

## **PROGNOZOWANIE ROCZNEJ SPRZEDAŻY ENERGII ELEKTRYCZNEJ WIEJSKIM ODBIORCOM NA PODSTAWIE MODELI NIESTRUKTURALNYCH**

Małgorzata Trojanowska, Jarosław Knaga

Akademia Rolnicza w Krakowie

**Streszczenie.** W artykule przeanalizowano trafność i dopuszczalność prognoz rocznej sprzedaży energii elektrycznej odbiorcom wiejskim wyznaczonych na podstawie modeli niestrukuralnych: klasycznych oraz wywodzących się z teorii chaosu zdeterminowanego. Stwierdzono, że w warunkach znacznych wahań w wielkości rocznej sprzedaży energii elektrycznej prognozy oparte na modelach Prigogine'a czy Schustera charakteryzują się lepszą jakością niż prognozy wyznaczone na podstawie klasycznych modeli niestrukuralnych.

**Słowa kluczowe:** energia elektryczna, prognoza, modele niestrukuralne, teoria chaosu

### **WSTĘP**

Spółki dystrybucyjne, ustawowo odpowiedzialne za ciągłe i niezawodne dostawy energii elektrycznej na obszarach swego działania, składają na rynku energii zamówienia dotyczące zakupu energii elektrycznej od jej dostawców. W celu określenia wielkości zamówień przedsiębiorstwa opracowują prognozy sprzedaży energii elektrycznej wszystkim grupom odbiorców, w tym również wiejskim, dla różnych wyprzedzeń czasowych, wśród których ważną rolę odgrywają prognozy sprzedaży rocznej.

Z prognozowaniem są związane koszty zebrania, przechowywania i przetwarzania danych oraz budowy modelu prognostycznego. Spółki dystrybucyjne częściej i chętniej wykorzystują do prognozowania metody tańsze, nawet kosztem pewnego obniżenia wiarygodności prognoz. Szczególnie preferują one metody prognozowania na podstawie modeli niestrukuralnych. Do budowy modeli niestrukuralnych wystarczają tylko dane dotyczące sprzedaży energii elektrycznej w poprzednich okresach, a takie informacje gromadzone są i przechowywane we wszystkich spółkach dystrybucyjnych.

U podstaw opracowywania prognoz opartych na modelach niestrukturalnych leży przekonanie, że informacja zawarta w samych danych statystycznych wystarcza do tego, aby zbudować zadowalająco dokładny opis lub prognozę modelowanego zjawiska. Istnieje wiele metod prognozowania opartych na tego typu modelach, a wciąż przybývają nowe, zwłaszcza w warunkach urynkwienia gospodarki.

Celem pracy była analiza jakości prognoz opracowywanych na podstawie wybranych modeli niestrukturalnych. W szczególności analizowano trafność i dopuszczalność prognoz wyznaczonych na podstawie klasycznych modeli niestrukturalnych, takich jak modele wyładzania (modele średniej ruchomej i modele wyładzania wykładniczego) i modele szeregów czasowych (modele autoregresyjne i modele tendencji rozwojowej) oraz modeli opartych na teorii chaosu zdeterminowanego.

## MATERIAŁ I METODY

Cel pracy zrealizowano, opierając się na danych dotyczących rocznej sprzedaży energii elektrycznej odbiorcom wiejskim przez dwie spółki trudniące się przesyłem i dystrybucją energii elektrycznej. Spółki te opisano odpowiednio symbolami S1 i S2. Spółka S1 obsługiwała w 2002 r. ok. 830 tys. odbiorców wiejskich, w tym 363 tys. gospodarstw domowych i blisko 117 tys. gospodarstw rolnych o średniej powierzchni 3,2 ha UR. W rejonie obsługi energetycznej spółki S2 znajduje się z kolei ok. 148 tys. odbiorców wiejskich, w tym przeszło 58 tys. gospodarstw domowych i 76 tys. gospodarstw rolnych o średniej powierzchni 3,4 ha UR. Średni roczny pobór energii elektrycznej przez statystycznego odbiorcę wiejskiego zasilanego z sieci niskiego napięcia wynosiło w 2002 r. w spółce S1 2,9 MWh, zaś w spółce S2 2,1 MWh.

Do wyznaczenia postaci modeli prognostycznych wykorzystano program statystyczny Statistica PL for Windows [1997] i program Excel, a wszystkie hipotezy statystyczne weryfikowano na poziomie istotności 0,05.

Stopień trafności prognoz mierzono przy użyciu średniego względnego błędu  $\Psi$  prognoz *ex post* w przedziale weryfikacji [Prognozowanie gospodarcze 1999]:

$$\Psi = \frac{1}{T - n} \sum_{t=n+1}^T \frac{|y_t - y_t^*|}{y_t} \cdot 100 \quad t = n + 1, \dots, T \quad (1)$$

gdzie:  $y_t$  – realizacja zmiennej w czasie  $t$ ,  
 $y_t^*$  – prognoza zmiennej na czas  $t$ ,  
 $n$  – liczba obserwacji użyta do wyznaczenia prognozy,  
 $[n + 1, \dots, T]$  – przedział empirycznej weryfikacji prognoz.

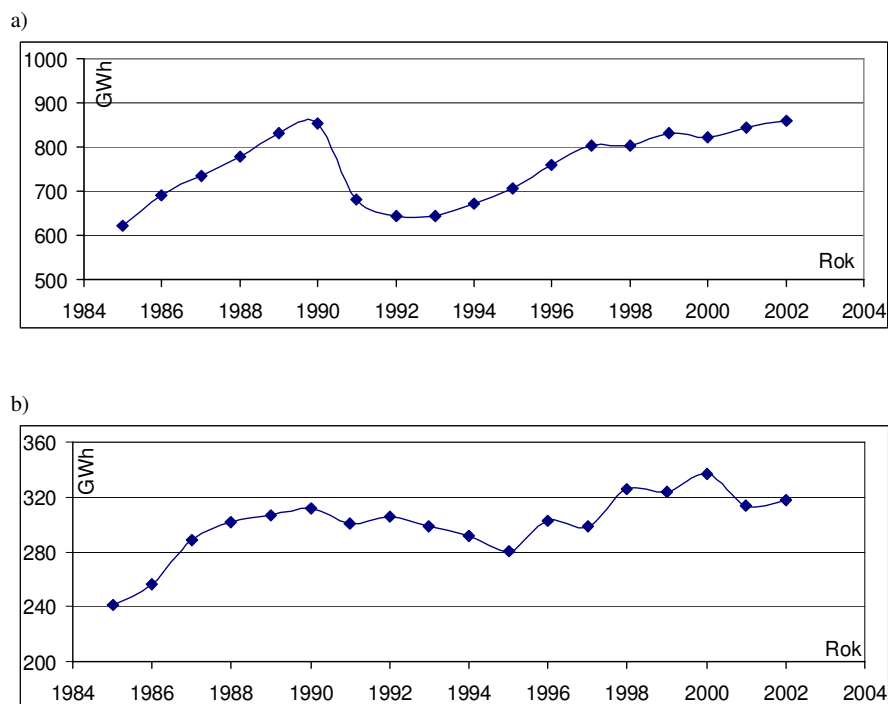
Z kolei dopuszczalność prognoz określano poprzez wyznaczenie błędów prognoz wygasłych [Prognozowanie gospodarcze 1999]. Błędy prognoz wygasłych wyznacza się tak samo jak błędy prognoz *ex post*. W pracy do wyznaczenia błędów  $\Theta$  prognoz wygasłych skorzystano z zależności:

$$\theta = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - y_t^*|}{y_t} \cdot 100 \quad (2)$$

przy czym zastosowano oznaczenia jak we wzorze 1.

## WYNIKI

Na rysunku 1 przedstawiono przebieg rocznej sprzedaży energii elektrycznej badanym odbiorcom wiejskim w latach 1985-2002. Spośród 18 danych przy poszukiwaniu modelu prognostycznego zostało wykorzystanych 16, a pozostałe 2 użyte do sprawdzenia trafności prognoz.



Rys. 1. Sprzedaż energii elektrycznej wiejskim odbiorcom w latach 1985–2002: a) przez spółkę dystrybucyjną S1, b) przez spółkę dystrybucyjną S2 (Źródło: statystyki spółek dystrybucyjnych)

Fig. 1. Sale of electric energy to rural customers between 1985 and 2002: a) by the distribution company S1, b) by the distribution company S2 (Source: statistics of distribution companies)

Analizując przebiegi przedstawione na rysunku 1, stwierdzono, że spośród klasycznych modeli niestrukturalnych do opisu rocznej sprzedaży energii elektrycznej odbiorcom wiejskim mogą być wykorzystane jedynie modele wygładzania wykładniczego i modele autoregresyjne.

Istota metody wygładzania wykładniczego polega na tym, że szereg czasowy zmiennej prognozowanej wygładza się za pomocą ważonej średniej ruchomej, przy czym wagi są określane według prawa wykładniczego. Wygładzanie wykładnicze może być oparte na różnych modelach, odpowiednich do rodzaju składowych szeregu czasowego. W pracy sprawdzano przydatność modeli stosowanych do wygładzania szeregu czasowych, w których występuje tendencja rozwojowa i wahania przypadkowe, tj. model Holta, model trendu wykładniczego i model trendu gasnącego [Dittmann 2003].

Analizując sprzedaż energii elektrycznej można zaobserwować, że na wielkość poboru energii elektrycznej w danym roku często wpływa wielkość poboru energii w latach poprzednich. W takich sytuacjach znajdują zastosowanie modele autoregresyjne. W pracy do sporządzania rocznych prognoz sprzedaży energii elektrycznej wybrano funkcje postaci liniowej, logarytmicznej i potęgowej [Prognozowanie gospodarcze 1997].

Wyniki estymacji parametrów modeli wygładzania wykładniczego i modeli autoregresyjnych oraz wartości błędów prognoz opartych na tych modelach przedstawia tabela 1.

Tabela 1. Klasyczne modele niestrukturalne rocznej sprzedaży energii elektrycznej wiejskim odbiorcom

Table 1. Classical non-structural models of annual electricity sales to rural customers

| Model  | Wartości początkowe i parametry modeli<br>wygładzania wykładniczego      |  | $\Theta$ , % |     | $\Psi$ , % |      |
|--|--|--|--------------|-----|------------|------|
|  | Initial values and parameters of exponential smoothing models            |  |              |     |            |      |
|  | S1   | S2   | S1           | S2  | S1         | S2   |
| Model Holta  | $S_0 = 614; T_0 = 13,35; \alpha = 0,9;$<br>$\beta = 0,1$                 | $S_0 = 238; T_0 = 4,56; \alpha = 0,9;$<br>$\beta = 0,1$                  | 5,4          | 4,1 | 0,9        | 9,7  |
| Model trendu<br>wykładniczego<br>Model of the<br>exponential trend | $S_0 = 589; T_0 = 1,112; \alpha = 0,9;$<br>$\beta = 0,6$                 | $S_0 = 233; T_0 = 1,06; \alpha = 0,8;$<br>$\beta = 0,5$                  | 5,4          | 4,2 | 2,0        | 11,6 |
| Model trendu<br>gasnącego<br>Model of the<br>fading trend          | $S_0 = 613,4; T_0 = 14,8; \alpha = 0,9;$<br>$\beta = 0,8; \varphi = 0,5$ | $S_0 = 238,4; T_0 = 5,05; \alpha = 0,7;$<br>$\beta = 0,9; \varphi = 0,5$ | 4,9          | 3,6 | 3,4        | 7,6  |
| Modele<br>autoregresyjne<br>Autoregression<br>models               | $y_t = 0,66 \cdot y_{t-1} + 267$   | $y_t = 0,61 \cdot y_{t-1} + 122$   | 5,1          | 3,2 | 4,0        | 2,9  |
|  | $y_t = 1,03 \cdot y_{t-1} - 0,5 \cdot y_{t-2} + 353$                     | $y_t = 0,37 \cdot y_{t-1} + 0,1 \cdot y_{t-2} + 163$                     | 4,3          | 2,9 | 6,3        | 1,8  |
|  | $y_t = y_{t-1}^{0,95} + 240$   | $y_t = y_{t-1}^{0,93} + 108$   | 5,1          | 3,2 | 0,4        | 3,0  |
|  | $y_t = 490,3 \cdot \ln(y_{t-1}) - 2484$                                  | $y_t = 147,3 \cdot \ln(y_{t-1}) - 690$                                   | 5,0          | 3,2 | 4,5        | 2,8  |

$S_0$  – wartość początkowa wygładzenia w prostym modelu wygładzania wykładniczego – initial value of smoothing out in the simple exponential smoothing model,

$T_0$  – wartość początkowa przyrostu trendu w szeregu czasowym – initial value of the increase of the trend in time series,

$\alpha, \beta, \varphi$  – parametry modelu – parameters of the model,

$y_t, y_{t-1}$  – zapotrzebowanie na energię elektryczną odpowiednio w roku t, t-1 – demand for electricity in the year t, t-1 respectively, MWh.

Tabela 2. Modele Prigogine’a i Schustera rocznej sprzedaży energii elektrycznej odbiorcom wiejskim  
 Table 2. Prigogine’s and Schuster’s models of annual electricity sales to rural consumers

| Model       | S1  | S2  | $\theta, \%$ |     | $\psi, \%$ |     |
|-------------|---|---|--------------|-----|------------|-----|
|             |   |   | S1           | S2  | S1         | S2  |
| Prigogine’a | $y_t = y_{t-1} + 0,41 \cdot y_{t-1} \cdot \left(1 - \frac{y_{t-1}}{779}\right)$ | $y_t = y_{t-1} + 0,46 \cdot y_{t-1} \cdot \left(1 - \frac{y_{t-1}}{310}\right)$ | 5,1          | 3,2 | 3,9        | 2,5 |
| Schustera   | $y_{t+1} = (1 + x_{t+1}) \cdot y_t \quad \alpha = 0,35$                         | $y_{t+1} = (1 + x_{t+1}) \cdot y_t \quad \alpha = 0,03$                         | 4,8          | 4,1 | 2,0        | 3,6 |

gdzie:  $x_{t+1} = \alpha \cdot x_t \cdot (1 - x_t)$ ,  $x_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}$

Jedną z nowych metod, coraz częściej wykorzystywanych do predykcji zużycia energii elektrycznej, jest prognozowanie oparte na modelach zaczerpniętych z teorii chaosu zdeterminowanego, opisane np. równaniami Prigogine’a lub Schustera [Dobrzańska i Dąsał 1998]. Równanie Prigogine’a [Prigogine i Stengers 1990] wprowadzone w celu opisu rozwoju populacji może być wykorzystane, przez analogię wzrostu demograficznego do procesu zużycia energii, do prognozowania rocznego zapotrzebowania na energię elektryczną. Pewną jego modyfikacją, również przydatną do prognozowania potrzeb elektroenergetycznych, jest równanie Schustera [Schuster 1993]. Uzyskane w wyniku estymacji modele Prigogine’a i Schustera zapotrzebowania na energię elektryczną badanych odbiorców wiejskich przedstawiono w tabeli 2.

**PODSUMOWANIE**

Do oceny jakości prognoz zapotrzebowania na energię elektryczną powszechnie stosuje się błędy prognoz wygasłych [Prognozowanie w elektroenergetyce 2002]. Z tabeli 1 wynika, że błędy prognoz wygasłych rocznej sprzedaży energii elektrycznej odbiorcom wiejskim przez analizowane spółki dystrybucyjne, wyznaczone na podstawie zaproponowanych modeli, wahają się w granicach od 2,9 do 5,4%, przy czym błędy te w odniesieniu do spółki S2 są średnio o 1,5% mniejsze niż dla spółki S1. Zapotrzebowanie na energię elektryczną wiejskich odbiorców znajdujących się w rejonie obsługi spółki S1 wykazywało bowiem w latach 1985-2000 znacznie większe wahania niż w rejonie obsługi S2, stąd i trudniej było opracować wiarygodne prognozy. Analiza błędów prognoz wygasłych wykazała ponadto, że największym stopniem zaufania można darzyć prognozy wyznaczone na podstawie modeli autoregresyjnych o drugim rzędzie opóźnienia.

Jednak wartości błędów prognoz *ex post* obliczone dla okresu 2001–2002, w celu sprawdzenia trafności prognoz, nie potwierdzają w pełni spostrzeżeń wynikłych z analizy prognoz wygasłych. Przy prognozowaniu opartym na modelach klasycznych wiódce jest znacznie większe zróżnicowanie między spółkami w wartościach tych błędów. Do tego prognozy wyznaczone dla roku 2001 i 2002 na podstawie modeli wykładniczego dla spółki S2 okazały się być mało wiarygodne, gdyż po roku 2000 niespodziewanie uległa zmniejszeniu sprzedaż energii elektrycznej odbiorcom wiejskim przez tę spółkę.

Trafność prognoz wyznaczanych na podstawie klasycznych modeli niestrukturalnych w wielu przypadkach pogarsza się widocznie przy większych wahaniami w wielkości sprzedaży. W takich warunkach na uwagę zasługują modele prognostyczne oparte na teorii chaosu. Wprawdzie opracowanie tego typu modeli wymaga większych nakładów pracy niż modeli klasycznych, ale sporządzone na ich podstawie prognozy, przy gwałtownych zmianach wielkości sprzedaży, charakteryzują się lepszą jakością, gdyż błędy prognoz w punktach zwrotnych są znacznie mniejsze niż przy stosowaniu metod klasycznych.

## PIŚMIENNICTWO

- Dittman P., 2003. Prognozowanie w przedsiębiorstwie. Oficyna Ekonomiczna Kraków.
- Dobrzańska I., Dąsał K., 1998. Modele prognostyczne Prigogine'a, Schustera i fraktalowy w 10-letniej prognozie zużycia energii w Europie. Mat. Konf. „Prognozowanie w elektroenergetyce”, Częstochowa 1998, 107–114.
- Prigogine I., Stengers I., 1990. Z chaosu ku porządkowi. Warszawa PIW.
- Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania, 1999. M. Cieślak (red.). Wyd. Nauk. PWN, Warszawa.
- Prognozowanie w elektroenergetyce. Zagadnienia wybrane, 2002 I. Dobrzańska (red.). Wyd. Polit. Częstoch. Częstochowa.
- Schuster H. G., 1993. Chaos deterministyczny. Wprowadzenie. PWN, Warszawa.

## PREDICTION OF ANNUAL ELECTRICITY SALES TO RURAL CUSTOMERS USING NON-STRUCTURAL MODELS

**Abstract.** The quality of prediction of annual electricity sales to rural customers made on the basis of non-structural models: classical and coming from the theory of deterministic chaos were analysed in the study. The analysis has shown that in conditions of large changes of annual electricity sales, forecasting made on the basis of Prigogine's and Schuster's models are characterised by higher quality than forecasting made on the basis of classical non-structural models.

**Key words:** electric energy, prediction, non-structural models, theory of chaos

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 22.11.2004