" informatyki) [zob. 7]. Dzięki postępowi w zakresie psychologii i neuronauki wiemy dziś, że umiejętności matematyczne, które przyswajamy w szkole, nie powstają „od zera", ale są nadbudowywane na wrodzonych zdolnościach mózgu do przetwarzania liczebności i geometrii [1, 6–8]. To punkt dla Platona, Kartezjusza i Kanta, przy czym pamiętać trzeba, że nie oznacza to, że mieli oni rację we wszystkim, co głosili, ani tego, że cała matematyka jest wrodzona. Jakie jednak dowody naukowe przemawiają za tym, że pewne zdolności matematyczne są „wbudowane" w nasze mózgi? Ograniczę się tu na zdolności do rozróżniania liczebności, która określana przez Stanislasa Dehaene'a mianem „zmysłu numerycznego" [6; jeśli chodzi o geometrię zob. 8].

Po pierwsze, ludzkie niemowlęta już w pierwszych chwilach swojego życia wykazują bez uprzedniego treningu zdolność do odróżniania zbiorów różniących się liczbą przedmiotów. Badania przeprowadzone jeszcze w latach osiemdziesiątych XX w. wykazały, że robią to niezależnie od innych parametrów prezentowanych bodźców, takich jak wielkość przedmiotów czy odległość między nimi [zob. 6]. Dokonano tego przy użyciu tzw. paradygmatu habituacji. Gdy około półrocznym dzieciom prezentowano kolejno plansze zawierające taką samą liczbę czarnych kropek, ale różniących się wielkością czy odległością między nimi, czas spoglądania na bodziec skracał się, co oznacza, że dzieci ulegały znudzeniu. Gdy prezentowano jednak planszę z inną ilością kropek (niezależnie od ich konfiguracji przestrzennej), dzieci znowu stawały się zaciekawione, o czym świadczy dłuższy czas spoglądania na bodziec. Nowsze badania pokazały, że już kilka godzin po urodzeniu pojęcie liczebności u dzieci cechuje się pewnym stopniem abstrakcyjności, ponieważ nie ogranicza się tylko do wzroku. Przykładowo, słysząc ciąg czterech sylab (tu-tu-tu-tu) noworodki dłużej spoglądają na pokazywany im zbiór czterech kropek, niż na zbiór złożony z dwunastu kropek. Oznacza to, że dzieci rozpoznają równoliczność [zob. 7].

Dlaczego akurat czterech i dwunastu, czyli w stosunku 1 do 3? Liczne badania wskazują, że „zmysł numeryczny" wyostrza się z wiekiem zgodnie z dobrze ustalonym schematem (zwanym „ułamkiem Webera") [zob. 1, 6]. Dla noworodków współczynnik postrzegania zmiany liczebności wynosi właśnie 1:3 (potrafią odróżniać zbiory jedno- i trzyelementowe, cztero- i dwunastoelementowe czy dziesięcio- i trzydziestoelementowe, ale nie jedno- i dwuelementowe czy dwu- i pięcioelementowe). Dla rozwijających się typowo półrocznych niemowląt współczynnik ten wynosi 1:2, rocznych 2:3, dla czterolatków 3:4, dla siedmiolatków 4:5, zaś dla dwudziestolatków 7:8. Czterolatki potrafią więc odróżnić zbiór sześcio- od ośmioelementowego, dwunastoelementowy od szesnastoelementowego, ale nie siedmio- i ośmioelementowy czy dwunasto- i piętnastoelementowy. Z kolei osoby dorosłe umieją odróżnić zbiory składające się z czternastu i szesnastu przedmiotów albo siedemdziesięciu i osiemdziesięciu, ale już nie siedemdziesięciu i siedemdziesięciu ośmiu przedmiotów. Chodzi tu o intuicyjne odróżnianie zbiorów, np. wskazując, który z nich jest większy bez żadnego przeliczania. Inne badania wskazują natomiast, że niemowlęta dysponują też wrodzonymi podstawami arytmetyki, o czym świadczy to, że gdy pokaże się im, że do jednego przedmiotu chowanego za zasłoną dołącza się drugi przedmiot, a następnie odsłania się scenę, dzieci dziwią się widząc tylko jeden przedmiot (jest to tzw. paradygmat naruszonych oczekiwań) [zob. 1, 6, 7].

Analogiczne przejawy działania „zmysłu numerycznego" zaobserwowano dotąd u wielu gatunków zwierząt, zarówno naszych bliskich ewolucyjnych kuzynów (np. szympansów), jak i takich, z którymi dzielimy bardzo odległych ewolucyjnych przodków (gryzonie, ptaki, a nawet płazy). Pouczające są w tym względzie badania przeprowadzone na dopiero co wyklutych kurczętach, które przejawiają działanie „zmysłu numerycznego", pomimo tego, że ich środowisko zostało zmodyfikowane przez naukowców tak, aby zapobiec możliwości nauczenia się rozróżniania zbiorów poprzez obserwację przedmiotów [13]. Istnieje również linia badań neuronaukowych wskazujących, że mózgową podstawą „zmysłu numerycznego" u naczelnych jest bruzda śródciemieniowa, będąca obszarem asocjacyjnym, tj. integrującym informacje docierające z wielu zmysłów, a także współpracująca ściśle z grzbietowo-boczną korą przedczołową, zaangażowaną w wiele wyższych procesów poznawczych, np. pamięć roboczą. W bruździe śródciemieniowej niepoddanych wcześniejszemu treningowi makaków królewskich odnaleziono „numerony", czyli neurony reagujące selektywnie na zbiory o różnej liczebności. Upraszczając, jeden neuron reaguje, gdy obserwowana jest jedna kropka, inny, gdy małpa obserwuje zbiór złożony z dwóch kropek, jeszcze inny, gdy widzi trzy kropki itd. Podobny efekt zaobserwowano u kruków w neuronach należących do pewnej struktury mózgu (tzw. *nidopallium caudolaterale*), pełniącej u ptaków funkcję obszaru asocjacyjnego, podobnie jak kora ciemieniowa u małp [12]. Choć rejestracja aktywności pojedynczych neuronów w mózgach dzieci nie jest możliwa z przyczyn etycznych (procedura ta wiąże się bowiem z otwarciem czaszki i umieszczeniem mikroelektrod bezpośrednio w mózgu), nieinwazyjne badania przeprowadzone metodą funkcjonalnego obrazowania rezonansem magnetycznym (fMRI) wskazują, że kora ciemieniowa odpowiada za przetwarzanie liczebności także u człowieka [1, 6, 7].

Wrodzoność „zmysłu numerycznego" nie oznacza więc tylko tego, że obecny jest on już na wczesnym etapie ontogenezy człowieka, ale również to, że jego podstawy neuronalne mają długą historię ewolucyjną. Zauważyć trzeba jednak, że „zmysł numeryczny" wyewoluował do przetwarzania liczebności niesymbolicznych (zbiory kropek, kolejno słyszane dźwięki), podczas gdy matematyka – szkolna i uniwersytecka – ma charakter symboliczny. Nie licząc badań, w których sprawdza się, w jakim stopniu niektóre gatunki zwierząt mogą nauczyć się korzystać z cyfr arabskich, a nawet przeprowadzać na nich obliczenia [zob. 1], człowiek jest jedynym gatunkiem, który korzysta na szeroką skalę z matematyki symbolicznej. Co do zasady możliwe jest, że mózg człowieka przyswaja umiejętności w zakresie symbolicznej matematyki niezależnie od wrodzonego „zmysłu numerycznego". Argument typu „po co mózg miałby uczyć się symbolicznej matematyki inaczej, skoro na wyposażeniu ma już pewne środki" nie jest bezzasadny [5], ale nie jest wystarczający.

Czego uczą nas osoby z problemami z uczeniem się matematyki?

Ważnych danych na temat związku „zmysłu numerycznego" i symbolicznej matematyki dostarczyły badania przeprowadzone na populacjach osób cierpiących z powodu problemów z uczeniem się matematyki. Najbardziej znanym z tych problemów jest dyskalkulia rozwojowa (przymiotnik „rozwojowa" oznacza, że zaburzenie daje o sobie znać w trakcie rozwoju jednostki bez przyczyn zewnętrznych). Termin ten stosowany jest często wymiennie z „zaburzeniem zdolności matematycznych", przy czym wielu badaczy dokonuje bardziej drobiazgowych rozróżnień, które tutaj pominiemy [zob. 9]. Zanim przyjrzymy się definicji, podkreślmy mocno, że dyskalkulia jest chorobą – nie wynika ona z błędów wychowawczych po stronie rodziców czy nauczycieli ani z tego, że uczeń jest leniwy czy za mało się stara. W Międzynarodowej Klasyfikacji Chorób Światowej Organizacji Zdrowia (ICD-10) „zaburzenia zdolności matematycznych" zdefiniowano w następujący sposób:

Zaburzenie to polega na sklasyfikowanym upośledzeniu zdolności matematycznych, których nie da się wyjaśnić niskim poziomem inteligencji ogólnej lub jednoznacznym brakiem dostosowania do zajęć szkolnych. Deficyt ten dotyczy przede wszystkim opanowania podstawowych umiejętności liczenia, takich jak dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie, w mniejszym stopniu bardziej zaawansowanych zdolności matematycznych, niezbędnych przy obliczeniu zadań trygonometrycznych, geometrycznych, różniczkowych i całek [cyt. za 9, s. 100].

Głównym przejawem dyskalkulii rozwojowej jest więc trudność w uczeniu się symbolicznych umiejętności matematycznych, szczególnie arytmetycznych, której nie da się wyjaśnić uogólnionymi deficytami rozwoju poznawczego. Co istotne, u osób cierpiących na dyskalkulię obserwuje się nie tylko problemy ze szkolną symboliczną arytmetyką, ale również trudności w liczeniu na palcach, wyliczaniu reszty w sklepie, a w skrajnych przypadkach odczytywania godziny na zegarku [2, 5, 9]. Z drugiej strony, osoby z dyskalkulią mogą świetnie radzić sobie z geometrią, obsługiwać biegle programy statystyczne, a nawet pracować jako programiści [2]. Choć dyskalkulia jest samodzielną jednostką diagnostyczną, może ona współwystępować z innymi zaburzeniami rozwojowymi, np. trudnościami w czytaniu czy zespołem nadpobudliwości psychoruchowej z deficytem uwagi

(ADHD). Jeśli chodzi o rozpowszechnienie, powołując się na dane z badań przeprowadzonych w wielu krajach Karin Landerl i Liane Kaufmann podają, że dyskalkulia dotyka 3–8,4% populacji [9]. Brian Butterworth mówi natomiast aż o 9% [2]. Co więcej, można się spodziewać, że są to wyjątkowo ostrożne szacunki, a szersza diagnostyka ujawniłaby większą skalę problemu. Dyskalkulia w każdym razie nie jest zaburzeniem rzadkim. Choć diagnozuje się ją najczęściej u dzieci, może utrzymywać się także w wieku dorosłym.

Dotychczasowe badania ujawniły silny komponent dziedziczny dyskalkulii rozwojowej. W jednym z nich przebadano 1500 par bliźniąt jednojajowych i prawie 1400 par bliźniąt dwujajowych i ujawniono ok. 30% wariancji genetycznej specyficznej dla matematyki [zob. 2]. Badania z wykorzystaniem technik neuroobrazowania wskazują natomiast na zmiany strukturalne i funkcjonalne w okolicy bruzdy śródciemieniowej, a więc struktury związanej ze „zmysłem numerycznym" u osób z diagnozą dyskalkulii rozwojowej [zob. 2]. Zazwyczaj zmiany te dotyczą lewej półkuli mózgu. Zmiany strukturalne oznaczają mniejszą gęstość istoty szarej (zbudowanej z ciał komórkowych neuronów) w tej strukturze oraz redukcję wiązek aksonów (istota biała), łączących ją z innymi mózgowymi centrami poznawczymi, np. korą przedczołową. Jeśli chodzi natomiast o zmiany funkcjonalne, u osób z dyskalkulią rozwojową obserwuje się odmienny – w porównaniu do osób zdrowych – wzorzec aktywności bruzdy śródciemieniowej, zarówno w zadaniach obejmujących symboliczną artymetykę, jak i przetwarzanie liczebności niesymbolicznych. Jak już wiemy, u dzieci czułość „zmysłu numerycznego" wyostrza się z wiekiem, podczas gdy w jednym z badań zaobserwowano, że w zadaniu polegającym na porównywaniu zbiorów kropek dziesięciolatki dotknięte dyskalkulią rozwojową wypadają podobnie do rozwijających się typowo pięciolatków [2, 9].

Problemy z uczeniem się matematyki wynikać mogą nie tylko z dyskalkulii rozwojowej, ale również z lęku przed matematyką. Tak jak dyskalkulia jest niezależnym od ogólnego poziomu inteligencji zaburzeniem poznania matematycznego, tak lęk przed matematyką jest niezależną od ogólnego poziomu lękowości dyspozycją do odczuwania negatywnych stanów emocjonalnych podczas styczności z matematyką [4]. Oznacza to, że można być osobą o niskim ogólnym poziomie lękowości, ale bać się matematyki. Osoby z wysokim poziomem lęku przed matematyką przejawiają zazwyczaj słabsze osiągnięcia, ale nie można utożsamiać ich ze słabymi umiejętnościami matematycznymi. W komfortowych warunkach (np. w domu) osoby z lękiem przed matematyką mogą wykazywać nawet ponadprzeciętny talent matematyczny, ale mają trudności w szkole, gdy znajdują się pod presją. Prowadzi to do unikania matematyki na kolejnych szczeblach edukacji (wybór profilu klasy czy kierunku studiów) i kariery (wybór zawodu). Stopień lęku może być różny – od obawy, przez strach, aż po przerażenie. Tym negatywnym subiektywnym odczuciom towarzyszy zestaw typowych dla lęku reakcji (neuro)fizjologicznych. W związku z powyższymi, lęk przed matematyką nie jest daleki od kryteriów definicyjnych dla fobii.

W jednym z niedawnych badań z wykorzystaniem fMRI zaobserwowano różnice w aktywności mózgowej dzieci różniących się poziomem lęku przed matematyką [zob. 4]. Leżąc w skanerze dzieci obserwowały proste formuły arytmetyczne, a ich zadaniem było zweryfikowanie czy są one prawdziwe (np. 5 + 2 = 7) czy fałszywe (np. 5 + 2 = 8). W porównaniu do dzieci niebojących się matematyki, u dzieci o wysokim lęku przed matematyką zaobserwowano zwiększoną aktywację ciała migdałowatego (struktura ta zaangażowana jest w wytwarzanie reakcji lękowej) oraz obniżoną aktywność w okolicach bruzdy śródciemieniowej i grzbietowo-bocznej kory przedczołowej, czyli struktur zaangażowanych odpowiednio w przetwarzanie liczebności i różne wyższe funkcje poznawcze, np. pamięć roboczą. Wynik ten zinterpretować można w następujący sposób: lęk przed matematyką osłabia funkcjonowanie „zmysłu numerycznego" oraz pamięci roboczej (ta ostatnia zapełniana jest bowiem przez negatywne myśli, tak że dziecku lub osobie dorosłej brakuje zasobów do przetwarzania materiału matematycznego).

O ile w przypadku dyskalkulii rozwojowej wskazuje się na silny komponent genetyczny, genezę lęku przed matematyką wyjaśnia się najczęściej w odniesieniu do czynników środowiskowych. Należą do nich komunikaty, że „matematyka jest trudna", nawarstwienie się negatywnych doświadczeń szkolnych czy zarażanie się negatywnymi emocjami połączone z przekazywaniem stereotypów. Przykładowo, badania ujawniły wysoki poziom lęku przed matematyką wśród studentów pedagogiki i nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej. W psychologii od dekad dobrze znane jest zjawisko zarażania się emocjami. Polega ono na tym, że ludzie (w tym małe dzieci) wyjątkowo dobrze wychwytują nawet subtelne reakcje emocjonalne osób, z którymi wchodzą w interakcje. Nawet gdy podczas lekcji nauczyciel czy nauczycielka stara się ukryć swoje stany emocjonalne związane z kontaktem z matematyką, uczniowie mogą „przejmować" analogiczne emocje. Jedno z badań ujawniło ponadto, że poziom lęku przed matematyką u nauczycielki koreluje z poziomem osiągnięć matematycznych uczennic i ich przekonaniem, że „chłopcy są lepsi w matematyce, a dziewczynki w czytaniu" [zob. 4]. Dodać należy, że stereotyp ten nie znajduje odzwierciedlenia w faktach. Liczne badania pokazują bowiem, że różnice w zdolnościach matematycznych ze względu na płeć w pewnych aspektach w ogóle nie istnieją (np. w zakresie rozumienia pojęć matematycznych), w innych zanikają wraz z wiekiem (np. w zakresie sprawności obliczeń dziewczynki są początkowo lepsze niż chłopcy), a w innych są niewielkie, a przez to pomijalne [zob. metaanalizę: 10].

Podsumowując, badania nad problemami w uczeniu się matematyki spowodowanymi dyskalkulią rozwojową lub lękiem przed matematyką wskazują na związek między wrodzonym „zmysłem numerycznym", którego mózgowe centrum stanowi kora ciemieniowa, a uczeniem się symbolicznej matematyki. W przypadku dyskalkulii rozwojowej mówić można o nieprawidłowym rozwoju tego „zmysłu", zaś w przypadku lęku przed matematyką o utrudnionym poznawczym dostępie do informacji przetwarzanych przez ten „zmysł".

Jak wspomagać mózg matematyczny?

Psychologowie i specjaliści od edukacji od dawna opracowują interwencje mające pomóc osobom z diagnozą dyskalkulii rozwojowej. Niezależnie od przyjętej strategii, specjaliści zgadzają się co do tego, że interwencje te powinny być jak najszybsze, tak aby stymulować prawidłowy rozwój „zmysłu numerycznego" od najmłodszych lat życia dziecka. Istnieje również ogólna zgoda co do tego, że dostarczanie dziecku informacji zwrotnej o wykonaniu zadania (także dotyczącego przetwarzania niesymbolicznego materiału liczbowego) jest korzystne. Aby pomóc dzieciom z dyskalkulią rozwojową, opracowano szereg gier, także komputerowych. Prawdopodobnie najbardziej znaną z nich, a także dostępną w języku polskim, jest opracowana przy współpracy ze Stanislasem Dehaenem gra „Wyścig liczb" (ang. The number race) [zob. 3]. Gra przeznaczona jest dla dzieci w wieku 4–8 lat. Korzystając z dostosowanego do zdolności percepcyjnych dziecka interfejsu graficznego, gracze trenują operacje na liczbach jednocyfrowych, obejmujące porównywanie liczb, wyliczanie, dostrzeganie odpowiedniości 1 do 1, liczenie, czytanie cyfr arabskich oraz elementarną arytmetykę. Inne interwencje skupiają się natomiast na ćwiczeniu operacji matematycznych przy pomocy całego ciała, np. poruszając się tak, aby na wyznaczonej linii (symbolizującej oś liczbową) znaleźć się w miejscu odpowiadającym danej liczbie. Nawiasem mówiąc, dokładność szacowania na osi liczbowej jest jednym z lepszych predyktorów szkolnych osiągnięć matematycznych. Pewną skuteczność mają również treningi tzw. gnozji palców, czyli wiedzy na temat tego, który palec jest aktualnie stymulowany i jaką zajmuje on pozycję [zob. 6]. Te dwa ostatnie typy treningów opierają się na założeniach koncepcji określanej jako „umysł ucieleśniony", która zakłada, że nawet abstrakcyjne pojęcia matematyczne ugruntowane są w naszym aparacie sensoryczno-motorycznym i intuicji przestrzennej [przegląd interwencji, w tym gier, czytelnik znajdzie w pracy 11]. Wszystkie te środki można również wykorzystywać do stymulowania rozwoju poznania matematycznego zdrowych dzieci, jednak nie należy spodziewać się, że w ten sposób uczynimy z nich geniuszy matematycznych.

Jeśli chodzi zaś o lęk przed matematyką, w związku ze zjawiskiem transmisji stanów emocjonalnych z nauczycieli na uczniów wskazuje się na konieczność kompleksowego – a nie tylko ograniczonego do uczniów – podejścia do problemu. Istnieje zgoda co do tego, że korzystne jest przeprowadzanie lekcji oraz – co niezwykle istotne – sprawdzianów w swobodnej atmosferze. Jeśli chodzi o przypadki indywidualne, wiele zależy od poziomu lęku przed matematyką. W przypadku osób, które odczuwają lęk przed matematyką w najsilniejszej formie, konieczne mogą być treningi desensytyzacjne, czyli odwrażliwiające. Chodzi w nich o tworzenie sytuacji konfrontujących, a przez to oswajających jednostkę z przedmiotem jej lęku w bezpiecznych warunkach. Badania wykazują skuteczność takich treningów w redukcji lęku przed matematyką, podobnie jak ma to miejsce np. w przypadku lęku przed wysokością [zob. 4]. U wielu osób skuteczna może okazać się również bardzo prosta metoda, polegająca na werbalizacji własnych uczuć poprzez zapisanie ich na papierze przed przystąpieniem do sprawdzianu lub przyswajaniem nowej partii materiału. Choć początkowo może wydawać się to niewiarygodne, jedno z badań wykazało dużą skuteczność takiego działania – osoby z wysokim lękiem przed matematyką podzielono na dwie grupy, z których pierwsza miała zapisać swoje emocje, zaś druga opisać zmyśloną historyjkę. Lepsze wyniki na teście klasowym zaobserwowano tylko w pierwszej z grup [zob. 4]. Przelanie swoich lęków na papier odciąża bowiem pamięć roboczą, przez co znajduje się w niej miejsce potrzebne na przetwarzanie materiału matematycznego.

Podsumowanie

Omówione w niniejszym artykule badania wskazują, że otaczająca nas symboliczna matematyka nie jest czystą konwencją, ale opiera się na wbudowanych w nasze ciała obwodach mózgowych, tworzących „zmysł numeryczny". Nie powinno nam to jednak przesłaniać faktu, że matematyka jest wytworem kulturowym, który wyróżnia człowieka spośród innych zwierząt. Bez trwających już tysiąclecia wysiłków ludzkich, bez wynalazków, takich jak pismo, diagramy, zapis symboliczny liczb, liczebniki itd., „zmysł numeryczny", który współdzielimy z innymi zwierzętami, nie przekształciłby się w prawdziwy mózg matematyczny, a my zdolni bylibyśmy jedynie do porównywania zbiorów przedmiotów. Skoro już wykształciliśmy jednak symboliczną matematykę, powinniśmy skupiać się teraz nie tylko na jej ciągłym udoskonalaniu i opanowywaniu przy jej pomocy świata, ale na zapewnieniu równego dostępu do edukacji matematycznej wszystkim jednostkom oraz obmyślania i testowania coraz lepszych metod pomocy tym osobom, których „zmysł numeryczny" nie rozwija się typowo.

Bibliografia

1. Brożek B., Hohol, M. (2014). Umysł matematyczny. Kraków, Copernicus Center Press.
2. Butterworth B. (2011). Dyscalculia: From brain to education. Science, 334: 1049-1053.
3. Cipora K., Szczygieł M. (2013). Wyścig Liczb–The Number Race–polska wersja językowa narzędzia wczesnej interwencji w przypadku ryzyka dyskalkulii rozwojowej oraz wspomagania rozwoju kompetencji arytmetycznych. Psychologia–Etologia–Genetyka, 27: 71-85.
4. Cipora K. (2015). Lęk przed matematyką z perspektywy psychologicznej i edukacyjnej. Edukacja, 1: 139-150.
5. Cipora K., Szczygieł M., Hohol M. (2014). Palce, które liczą: Znaczenie liczenia na palcach dla poznania matematycznego u człowieka dorosłego. Psychologia–Etologia–Genetyka, 30: 59-73.
6. Dehaene S. (2011). The number sense. Oxford, Oxford University Press.
7. Dehaene S. (2021). Jak się uczymy? Dlaczego mózgi uczą się lepiej niż komputery… jak dotąd. Kraków, Copernicus Center Press (w druku).
8. Hohol M. (2020). Foundations of geometric cognition. London-New York, Routledge.
9. Landerl K., Kaufmann L. (2015). Dyskalkulia. Gdańsk, Harmonia.
10. Lindberg S. M., Hyde J. S., Petersen J. L., Linn M. C. (2010). New trends in gender and mathematics performance: a meta-analysis. Psychological Bulletin, 136: 1123-1135.
11. Moeller K., Fischer U., Cress U., Nuerk H.-C. (2012). Diagnostics and intervention in developmental dyscalculia: Current issues and novel perspectives. W: Z. Breznitz, O. Rubinsten, V. J. Molfese, D. L. Molfese (red.), Reading, writing, mathematics and the developing brain: Listening to many voices (ss. 233-275). Springer, Dordrecht.
12. Nieder A. (2018). Evolution of cognitive and neural solutions enabling numerosity judgements: lessons from primates and corvids. Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences, 373: 20160514.
13. Vallortigara G. (2017). An animal's sense of number. W: J. W. Adams, P. Barmby, A. Mesoudi (red.), The nature and development of mathematics: Cross disciplinary perspectives on cognition, learning and culture (ss. 43-66). New York: Routledge.

Mateusz Hohol, Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych, Uniwersytet Jagielloński. E-mail: mateusz.hohol@uj.edu.pl